

# 中学生标准学术能力诊断性测试 2022 年 3 月测试

## 理科数学试卷

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | (x+1)(x-1) < 0\}$ ,  $B = \{y | y > 0\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$

- A.  $\emptyset$                       B.  $[0, 1)$                       C.  $(-1, 0)$                       D.  $(-1, 0]$

2. 已知双曲线  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$  的一条渐近线过点  $(2, 1)$ , 则此双曲线的离心率为

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

3. 若复数  $z$  满足  $z(1+i) = 2i-1$  ( $i$  为虚数单位), 则下列说法正确的是

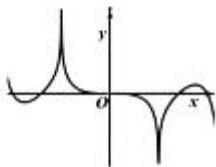
- A.  $z$  的虚部为  $\frac{3}{2}i$                       B.  $|z| = \frac{\sqrt{10}}{2}$   
 C.  $z + \bar{z} = 3$                       D.  $z$  在复平面内对应的点在第二象限

4. 设  $a > 0, b > 0$ , 则“ $9a + b \leq 4$ ”是“ $ab \leq \frac{4}{9}$ ”的

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数  $f(x)$  的图象如图所示, 则该函数的解析式可能是

- A.  $f(x) = \ln(1 + \cos x^2)$   
 B.  $f(x) = x \cdot \ln(1 - \cos x^2)$   
 C.  $f(x) = \ln(1 + \sin x^2)$   
 D.  $f(x) = x \cdot \ln(1 - \sin x^2)$



(第 5 题图)

6. 为了得到函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 可以将函数  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  的图象

A. 向左平移  $\frac{5\pi}{24}$  个单位

B. 向右平移  $\frac{5\pi}{24}$  个单位

C. 向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位

D. 向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位

7. 已知  $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^5$  ( $a > 0$ ) 的展开式中含  $x^{-2}$  的系数为 60, 则  $\left(ax - \frac{1}{x}\right)^4$  的展开式中的常数项为

A. -160

B. 160

C. 80

D. -80

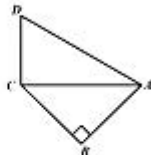
8. 如图所示, 已知四边形  $ABCD$  是由一个等腰直角三角形  $ABC$  和一个有一内角为  $30^\circ$  的直角三角形  $ACD$  拼接而成, 将  $\triangle ACD$  绕  $AC$  边旋转的过程中, 下列结论中不可能成立的是

A.  $CD \perp AB$

B.  $BC \perp AD$

C.  $BD \perp AB$

D.  $BC \perp CD$



(第 8 题图)

9. 已知随机变量  $\xi$  的分布列如下表所示, 且满足  $E(\xi) = 0$ , 则下列方差值中最大的是

$\xi$	-1	0	2
$P$	$a$	$\frac{1}{2}$	$b$

A.  $D(\xi)$

B.  $D\left(\frac{1}{2}\xi\right)$

C.  $D(2\xi+1)$

D.  $D(3|\xi|-2)$

10. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 过左焦点  $F$  作一条斜率为  $k$  ( $k > 0$ ) 的直线,

与椭圆交于  $A, B$  两点, 满足  $|AF| = 2|FB|$ , 则实数  $k$  的值为

A. 1

B.  $\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{3}$

D. 2

11. 对任意的  $x_1, x_2 \in (1, 2]$ , 当  $x_1 < x_2$  时,  $x_2 - x_1 + \frac{a}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} < 0$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是

A.  $(2, +\infty)$

B.  $[2, +\infty)$

C.  $(4, +\infty)$

D.  $[4, +\infty)$

12. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 满足  $2S_n = \frac{a_n^2 + 1}{a_n}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 则下列说法正确的是

A.  $a_{2021} \cdot a_{2022} < 1$

B.  $a_{2021} - a_{2022} > 1$

C.  $a_{2022} < -2\sqrt{2022}$

D.  $a_{2022} > 2\sqrt{2022}$

## 二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，已知  $AB = 2$ ， $BC = t$ ，若在线段  $AB$  上存在点  $E$ ，使得  $EC_1 \perp ED$ ，则实数  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

14. 平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足： $|\vec{a}| = 1, |\vec{a} + 2\vec{b}| = -3\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，设向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $\theta$ ，则  $\sin \theta$  的最大值为\_\_\_\_\_。

