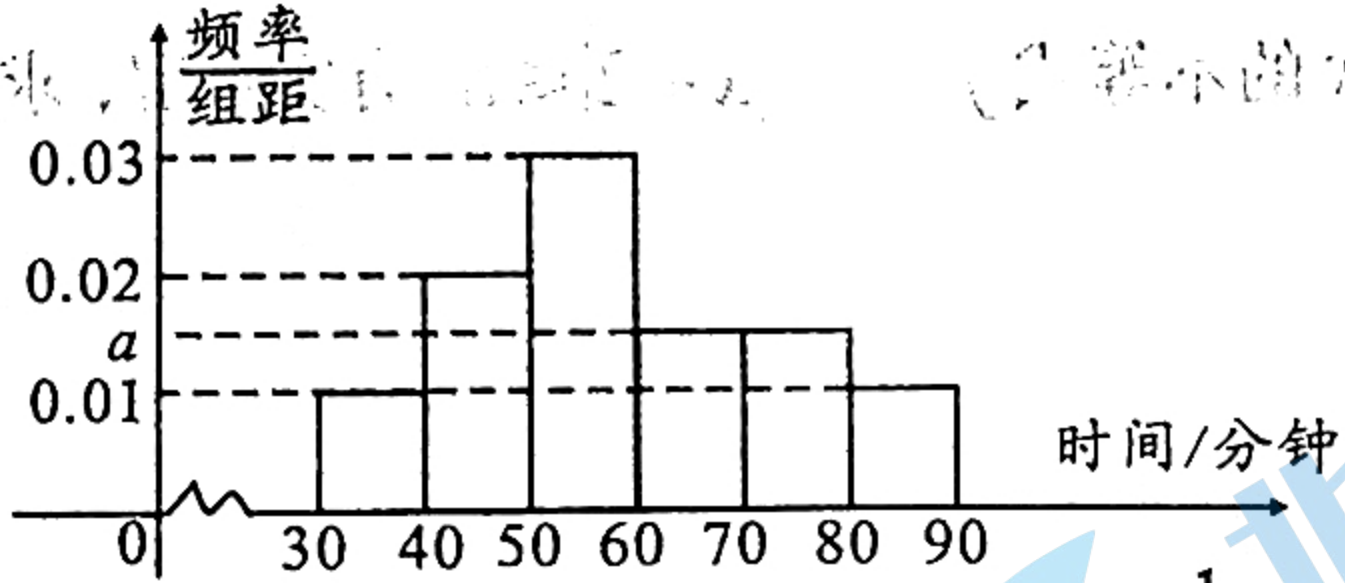


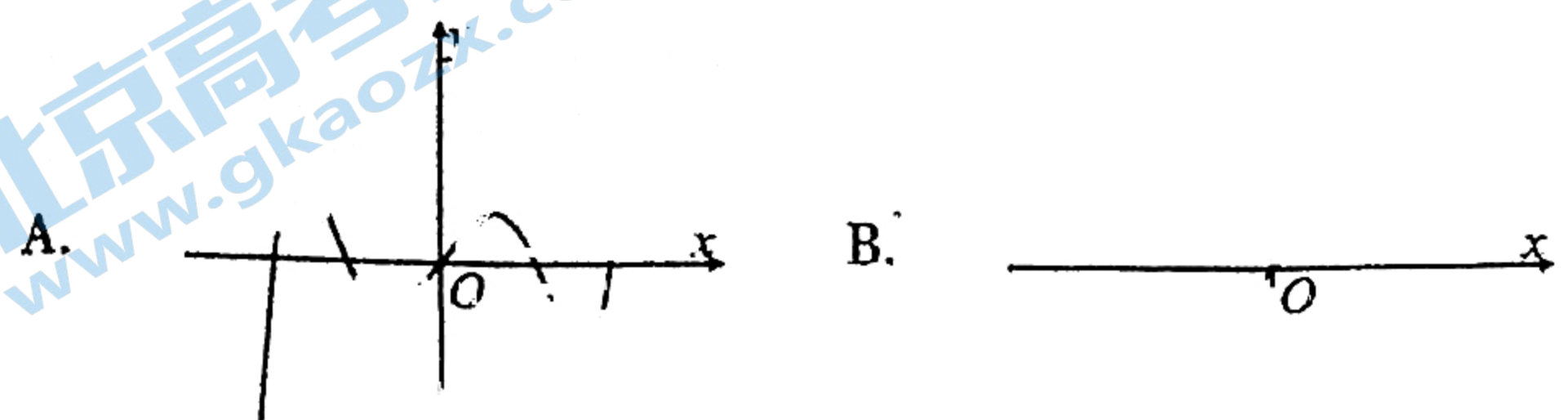
第 I 卷 (选择题 共 60 分)

