

1. D

因为 $\cos\langle \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2 \rangle = \frac{1 \times (-3) + 0 \times 1 + 1 \times 3}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 1^2 + 3^2}} = 0$, 所以平面 α 与 β 所成的角等于 90° .

2. (2021 东城高二上期末 7) B

若 $DE \parallel$ 平面 ABC , 则 $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 共面, 故存在 x, y 使得 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 若存在 x, y 使得 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 共面, 则 $DE \parallel$ 平面 ABC 或 $DE \subset$ 平面 ABC , 所以“存在 x, y 使得 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ”是“ $DE \parallel$ 平面 ABC ”的必要不充分条件.

3. B

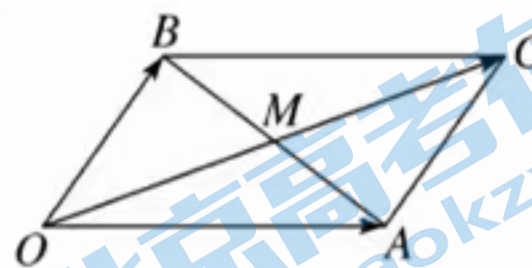
4. (2022 大兴高二上期末 7) D

5. A

6. C

7. A

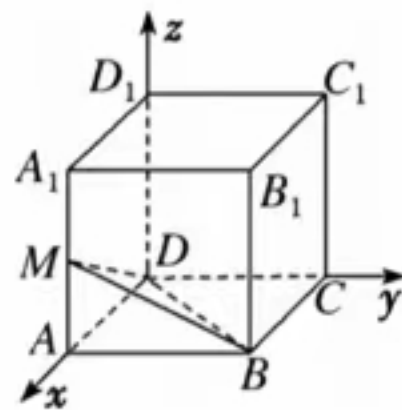
根据题意, 画出图形, 如图所示. 因为向量 $\overrightarrow{OA} = (2, -2, 3)$, 向量 $\overrightarrow{OB} = (x, 1-y, 4z)$, 且平行四边形 $OACB$ 对角线的中点 M 为 $(0, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, 所以 $A(2, -2, 3), B(x, 1-y, 4z)$,



$$\text{所以 } \begin{cases} \frac{2+x}{2} = 0, \\ \frac{-2+(1-y)}{2} = \frac{3}{2}, \\ \frac{3+4z}{2} = -\frac{1}{2}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = -2, \\ y = -4, \\ z = -1, \end{cases} \text{ 所以 } (x, y, z) = (-2, -4, -1).$$

8. A

建立如图所示的空间直角坐标系, 则 $D(0,0,0)$, $M(a, 0, \frac{a}{2})$, $B(a, a, 0)$, $A_1(a, 0, a)$, 所以 $\overrightarrow{DM} = (a, 0, \frac{a}{2})$, $\overrightarrow{DB} = (a, a, 0)$, $\overrightarrow{DA_1} = (a, 0, a)$. 设平面 MBD 的一个法



向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$, 则 $\begin{cases} ax + \frac{a}{2}z = 0, \\ ax + ay = 0, \end{cases}$ 令 $x = 1$, 则可得 $\mathbf{n} = (1, -1, -2)$. 所以 $d = \frac{|\overrightarrow{DA_1} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = \frac{|a - 2a|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}a$.

9. C

10. (2021 房山高二期上期末 10) B

11. $\frac{2}{5}$.

因为 $|a| = \sqrt{5}$, $|b| = 2\sqrt{5}$, $a \cdot b = (0, -2, -1) \cdot (2, 0, 4) = -4$,

所以 $\cos\langle a, b \rangle = \frac{-4}{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

因为异面直线夹角的范围是 $(0, \frac{\pi}{2}]$,

所以异面直线 l_1 与 l_2 的夹角的余弦值等于 $\frac{2}{5}$.

12. 0.

因为 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间的一组基底, 所以 e_1, e_2, e_3 为不共面的向量.

又因为 $\lambda e_1 + \mu e_2 + \nu e_3 = 0$, 所以 $\lambda = \mu = \nu = 0$, 所以 $\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 0$.

13. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 或 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$.

14. (2019 海淀高三上期末理 14) $\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}$.