15. 已知实数  $a, b$  满足  $2^a + 2^{b-1} = 4^a + 4^b$ ，则  $t = 2^a + 2^b$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

16. 电影院一排有八个座位，甲、乙、丙、丁四位同学相约一起观影，他们要求坐在同一排，问恰有两个连续的空座位的情况有\_\_\_\_\_种。

## 三、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17-21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

### (一) 必考题：共60分。

17. (12分) 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，若  $b = 2$ ，且  $\cos C = \frac{a}{2} - \frac{c}{4}$ 。

(1) 求角  $B$  的大小；

(2) 若  $\triangle ABC$  是锐角三角形，求  $\triangle ABC$  面积的取值范围。

18. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ，且  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_n = n (n \in \mathbb{N}^*)$ 。

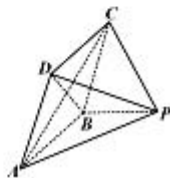
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 设  $b_n = \begin{cases} a_n \cdot (n-1) \cdot (n+1), & (n \geq 2) \\ a_n, & (n=1) \end{cases}$  且数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $S_n \geq 3 - \lambda(n+2)$  恒

成立，求  $\lambda$  的取值范围。

19. (12分) 如图所示，在四棱锥  $P-ABCD$  中，平面  $PAB \perp$  平面  $ABCD$ ，四边形  $ABCD$  是边长为2的菱形， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $PB = 1$ ， $PB \perp AB$ 。

(1) 求证：平面  $PBD \perp$  平面  $PAC$ ；



(第19题图)

(2) 求平面  $PAD$  与平面  $PBC$  所成锐二面角的大小.

20. (12分) 已知实数  $x, y$  满足  $x^2 + (e^x - y)^2 + e^{2y} = 2$ .

(1) 若  $x = 0$  时, 试问上述关于  $y$  的方程有几个实根?

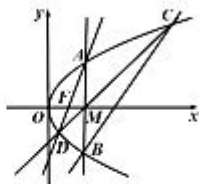
(2) 证明: 使方程  $x^2 + (e^x - y)^2 + e^{2y} = 2$  有解的必要条件为:  $-2 \leq x \leq 0$ .

21. (12分) 如图所示, 已知抛物线  $E: y^2 = 2px$ , 其焦点与准线的距离为 6,

过点  $M(4,0)$  作直线  $l_1, l_2$  与  $E$  相交, 其中  $l_1$  与  $E$  交于  $A, B$  两点,  $l_2$  与  $E$  交于  $C, D$  两点, 直线  $AD$  过  $E$  的焦点  $F$ , 若  $AD, BC$  的斜率为  $k_1, k_2$ .

(1) 求抛物线  $E$  的方程;

(2) 问  $\frac{k_1}{k_2}$  是否为定值? 如是, 请求出此定值; 如不是, 请说明理由.



(第 21 题图)

**(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.**

22. (10分) [选修: 坐标系与参数方程]

以直角坐标系的原点  $O$  为极点, 以  $x$  轴正半轴为极轴, 且两个坐标系取相等的长度单位, 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 2 + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho \cos^2 \theta = 8 \sin \theta$ .

(1) 求曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 当  $\alpha$  变化时, 求  $|AB|$  的最小值.

23. (10分) [选修: 不等式选讲]

设函数  $f(x) = x^2 - x + 2$ .

(1) 若  $|f(x) - x^2 + 4x + 4| > 3$ , 求  $x$  的取值范围;

(2) 若  $|x - a| \leq 2$ , 求证:  $|f(x) - f(a)| \leq 6 + 4|a|$ .

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

中学生标准学术能力诊断性测试 2022 年 3 月测试

理科数学参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	B	A	D	B	A	B	D	B	D	A

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $(0,1]$       14.  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$       15.  $\left[1, \frac{3+\sqrt{10}}{2}\right]$       16. 720

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

(1) 解：由余弦定理可得： $\cos C = \frac{a^2 + 4 - c^2}{4a} = \frac{a}{2} - \frac{c}{4}$  .....2 分

整理得  $4 = a^2 + c^2 - ac$ ，解得  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - 4}{2ac} = \frac{1}{2}$  .....4 分

$\because B \in (0, \pi)$ ，故  $B = \frac{\pi}{3}$  .....5 分

(2) 由 (1) 可知： $\frac{b}{\sin B} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ，