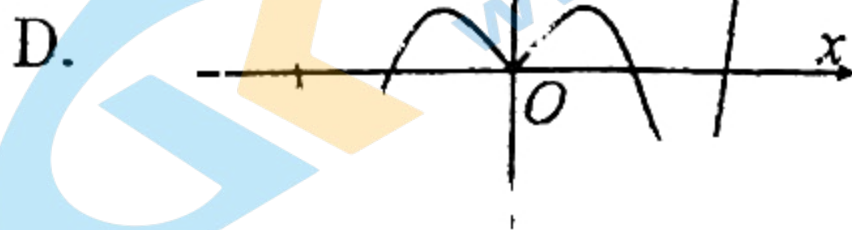
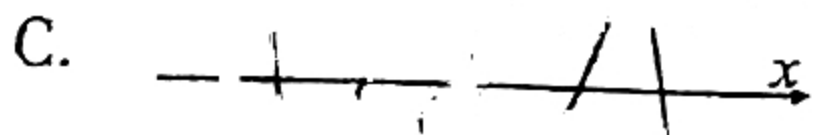
一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

- 若集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid \log_2 x < 3\}$, $B = \{x \mid y = \sqrt{x-3}\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 已知 $z \cdot i = 3 + i$, 则复数 z 在复平面内对应的点位于 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 为了解“双减”政策实施后学生每天的体育活动时间, 研究人员随机调查了该地区 10000 名学生每天进行体育运动的时间, 将所得数据统计如下图所示, 则可以估计该地区学生每天体育活动时间的平均数约为 ()
 A. 55 分钟 B. 56.5 分钟 C. 57.5 分钟 D. 58.5 分钟



