意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

. 已知集合 $A=\{x|x+2\geqslant 0\}$，$B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-4,-3,-2,-1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

. 已知复数 $z=3+4i$，则 $|z|+\bar{z}=$

A. $28+4i$　　B. $28-4i$　　C. $8+4i$　　D. $8-4i$

. "$\begin{cases}x>1,\\y>1\end{cases}$"是"$x+y>2$"的

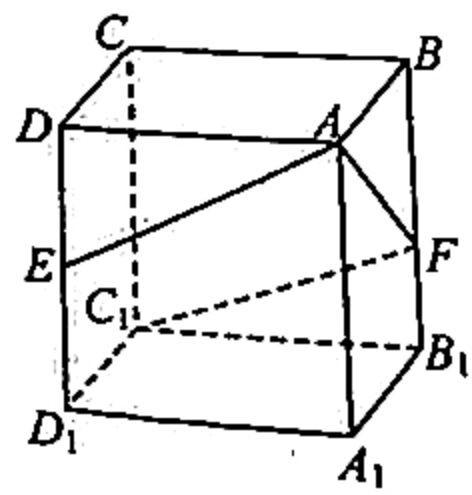
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$，则 $\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{4}\right)=$

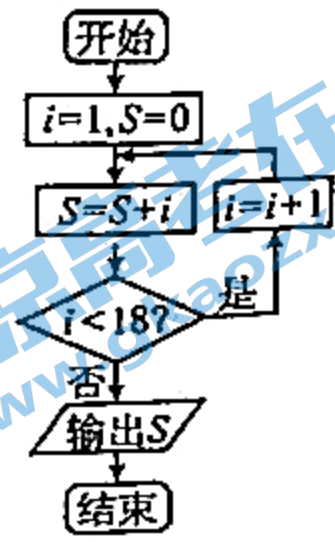
A. $\pm\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

. 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 $E$ 是棱 $DD_1$ 的中点，点 $F$ 是棱 $BB_1$ 上的动点. 给出以下结论：①在 $F$ 运动的过程中，直线 $FC_1$ 能与 $AE$ 平行；②直线 $AC_1$ 与 $EF$ 必然异面；③设直线 $AE$，$AF$ 分别与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 相交于点 $P$，$Q$，则点 $C_1$ 可能在直线 $PQ$ 上. 其中，所有正确结论的序号是




A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

6. 《算法统宗》是由明代数学家程大位所著的一部应用数学著作，其完善了珠算口诀，确立了算盘用法，并完成了由筹算到珠算的彻底转变，该书清初又传入朝鲜、东南亚和欧洲，成为东方古代数学的名著. 书中卷八有这样一个问题："今有物倚壁，一面尖堆，底脚阔一十八个，问共若干？"右图所示的程序框图给出了解决该题的一个算法，执行该程序框图，输出的 $S$ 即为该物的总数 $S$，则总数 $S=$



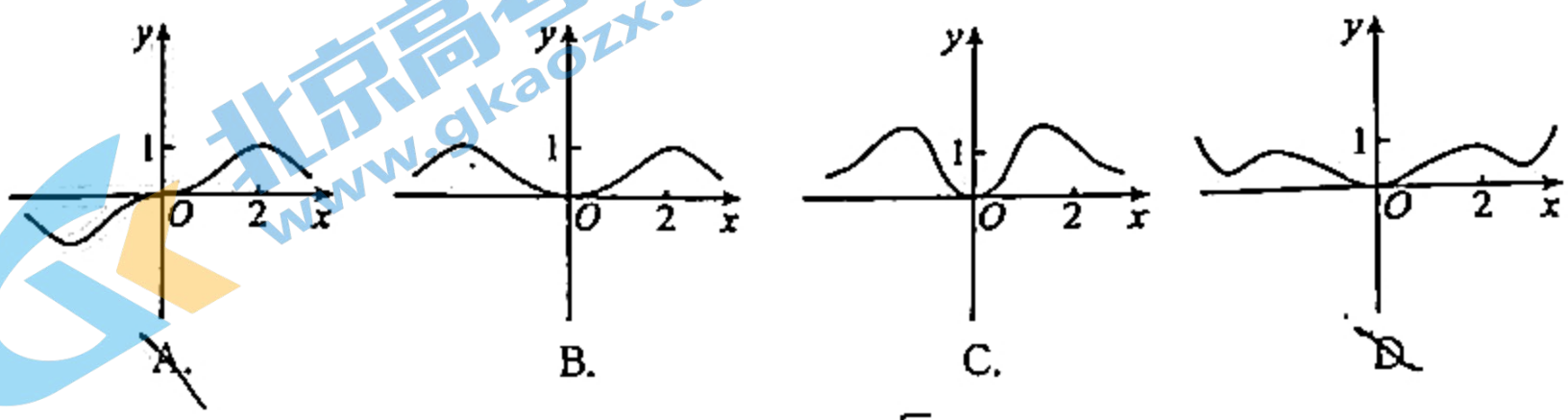

A. 136　　B. 153

C. 171　　D. 190

7. 已知直线 $l$ 过点 $A(-1,0)$，与圆 $M:x^2+y^2+4x=0$ 相交于 $B,C$，使得 $|BC|=2\sqrt{3}$，则满足条件的直线 $l$ 的条数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 函数 $f(x)=\dfrac{2x^2}{e^x+e^{-x}}$ 的图象大致为