分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系, 设 $M(0, 1, a)$ ($0 \leq a \leq 1$), $P(x, y, 1)$,

则 $\overrightarrow{BD_1} = (-1, -1, 1)$, $\overrightarrow{BM} = (0, -1, a)$, $\overrightarrow{AP} = (x-1, y, 1)$. 所以 $x = a+2, y = -a$, 所以

$AP = \sqrt{(a-1)^2 + a^2 + 1} = \sqrt{2(a-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{2}}$. 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, AP 取到最小值 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

15. $(\frac{1}{3}, 1)$.

16. (1) 因为 $a = (1, 2, -2)$, $b = (-2, -4, 4)$, 所以 $\frac{1}{-2} = \frac{2}{-4} = \frac{-2}{4}$, 即 $b = -2a$. 故 $a \parallel b$.

(2) 因为 $a \parallel c$, 所以 $\frac{1}{2} = \frac{2}{x} = \frac{-2}{-4}$, 所以 $x = 4$. 此时 $c = (2, 4, -4)$, 故

$|c| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-4)^2} = 6$.

(3) 由已知得 $a + 2c = (5, 2+2x, -10)$, $b + c = (0, x-4, 0)$. 因为 $(a + 2c) \perp (b + c)$, 所以

$(a + 2c) \cdot (b + c) = 0$, 即 $(2+2x)(x-4) = 0$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 4$.

17. (1) 略; (2) $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$.

18. (2022 昌平二模 16)

(1) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,

因为 $BC \perp$ 平面 AA_1B_1B , $AB_1 \subset$ 平面 AA_1B_1B ,

所以 $BC \perp AB_1$, 即 $BM \perp AB_1$.

因为四边形 AA_1B_1B 是正方形,

所以 $A_1B \perp AB_1$.

因为 $A_1B \cap BM = B, A_1B, BM \subset$ 平面 A_1BM ,

所以 $AB_1 \perp$ 平面 A_1BM .

(2) 如图, 建立空间直角坐标系 $D-xyz$, 则 $A(2,0,0)$,

$B(2,2,0), B_1(2,2,2), A_1(2,0,2), M(1,2,0), C_1(0,2,2)$.

所以 $\overrightarrow{AB_1} = (0,2,2), \overrightarrow{A_1C_1} = (-2,2,0), \overrightarrow{C_1M} = (1,0,-2)$.

由 (1) 知, 平面 A_1BM 的一个法向量为 $\overrightarrow{AB_1} = (0,2,2)$,

设平面 A_1MC_1 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (x,y,z)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{A_1C_1} = -2x + 2y = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{C_1M} = x - 2z = 0, \end{cases} \text{ 所以 } x = y, x = 2z.$$

令 $x = 2$, 则 $y = 2, z = 1$, 所以 $\mathbf{n} = (2,2,1)$.

$$\text{所以 } \cos \langle \mathbf{n}, \overrightarrow{AB_1} \rangle = \frac{\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AB_1}}{|\mathbf{n}| \cdot |\overrightarrow{AB_1}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

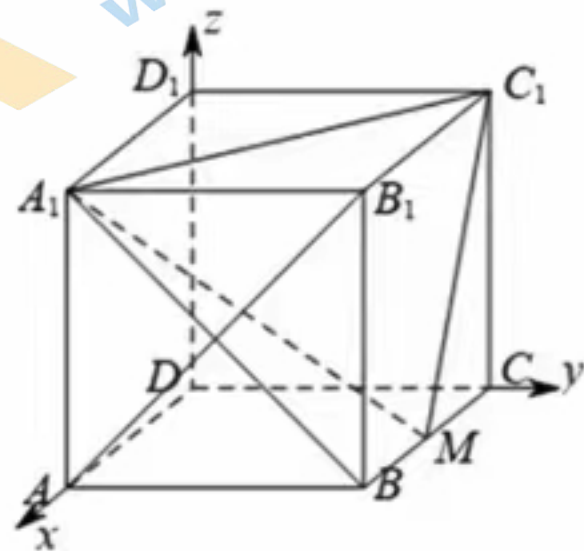
由图可知, 二面角 $B-A_1M-C_1$ 为钝角,

所以二面角 $B-A_1M-C_1$ 的大小为 135° .

(3) 设点 A 到平面 A_1MC_1 的距离 $d, \overrightarrow{AA_1} = (0,0,2)$,

$$\text{则 } d = \frac{|\overrightarrow{AA_1} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = \frac{2}{3}.$$

所以点 A 到平面 A_1MC_1 的距离为 $\frac{2}{3}$.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！



微信搜一搜



京考一点通