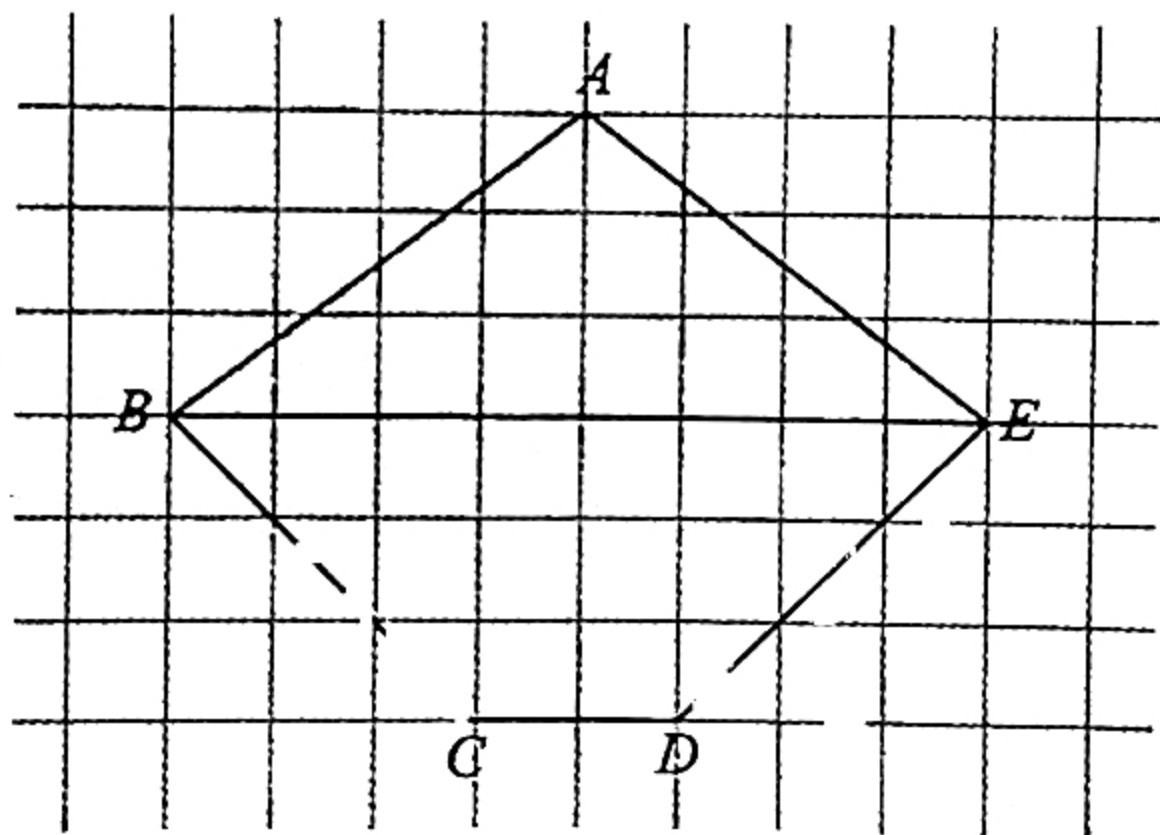
- 已知向量 $a = (1, -2)$, $b = (1, \lambda)$, 则 “ $\lambda < \frac{1}{2}$ ” 是 “ a 与 b 的夹角为锐角” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 函数 $f(x) = xe^{|x|} - 2x^3$ 在 \mathbf{R} 上的图象大致为 ()





6. 下图中小正方形的边长为1, 粗线画出的是某平面多边形, 现将该图形绕 BE 的垂直平分线旋转 180° , 则所得几何体的体积为 ()

(注: 圆台的体积 $V = \frac{1}{3}\pi h(r'^2 + r'r + r^2)$, 其中 r', r 分别是上、下底面半径, h 是高)



- A. 35π B. 36π C. 37π D. 39π

7. 将函数 $f(x) = 4\sin 2x - \frac{\pi}{3}$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 再将函数 $g(x)$ 的图象横坐标伸长到原来的3倍 (纵坐标不变), 得到函数 $h(x)$ 的图象, 则函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 ()

A. $\left[-\frac{5\pi}{4} + 3k\pi, \frac{\pi}{4} + 3k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$

B. $\left[\frac{\pi}{4} + 3k\pi, \frac{7\pi}{4} + 3k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$

C. $\left[-\frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$

D. $\left[\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, \frac{7\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$

8. 曲线 $y = \frac{2x+a}{x+2}$ 在点 $(1, b)$ 处的切线方程为 $kx - y + 6 = 0$, 则 k 的值为 ()

- A. -1 B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

9. 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 2n, b_n = 2^n$, 现从数列 $\{a_n\}$ 中剔除 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的公共项后, 将余下的项按照从小到大的顺序进行排列, 得到新的数列 $\{c_n\}$, 则数列 $\{c_n\}$ 的前 150 项之和为 ()

- A. 23804 B. 23946 C. 24100 D. 24612

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , Q 为 C 上一点, M 为 C 的准线 l 上一点且 $QM \parallel x$ 轴. 若 O 为坐标原点, P 在 x 轴上, 且在点 F 的右侧, $|OP| = 4, |QF| = |QP|, \angle MQP = 120^\circ$, 则准线 l 的方程为 ()