9. 设△$ABC$ 的内角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $\dfrac{\sqrt{3}c}{a\cos B}+\tan A+\tan B=0$，则 $A=$

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{2\pi}{3}$

10. 2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会（即 2022 年北京冬季奥运会）的成功举办，展现了中国作为一个大国的实力和担当，"一起向未来"更体现了中国推动构建人类命运共同体的价值追求. 在北京冬季奥运会的某个比赛日，某人欲在冰壶（●）、冰球（●）、花样滑冰（Ȯ）、跳台滑雪（Ȯ）、自由式滑雪（Ȯ）这 5 个项目随机选择 2 个比赛项目现场观赛（注：比赛项目后括号内为"●"表示当天不决出奖牌的比赛，"Ȯ"表示当天会决出奖牌的比赛），则所选择的 2 个观赛项目中最多只有 1 项当天会决出奖牌的概率为

A. $\dfrac{3}{10}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{7}{10}$

11. 已知双曲线 $C$ 的一条渐近线为直线 $\sqrt{3}x-y=0$，$C$ 的右顶点坐标为 $(1,0)$，右焦点为 $F$. 若点 $M$ 是双曲线 $C$ 右支上的动点，点 $A$ 的坐标为 $(3,5)$，则 $|MA|+|MF|$ 的最小值为

A. $\sqrt{26}-1$　　B. $\sqrt{26}$　　C. $\sqrt{26}+1$　　D. $\sqrt{26}+2$

12. 设 $a=\dfrac{1}{50}$，$b=\ln(1+\sin 0.02)$，$c=2\ln\dfrac{51}{50}$，则 $a,b,c$ 的大小关系正确的是

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $a=(1,2)$，$b=(3,t)$，若 $a\perp(a-b)$，则实数 $t$ 的值为_____.

14. 函数 $y=\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 后所得函数图象关于 $y$ 轴对称，则

15. 已知抛物线 $C$ 以坐标原点 $O$ 为顶点，以 $\left(\frac{p}{2},0\right)$ 为焦点，直线 $x-my-2p=0$ 与抛物线 $C$ 交于两点 $A,B$，直线 $AB$ 上的点 $M(1,1)$ 满足 $OM\perp AB$，则抛物线 $C$ 的方程为_____.

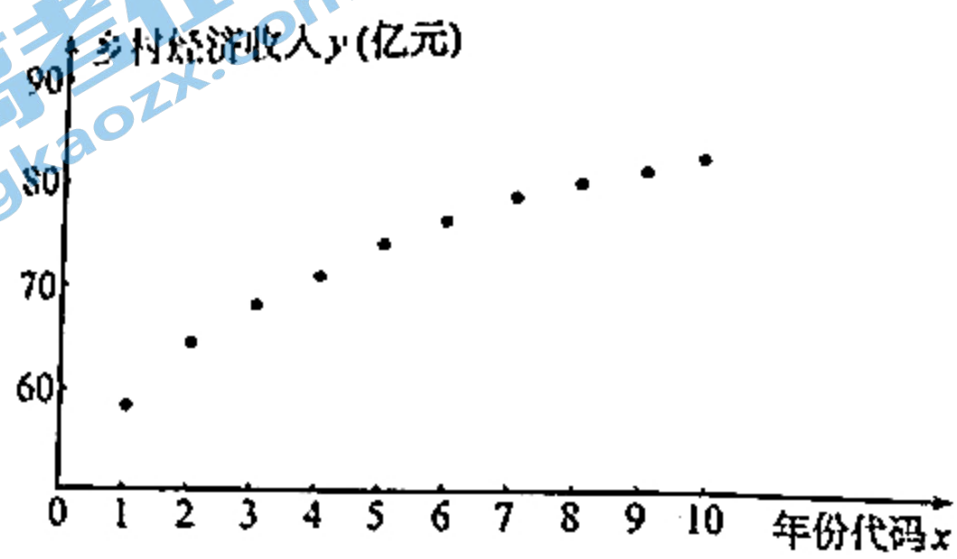
16. 已知 $P,A,B,C,D$ 都在同一个球面上，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$\angle APB=60^\circ$；当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时，该球的半径为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某县为了解乡村经济发展情况，对全县乡村经济发展情况进行调研，现对 2012 年以来的乡村经济收入 $y$（单位：亿元）进行了统计分析，制成如图所示的散点图，其中年份代码 $x$ 的值 1—10 分别对应 2012 年至 2021 年.