所以有： $a = \frac{4}{\sqrt{3}} \sin A, c = \frac{4}{\sqrt{3}} \sin C$

故  $ac = \frac{16}{3} \sin A \cdot \sin C = \frac{16}{3} \sin A \sin \left(\frac{2}{3}\pi - A\right) = \frac{16}{3} \sin A \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos A + \frac{1}{2} \sin A\right)$

$= \frac{8}{3} (\sqrt{3} \sin A \cos A + \sin^2 A) = \frac{8}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2A - \frac{1}{2} \cos 2A + \frac{1}{2}\right) = \frac{8}{3} \sin \left(2A - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{4}{3}$  .....8 分

$\because \triangle ABC$  是锐角三角形,  $\begin{cases} 0 < A < \frac{\pi}{2} \\ 0 < C = \frac{2}{3}\pi - A < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ , 可得:  $A \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ , .....9分

$2A - \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$ , 所以  $\sin\left(2A - \frac{\pi}{6}\right) \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ , 故  $ac \in \left(\frac{8}{3}, 4\right]$  .....11分

故  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{1}{2}ac \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}ac$ , 则  $S \in \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right]$  .....12分

18. (12分)

(1) 解:  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_n = n (n \in \mathbf{N}^*)$

当  $n \geq 2$  时, 有:  $a_1 \cdot a_2 \cdots a_{n-2} \cdot a_{n-1} = n-1$ , .....2分

两式作商, 可得: 当  $n \geq 2$  时,  $a_n = \frac{n}{n-1}$ , .....3分

又由  $a_1 = 1$ , 得  $a_n = \begin{cases} \frac{n}{n-1}, (n \geq 2) \\ 1, n = 1 \end{cases}$  .....4分

(2) 当  $n \geq 2$  时,  $b_n = \frac{\frac{n}{n-1} \cdot (n-1) \cdot (n+1)}{2^n \cdot n} = \frac{n+1}{2^n}$ ,

当  $n = 1$  时,  $b_1 = a_1 = 1 = \frac{2}{2^1}$ , 所以对任意的  $n \in \mathbf{N}^*$ , 均有  $b_n = \frac{n+1}{2^n}$ , .....5分

$S_n = \frac{2}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \cdots + \frac{n+1}{2^n}$  ①,  $\frac{S_n}{2} = \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n+1}{2^{n+1}}$  ②,

利用错位相减法: ①-②:  $\frac{S_n}{2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} - \frac{n+1}{2^{n+1}} = 1 + \frac{1 \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right]}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{n+1}{2^{n+1}}$

$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2^n} - \frac{n+1}{2^{n+1}}$ , 求得  $S_n = 3 - \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n+1}{2^n}$ , .....8分

由  $S_n \geq 3 - \lambda(n+2)$  得  $\lambda \geq \frac{n+3}{(n+2) \cdot 2^n}$ , .....9分

令  $g(n) = \frac{n+3}{(n+2) \cdot 2^n}$ ,

则  $\frac{g(n+1)}{g(n)} = \frac{\frac{n+4}{(n+3) \cdot 2^{n+1}}}{\frac{n+3}{(n+2) \cdot 2^n}} = \frac{(n+2)(n+4)}{2(n+3)^2} < 1$ , .....11分

因为  $g(n) > 0$ , 所以有:  $g(n+1) < g(n)$ , 即随着  $n$  增大,  $g(n)$  减小,

$\lambda \geq g(n)_{\max} = g(1) = \frac{2}{3}$  .....12分

19. (12分)

(1) 证明:  $\because$  平面  $PAB \perp$  平面  $ABCD$ , 面  $PAB \cap$  面  $ABCD = AB$ , 且  $PB \perp AB$ ,

$\therefore PB \perp$  平面  $ABCD$ , .....2分

$\because AC \subset$  面  $ABCD$ ,  $\therefore AC \perp PB$ ,

由菱形性质知  $AC \perp BD$ ,  $\therefore PB \cap BD = B$ ,

$\therefore AC \perp$  平面  $PBD$ , .....4分

又  $AC \subset$  平面  $PAC$ ,  $\therefore$  平面  $PBD \perp$  平面  $PAC$  .....5分

(2) 如图, 设  $CD$  的中点为  $E$ ,  $\because CE = \frac{1}{2}CD = 1$ ,  $\angle BCE = 60^\circ$ ,  $BC = 2$ ,  $\therefore BE \perp CE$ ,

