

北京市陈经纶中学期中考试

高二年级 数学学科

(时间: 100分钟 满分: 120分)

2018、11、5

一、 选择题: 本大题共 10 个小题, 每小题 5 分, 共 50 分。在每小题给出的四个选项中, 有且只有一项是符合题目要求的。

- 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的离心率是 ()
 A、 $\frac{3}{5}$ B、 $\frac{4}{5}$ C、 $\frac{3}{4}$ D、 $\frac{5}{\sqrt{41}}$
- 若 $x > 1$, 则 $x + \frac{4}{x-1}$ 的最小值为 ()
 A、 3 B、 $2\sqrt{2}+1$ C、 4 D、 5
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 + a_9 = 16$, $a_4 = 1$, 则 $a_{12} =$ ()
 A、 15 B、 30 C、 31 D、 64
- 若 $a, b, c \in R, a > b$, 那么下列不等式成立的是 ()
 A、 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B、 $a^2 > b^2$ C、 $\frac{a}{a^2+1} > \frac{b}{b^2+1}$ D、 $a|c| > b|c|$
- 已知双曲线 M 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点相同。如果直线 $y = -\sqrt{2}x$ 是 M 的一条渐近线, 那么 M 的方程为 ()
 A、 $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{9} = 1$ B、 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{18} = 1$ C、 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ D、 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$
- 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题: “远望巍巍塔七层, 红光点点倍加增, 共灯三百八十一, 请问尖头几盏灯?” 意思是: 一座 7 层的塔共挂了 381 盏灯, 且相邻两层中下一层灯数是上一层灯数的 2 倍, 则塔的顶层共有灯 ()
 A、 1 盏 B、 3 盏 C、 5 盏 D、 9 盏
- 已知不等式 $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{a}{y}\right) \geq 9$ 对任意的正实数 x, y 恒成立, 则正实数 a 的最小值为 ()
 A、 2 B、 4 C、 6 D、 8
- 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, 倾斜角为 α 的直线与抛物线交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 8$, 则这条直线方程为 ()
 A、 $y = x - 1$ B、 $y = -x + 1$
 C、 $y = x - 1$ 或 $y = -x - 1$ D、 $y = x - 1$ 或 $y = -x + 1$

9、已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F ，短轴上一个端点为 M ，直线 $l: 3x - 4y = 0$ 交椭圆 E 与 A, B 两点，若 $|AF| + |BF| = 4$ ，点 M 到直线 l 的距离不小于 $\frac{4}{5}$ ，椭圆 E 的离心率的取值范围是 ()

- A、 $\left[\frac{3}{4}, 1\right)$ B、 $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ C、 $\left(0, \frac{3}{4}\right]$ D、 $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

10、已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2n - 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，记 $T_1 = a_1$ ，

$$T_n = \begin{cases} T_{n-1} + a_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ 为奇数} \\ T_{n-1} + a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}, & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (n = 2, 3, \dots), \text{ 那么 } T_{2n} = ()$$

- A、 $3n^2 + 2n$ B、 $2^n + 1$ C、 $\frac{11n}{2} - 6$ D、 $\begin{cases} 5, & n = 1 \\ 4n^2 - 3n + 6, & n \neq 1 \end{cases}$

二、填空题：本大题 6 道小题，每小题 4 分，共 24 分。

11、已知抛物线 $x^2 = 4y$ 上的一点 M 到此抛物线的焦点的距离为 2，则点 M 的纵坐标是_____。

12、等比数列 $\{a_n\}$ 的公比大于 1， $a_5 - a_1 = 15, a_4 - a_2 = 6$ ，则 $a_3 =$ _____

13、不等式 $2x > x^2 + a$ 对于一切 $x \in [-2, 3]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是_____

14、设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$ ，则 $a_8 =$ _____

15、已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点为 F ， P 是双曲线 C 的左支上的一点， $M(0, 2)$ ，则 $\triangle PFM$ 的周长的最小值为_____

16、曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1(-1,0)$ 和 $F_2(1,0)$ 的距离的积等于常数 $a^2 (a > 1)$ 的点的轨迹。给出下列三个结论：

- ①曲线 C 过坐标原点；
- ②曲线 C 关于坐标原点对称；
- ③若点 P 在曲线 C 上，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积不大于 $\frac{1}{2}a^2$ 。

其中，所有正确结论的序号是_____

三、解答题：本大题共 4 道小题，共 46 分。

17、（本题满分 10 分）

已知抛物线如图，已知抛物线的方程为 $y^2 = 4x$ ，直线 l 过定点 $P(-2,1)$ ，斜率为 k ， k 为何值时，直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ ：

只有一个公共点；有两个公共点；没有公共点？

18、（本小题满分 12 分）

已知关于 x 的不等式： $ax^2 + (a-2)x - 2 > 0$ ($a \in R, a$ 是常数)、

- (1) 当 $a=3$ 时，求不等式的解集；
- (2) 求关于 x 的不等式： $ax^2 + (a-2)x - 2 > 0$ 的解集。

19、（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=2, b_1=1$ ，且
$$\begin{cases} a_n = \frac{3}{4}a_{n-1} + \frac{1}{4}b_{n-1} + 1 \\ b_n = \frac{1}{4}a_{n-1} + \frac{3}{4}b_{n-1} + 1 \end{cases} \quad (n \geq 2, n \in N^*)$$

- (1) $c_n = a_n + b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n 。

20、已知椭圆的两个焦点 F_1, F_2 的坐标分别为 $(-2,0), (2,0)$ ，并且经过点 $(2, \frac{5}{3})$ 。过左焦点 F_1 ，斜率为 $k_1 (k_1 \neq 0)$ 的直线与椭圆交于 A, B 两点。设 $R(1,0)$ ，延长 AR, BR 分别与椭圆交于 C, D 两点。

- (1) 求椭圆的标准方程；
- (2) 若点 $A(2, \frac{5}{3})$ ，求 C 点坐标；
- (3) 设直线 CD 的斜率为 k_2 ，求证 $\frac{k_1}{k_2}$ 为定值。

答案

1-5、ADACC

6-10、BBDDA

11、1

12、4

13、 $(-\infty, -8)$

14、15

15、 $4\sqrt{2}+2$

16、②③

17、 $k=0$ 或 $k=\frac{1}{2}$ 或 $k=-1$ 时，只有一个公共点；

$0 < k < \frac{1}{2}$ 或 $-1 < k < 0$ 有两个公共点；

$k > \frac{1}{2}$ 或 $k < -1$ 没有公共点。

18、

(1) $(-\infty, -1)$ 或 $(\frac{2}{3}, +\infty)$

(2) ① $a=0$ 时，不等式的解集是 $(-\infty, -1)$

② $a > 0$ 时，不等式的解集是 $(-\infty, -1) \cup (\frac{2}{a}, +\infty)$

③ $a < -2$ 时，不等式的解集是 $(-1, \frac{2}{a})$

④ $a = -2$ 时，不等式的解是 \emptyset

⑤ $-2 < a < 0$ 时，不等式的解集是 $(\frac{2}{a}, -1)$

19、

(1) $c_n = 2n+1$

(2) $a_n = (\frac{1}{2})^n + n + \frac{1}{2}$

$S_n = 1 - (\frac{1}{2})^n + \frac{n^2 + 2n}{2}$

20、

$$(1) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$(2) A(-\frac{1}{3}, -\frac{20}{9})$$

$$(3) \frac{4}{7}$$

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980