（1）若用模型①$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，②$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\sqrt{x}$ 拟合 $y$ 与 $x$ 的关系，其相关系数分别为 $r_1=0.8519$，$r_2=0.9901$，试判断哪个模型的拟合效果更好？

（2）根据（1）中拟合效果更好的模型，求 $y$ 关于 $x$ 的回归方程（系数精确到 0.01），并估计该县 2025 年的乡村经济收入（结果精确到 0.01）.

参考数据：$t_i=\sqrt{x_i}$，$\bar{t}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}t_i$，$\sqrt{13}\approx3.605$，$\sqrt{14}\approx3.742$，$\sqrt{15}\approx3.873$.

| $\bar{y}$ | $\bar{t}$ | $\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2$ | $\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})^2$ | $\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})$ | $\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(t_i-\bar{t})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 72.65 | 2.25 | 126.25 | 4.52 | 235.48 | 49.16 |

参考公式：对于一组数据 $(t_1,y_1),(t_2,y_2),\cdots,(t_n,y_n)$，回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.

18.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+1$，设 $b_n=a_n-2$.

（1）求 $b_1,b_2,b_3$；

（2）判断数列 $\{b_n\}$ 是不是等比数列，并说明理由；

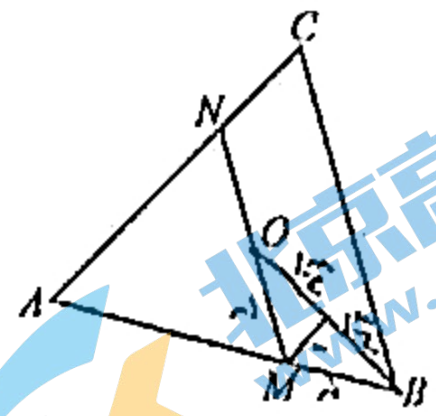
（3）求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

19.(12 分)

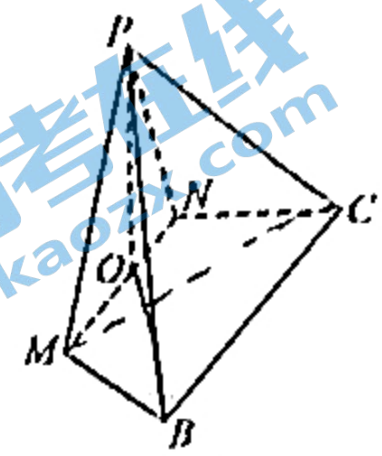
如图(1),已知△$ABC$ 是边长为 6 的等边三角形,点 $M$,$N$ 分别在 $AB$,$AC$ 上,$MN$∥$BC$,$O$ 是线段 $MN$ 的中点.将△$AMN$ 沿直线 $MN$ 进行翻折,$A$ 翻折到点 $P$,使得平面 $PMN$⊥平面 $MNCB$,如图(2).

(1)求证 $PO$⊥$BM$;

(2)若 $MN=4$,求点 $M$ 到平面 $PBC$ 的距离.



图(1)



图(2)

20.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,点$\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在椭圆 $C$ 上.

(1)求椭圆 $C$ 的方程;

(2)设 $P(x_0,y_0)$是椭圆 $C$ 上第一象限内的点,直线 $l$ 过 $P$ 且与椭圆 $C$ 有且仅有一个公共点.

①求直线 $l$ 的方程(用 $x_0$,$y_0$ 表示);

②设 $O$ 为坐标原点,直线 $l$ 分别与 $x$ 轴,$y$ 轴相交于点 $M$,$N$,求△$MON$ 面积的最小值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x+e^x-2ex+ae$.

(1)当 $a=e$ 时,求曲线 $y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)若 $a$ 为整数,当 $x\geqslant 1$ 时,$f(x)\geqslant 0$,求 $a$ 的最小值.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中,已知直线 $l$ 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数),曲线 $C$ 的方程 $x^2+y^2+8y+7=0$.以坐标原点 $O$ 为极点,$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线 $l$ 及曲线 $C$ 的极坐标方程;

(2)设直线 $l$ 与曲线 $C$ 相交于 $M$,$N$ 两点,满足$||OM|-|ON||=2\sqrt{5}$,求直线 $l$ 的斜率.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2-x|+2|x+1|$.

(1)若存在 $x_0\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_0)\leqslant 4-a^2$,求实数 $a$ 的取值范围;

(2)令 $f(x)$的最小值为 $M$.若正实数 $a$,$b$,$c$ 满足$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=M$,求证:$a+b+c\geqslant 12$.

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。