$\therefore BE \perp AB$ ,  $\because$  平面  $PAB \perp$  平面  $ABCD$ , 面  $PAB \cap$  面  $ABCD = AB$ , 且  $BE \perp AB$ ,

$\therefore BE \perp$  面  $PAB$ , .....7分

以点  $B$  为原点, 以直线  $BA$ 、 $BP$ 、 $BE$  为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴, 如图所示建立空间直角坐标系,

可得  $B(0,0,0)$ ,  $A(2,0,0)$ ,  $P(0,1,0)$ ,  $C(-1,0,\sqrt{3})$ ,  $D(1,0,\sqrt{3})$

设平面  $PAD$  的一个法向量为  $\vec{m} = (x, y, z)$ , 而

$\vec{AD} = (-1, 0, \sqrt{3})$ ,  $\vec{AP} = (-2, 1, 0)$ ,

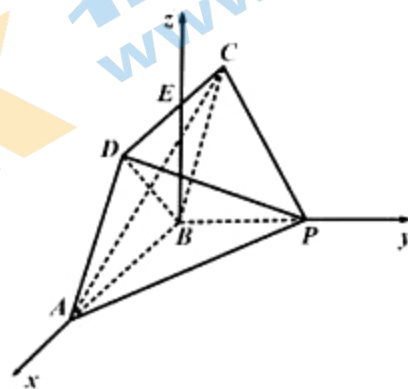
由  $\begin{cases} \vec{m} \cdot \vec{AD} = 0 \\ \vec{m} \cdot \vec{AP} = 0 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} -x + \sqrt{3}z = 0 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$ , 取  $x = \sqrt{3}$ ,

得  $\vec{m} = (\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 1)$ , .....9分

设平面  $PBC$  的一个法向量为  $\vec{n} = (a, b, c)$ , 且  $\vec{BP} = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{BC} = (-1, 0, \sqrt{3})$ ,

由  $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{BP} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{BC} = 0 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} b = 0 \\ -a + \sqrt{3}c = 0 \end{cases}$ , 取  $a = \sqrt{3}$ , 得  $\vec{n} = (\sqrt{3}, 0, 1)$ , .....11分

设平面  $PAD$  与平面  $PBC$  所成锐二面角为  $\theta$ , 则



$$\cos \theta = \left| \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle \right| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3+1}{\sqrt{3+12+1} \times 2} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } \theta = 60^\circ,$$

故平面  $PAD$  与平面  $PBC$  所成锐二面角为  $60^\circ$  .....12 分

注：其他解法酌情给分.

20. (12 分)

(1) 解：将  $x=0$  代入得：  $(1-y)^2 + e^{2y} = 2$ ,

不妨记  $f(y) = y^2 - 2y + 1 + e^{2y}$ ,  $f'(y) = 2y - 2 + 2e^{2y}$ , .....2 分

易知  $f'(y)$  在  $\mathbf{R}$  上递增, 且  $f'(0) = 0$ ,

可得：当  $y < 0$  时,  $f'(y) < 0$ ; 当  $y > 0$  时,  $f'(y) > 0$ ,

即：  $f(y)$  在  $(-\infty, 0)$  单调递减,  $(0, +\infty)$  单调递增; .....4 分

由于  $f(y) \geq f(0) = 0$ , 故  $x=0$  时关于  $y$  的方程有唯一的根 .....5 分

(2) 先证  $e^x \geq x+1$ , 令  $g(x) = e^x - (x+1)$ , 则  $g'(x) = e^x - 1$ ,

当  $x < 0$  时,  $g'(x) < 0$ ,  $g(x)$  单调递减;  $x > 0$  时,  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  单调递增;

$g(x) \geq g(0) = 0$ , 所以有  $e^x \geq x+1$  恒成立, .....8 分

由  $(e^x - y)^2 - 2(e^x - y) + 1 = (e^x - y - 1)^2 \geq 0$ , 可得:  $(e^x - y)^2 \geq 2(e^x - y) - 1$  .....10 分

所以有:  $2 = x^2 + (e^x - y)^2 + e^{2y} \geq x^2 + 2(e^x - y) - 1 + 1 + 2y = x^2 + 2e^x \geq x^2 + 2(1+x)$ ,

所以  $x^2 + 2x \leq 0$ , 即  $-2 \leq x \leq 0$  .....12 分

21. (12 分)

