

2023 届高三三年级 2 月份大联考

数学试题

本试卷共 4 页, 22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | 0 < x \leq 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-2, -1\}$ C. $\{-2, -1, 1\}$ D. $\{-2, -1, 1, 2\}$

2. 若复数 z 满足 $(1+i) \cdot z = 7+i$, 则

- A. z 的实部为 3 B. z 的虚部为 4
C. z 在复平面对应的点在第四象限 D. z 的模长为 $\sqrt{5}$

3. $\tan\left(-\frac{23\pi}{12}\right) =$

- A. $2 - \sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} - 2$ C. $\sqrt{3} - 1$ D. $2 + \sqrt{3}$

4. 某苹果园一般把当年所产的苹果, 根据外形、甜度等品质, 由高到低评定为 A、B、C、D、E 等级, 分别以不同的价格出售。图 1 是 2021 年的等级结果, 图 2 是 2022 年的等级结果, 2022 年的苹果产量是 2021 年的 2 倍。2022 年与 2021 年比较, 下列说法正确的是

2021 年的等级结果

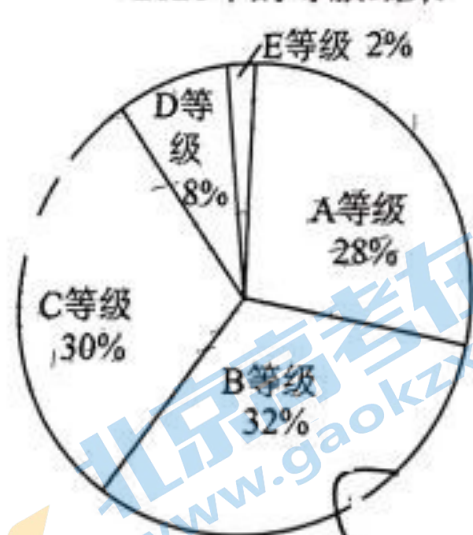


图 1

2022 年的等级结果

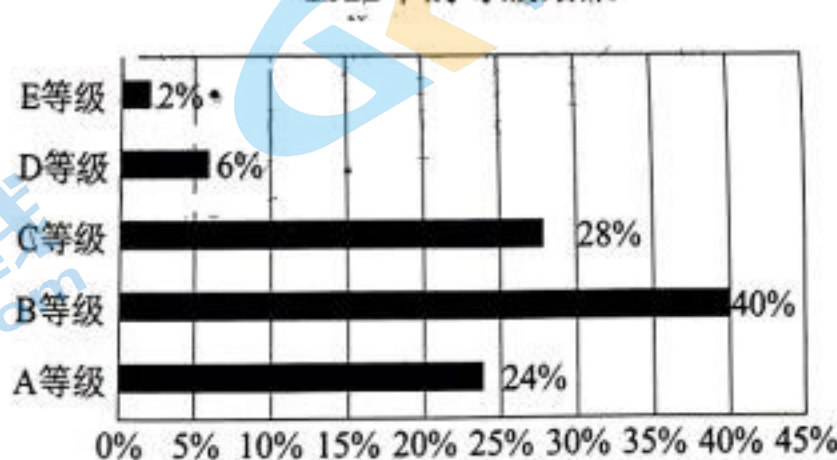
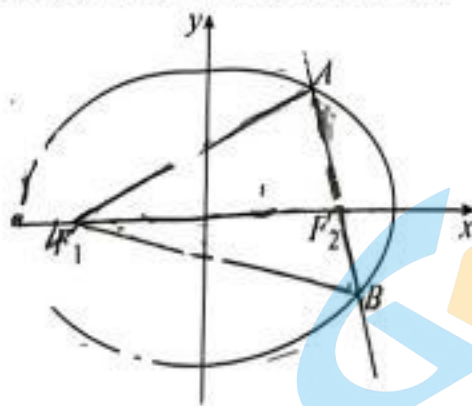


