绝密★启用前

2024 届高三 11 月一轮总复习调研测试

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x<-2,或 x>2\}$，$B=\{x|x^2-2x-3\geqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A. $(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]\cup(2,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2)\cup[3,+\infty)$

2. 命题“对于任意正数 x，都有 $x+2>0$”的否定是

A. 对于任意正数 x，都有 $x+2<0$　　B. 对于任意正数 x，都有 $x+2\leqslant 0$

C. 存在正数 x，使得 $x+2\leqslant 0$　　D. 存在非正数 x，使得 $x+2\leqslant 0$

3. 已知复数 z 满足 $|z-\mathrm{i}|=|z|$，则 $|z|$ 的最小值为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

4. 设 $a=\mathrm{e}^{-\frac{4}{3}}$，$b=\ln 3$，$c=3^{-1+\log_3 2}$，则

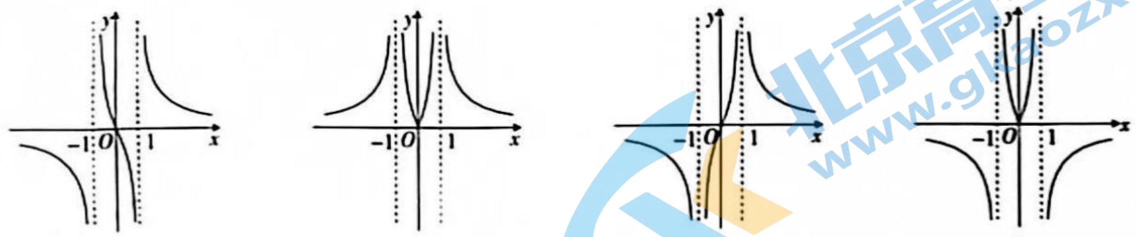
A. $c<a<b$　　B. $b<a<c$

C. $a<c<b$　　D. $a<b<c$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\angle ABC=$

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

6. 函数 $f(x)=\frac{x^2}{2-2^{|x|}}$ 的图象大致为



A.　　B.　　C.　　D.

7. 已知 $\frac{\pi}{6}<\alpha<\pi$，$0<\beta<\pi$，$\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)=\cos\beta$. 若 $\tan\alpha=3^k$，$\tan\beta=3^{-k}$，则 $k=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

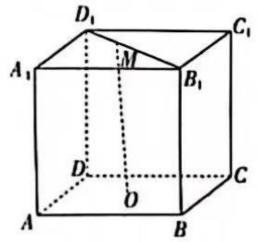
8. 设将函数 $f(x)=x\mathrm{e}^x+1$ 的图象绕原点顺时针旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得到的曲线是函数 $y=g(x)$ 的图象. 若 $g(x)\geqslant m$，则实数 m 的取值范围是

A. $\left(-\infty,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　B. $(-\infty,0]$

C. $(-\infty,\sqrt{2}]$　　D. $(-\infty,1]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为正方形 $ABCD$ 的中心，当点 M 在线段 B_1D_1（不包含端点）上运动时，下列直线中一定与直线 OM 异面的是



A. CC_1

B. A_1B

C. AB_1

D. DB_1

10. 已知函数 $f(x)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则

A. $\omega=2$

B. $f(x)$ 的图象在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上存在对称轴

C. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},0\right]$ 上单调递增

D. 将 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度可得到 $f(x)$ 的图象

11. 已知正数 m,n 满足 $m+2n=3$，则

A. $\frac{4}{m}+\frac{1}{2n}$ 的最小值为 3　　B. $\frac{4}{m^2}+\frac{1}{n^2}$ 的最小值为 $\frac{32}{9}$

C. $\frac{m^2}{m+1}+\frac{4n^2}{2n+1}$ 的最小值为 3　　D. $\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}$ 的最大值为 $\sqrt{10}$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{ax^2-2x+1}{\mathrm{e}^x}$，则下列结论正确的是

A. 对于任意的 $a\in\mathbf{R}$，存在偶函数 $g(x)$，使得 $y=\mathrm{e}^xf(x)+g(x)$ 为奇函数

B. 若 $f(x)$ 只有一个零点，则 $a=1$

C. 当 $a=1$ 时，关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有 3 个不同的实数根的充要条件为 $0<m<\frac{4}{\mathrm{e}^3}$

D. 对于任意的 $a\in\mathbf{R}$，$f(x)$ 一定存在极值

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\tan 420° + \cos 390° =$ ________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,3)$，则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量的坐标为________.

15. 已知数列的各项如下：

$2^1, 1^2,$

$3^1, 2^2, 1^3,$

$4^1, 3^2, 2^3, 1^4,$

$5^1, 4^2, 3^3, 2^4, 1^5,$

$6^1, 5^2, 4^3, 3^4, 2^5, 1^6,$

…

当 9^8 首次出现时，该数是此数列的第________项.

16. 已知函数 $f(x)$ 满足：对于任意正整数 x, y，$f(x+y)=f(x)+f(y)+2$. 若使得不等式 $f(x)>4\,047$ 成立的最小正整数是 2 023，则 $f(1)$ 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在△ABC 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 已知 $c\cos B + b\cos C = a\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$.

(1) 求角 B 的大小；

(2) 设 $a=2$，$b=\sqrt{6}$，求 $\cos(2B-A)$ 的值.

18. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_3+a_6+a_9=33$，$S_7=49$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n\cdot 2^n$，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. (12 分) 在△ABC 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c，已知 M 为 BC 边的中点，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{a(a-b)}{2}$.

(1) 求角 C 的大小；

(2) 若△ABC 的面积为 $4\sqrt{3}$，求△ABC 周长的最小值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x)=x^2-x+2\ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=2$ 处的切线方程；

(2) 证明：$x^3-f(x)>\sin 2x$.

21. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=4n^2-1$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $\sum_{k=1}^{n}a_kb_k=\frac{n^2+n}{2}$.

(1) 求 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n=(-1)^nb_n$，记数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，从下面两个条件中选一个，判断是否存在符合条件的正整数 $k, m, n\,(k<m<n)$，若存在，求出 k, m, n 的一组值；若不存在，请说明理由.

①k, m, n 成等比数列且 S_{2k}, S_{2m}, S_{2n} 成等比数列；

②k, m, n 成等差数列且 $S_{2k-1}, S_{2m-1}, S_{2n-1}$ 成等差数列.

注：如选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

22. (12 分) 已知函数 $f(x)=x+\frac{m}{e^x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $x_1\neq x_2$，且 $f(x_1)=f(x_2)=2$，证明：$0<m<e$，且 $x_1+x_2<2$.