(1) 解：抛物线  $E: y^2 = 2px$ , 焦点  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , 准线:  $x = -\frac{p}{2}$ ,

$\therefore$  焦点与准线的距离为  $p = 6$ , 则抛物线  $E$  的方程为:  $y^2 = 12x$  .....3 分

(2) 设  $A(3t_1^2, 6t_1)$ ,  $B(3t_2^2, 6t_2)$ ,  $C(3t_3^2, 6t_3)$ ,  $D(3t_4^2, 6t_4)$ ,

$$\therefore k_1 = \frac{6t_1 - 6t_4}{3t_1^2 - 3t_4^2} = \frac{2}{t_1 + t_4}, \text{ 同理 } k_2 = \frac{2}{t_2 + t_3},$$



$$\therefore \frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{2}{t_1+t_4}}{\frac{2}{t_2+t_3}} = \frac{t_2+t_3}{t_1+t_4} \text{ ①} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$l_{AD}: y - 6t_1 = \frac{2}{t_1+t_4}(x - 3t_1^2), \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

将  $F(3,0)$  代入可得:  $t_1 \cdot t_4 = -1$  ②  $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$$l_{AB}: y - 6t_1 = \frac{2}{t_1+t_2}(x - 3t_1^2), \text{ 将 } M(4,0) \text{ 代入可得: } t_1 \cdot t_2 = -\frac{4}{3} \text{ ③}$$

同理:  $t_3 \cdot t_4 = -\frac{4}{3}$  ④  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$$\text{由②③④可知: } t_4 = \frac{-1}{t_1}, t_2 = -\frac{4}{3t_1}, t_3 = -\frac{4}{3t_4} = \frac{4t_1}{3} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{代入①: } \frac{k_1}{k_2} = \frac{-\frac{4}{3t_1} + \frac{4}{3}t_1}{t_1 - \frac{1}{t_1}} = \frac{\frac{4}{3}\left(t_1 - \frac{1}{t_1}\right)}{t_1 - \frac{1}{t_1}} = \frac{4}{3}$$

$\therefore \frac{k_1}{k_2}$  为定值, 值为  $\frac{4}{3}$   $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

22. (10 分)

(1) 解: 由  $\rho \cos^2 \theta = 8 \sin \theta$ , 得  $(\rho \cos \theta)^2 = 8 \rho \sin \theta$ ,

所以曲线  $C$  的直角坐标方程为  $x^2 = 8y$   $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 将直线  $l$  的参数方程代入  $x^2 = 8y$ , 得  $(t \cos \alpha)^2 = 8(t \sin \alpha + 2)$ ,

化简得:  $\cos^2 \alpha \cdot t^2 - 8 \sin \alpha \cdot t - 16 = 0$ ,  $\Delta > 0$  恒成立  $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

设  $A, B$  两点对应的参数分别为  $t_1, t_2$ ,

则  $\begin{cases} t_1 + t_2 = \frac{8 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{-16}{\cos^2 \alpha} \end{cases}$ , .....7分

所以  $|AB| = |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} = \sqrt{\left(\frac{8 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}\right)^2 + \frac{64}{\cos^2 \alpha}} = \frac{8}{\cos^2 \alpha}$  .....9分

当  $\alpha = 0$  时,  $|AB|$  的最小值为 8 .....10分

23. (10分)

(1) 解: 函数  $f(x) = x^2 - x + 2$ , 代入  $|f(x) - x^2 + 4x + 4| > 3$ , 可得:  $|3x + 6| > 3$ , .....2分

所以  $3x + 6 > 3$ , 或  $3x + 6 < -3$ ,

可知  $x$  的取值范围是  $\{x | x < -3, \text{ 或 } x > -1\}$  .....4分

(2) 因为  $|x - a| \leq 2$ , 所以  $|f(x) - f(a)| = |x^2 - x + 2 - (a^2 - a + 2)|$

$= |x^2 - a^2 - (x - a)| = |(x - a)(x + a - 1)|$  .....6分

$= |x - a| \cdot |x + a - 1| \leq 2|x + a - 1| = 2|(x - a) + (2a - 1)|$  .....8分

$\leq 2(|x - a| + |2a - 1|) \leq 4 + 2|2a - 1| \leq 4 + 2(|2a| + 1) = 6 + 4|a|$  .....10分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。