- A. $x = -\frac{16}{5}$ B. $x = -\frac{2}{5}$ C. $x = -\frac{4}{5}$ D. $x = -\frac{8}{5}$

11. 已知三棱锥 $S-ABC$ 中, 平面 $SAC \perp$ 平面 ABC , 且 $AB \perp AC, \angle SCA = 30^\circ$, 若 $AB = SA = 4$, 则三棱锥 $S-ABC$ 外接球的表面积为 ()

- A. 64π B. 128π C. 40π D. 80π

12. 若关于 x 的不等式 $xe^x \geq a \left(\frac{2 \ln x}{x} + 1 \right) + \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立,

则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\{1\}$ B. $[1, e)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[e, +\infty)$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_8(6-x), & x \leq 0 \\ f(x-8), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2022) =$ _____.

$$|2x - 3 \leq y$$

4. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ y \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 2x + 3y$ 的最小值为

5. 已知首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_{n+1} = S_n + 12a_n + 5$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$ _____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$, 左顶点为 M , 点 P, R 为圆 $C': x^2 + y^2 - 2cx - a^2 - 2ac = 0$ 与双曲线 C 右支的两个交点, 若 Q 为线段 MP 的中点, 且 $RQ \perp MP$, 则双曲线 C 的离心率为 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分)

某市教育局对某中学高一年级学生开展疫情防控知识调研, 从参与调研的学生中随机抽取 60 名, 将他们的成绩记录如下, 其中成绩为 80 分及以上视为优秀.

	0 - 59	60 - 79	80 - 100
女生	5	15	10
男生	7	8	15

(I) 补全 2×2 列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为成绩优秀与性别有关;

	非优秀	优秀	合计
女生			
男生			
合计			

(II) 先利用分层抽样的方法从成绩优秀的学生中随机抽取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 2 人进行下一轮测试, 求抽取的 2 人中至少有 1 人是男生的概率.

附: $K^2 = \frac{n}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d.$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $b = \sqrt{10}$,

$$c = 2, B = \frac{\pi}{4}.$$

(I) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(II) 若点 M 在线段 AC 上, 且 $\tan \angle AMB = \frac{3}{2}$, 求 $\tan \angle MBC$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AD$, $AD \parallel BC$, $PA = 2AD = 2AB = 4BC = 4$, E 为线段 PD 上一点, 且 $PE : DE = 4 : 1$.

(I) 求三棱锥 $P-BCE$ 的体积;

(II) 求证: $PD \perp$ 平面 ABE .



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $A\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 且点 A 到

椭圆 C 的右顶点的距离为 $\frac{\sqrt{39}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 已知 O 为坐标原点, 直线 $l: y = kx + m (k > 0, m < 0)$ 与 C 交于 M, N 两点, 记线段 MN 的中点为 P ; 连接 OP 并延长交 C 于点 Q , 直线 $x = 6$ 交射线 OP 于点 R , 且 $|OP| \cdot |OR| = 6$, 求证: 直线 l 过定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = -2\ln x + 2ax - ax^2$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I) 若 $a = -\frac{1}{2}$, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(II) 已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$, 且

$x_1 > x_2 > 0$, 若 $\frac{x_1 + x_2}{2} + x_1 x_2 > \lambda$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 解答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$$

(α 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 得曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta + \cos \theta - \rho = 0$.

(I) 求曲线 C_1 的极坐标方程与 C_2 的直角坐标方程;

(II) 已知射线 $l: y = kx (x \geq 0, 1 \leq k \leq 2)$ 与曲线 C_1 交于 O, M 两点, 与 C_2 交于 O, N 两点, 求 $OM \cdot ON$ 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x - 3| + |3x - 6| + 2a + 2$

(I) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) < 2$ 的解集;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) - |x - 2| \leq a^2$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkzxx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。