图 2

- 2022 年 A 等级的苹果产量比 2021 年少
2022 年 B 等级的苹果产量是 2021 年的 2.5 倍
2022 年 D 等级的苹果产量是 2021 年的一半
2022 年 E 等级的苹果产量与 2021 年相同

7. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 A, B 两点, $AF_1, AB, \triangle AF_1B$ 的三边构成等差数列, 则椭圆 C 的离心率为



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 直线 $l: y = a(2x - 1)$, 若有且仅有一个整数 x_0 , 使得点 $P(x_0, f(x_0))$ 在直线 l 上方, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[\ln 2, \ln 3)$ B. $(\ln 2, \ln 3]$ C. $[\frac{-\ln 3}{15}, \frac{\ln 2}{6})$ D. $(\frac{\ln 3}{15}, \frac{\ln 2}{6}]$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{2\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 的周期为 π , 下列命题正确的有

A. 点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 为 $f(x)$ 的图象的一个对称中心

B. $x = \frac{7\pi}{12}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

C. $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递减

D. $f(x) = \sin(\omega x - \frac{2\pi}{3})$ 的图象向左平移 3 个单位, 得 $g(x) = \sin \omega x$ 的图象

10. 已知函数 $f(x) = x^{\frac{3}{2}} + (4-x)^{\frac{3}{2}}$, 则

A. $f(x)$ 在 $(2, 4)$ 上是减函数

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(2, 2^{\frac{3}{2}})$ 对称

D. 不等式 $f(x) < 8$ 的解集是 $(0, 4)$

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O, O_1 分别是线段 AC, A_1C_1 的中点, 点 E, F 分别满足 $B_1E = \lambda B_1B, \vec{DF} = \lambda \vec{DD_1}, \lambda \in [0, 1]$, 则

A. 对任意 $\lambda \in [0, 1]$, 平面 $EA_1C_1 \perp$ 平面 FAC

B. 当 $OE \perp$ 平面 ACD_1 时, $\lambda = \frac{1}{2}$

C. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 四面体 $EACF$ 的外接球的表面积为 12π

D. 对任意 $\lambda \in [0, 1]$, 三棱锥 $C - EC_1F$ 的体积为定值

- 若直线 $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1 (m, n \in \mathbb{R}^+)$ 经过点 $(1, 1)$, 则

A. $m + n \leq 4$

$\log_2 m + \log_2 n \geq 2$

C. $m + 2n + mn \geq 5 + 2\sqrt{6}$

D. $\frac{m}{m-1} + \frac{2n}{n-1} \geq 3 + 2\sqrt{2}$

填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

已知 $O(0, 0), A(3, 0)$, 直线 l 上有且只有一个点 P 满足 $|PA| = 2|PO|$, 写出满足条件的其中一条直线 l 的方程

14. 在 $(2x + \frac{1}{x} - 2)(1-x)^n$ 的展开式中, 含 x^3 项的系数为 _____.

15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 四点 $A(6, \sqrt{3}), B(4, \frac{\sqrt{55}}{5}), C(5, 2), D(-5, -2)$

中恰有三点在 C 上, 则双曲线 C 的标准方程为 _____.

16. 已知圆锥的顶点为 P , 轴截面为锐角 $\triangle PAB$, $\angle PAB = \alpha$, 则当 $\alpha =$ _____ 时, 圆锥的内切球与外接球的表面积之比最大, 最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在 ① $\cos B + 2\cos A \sin(C + \frac{\pi}{6}) = 0$, ② $b \sin B + c \sin C = a \sin A - b \sin C$, ③ 向量 $m =$

$(2b + c, a), n = (\cos A, \cos C), m \perp n$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并解答.

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 _____.

(1) 求角 A 的大小;

(2) D 是线段 BC 上的点, 且 $AD - BD = 2, CD = 3$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n-2} a_n^2 = 2a_{n-1}^3 (n \geq 3), b_n =$

$\log_2 \frac{a_n}{2a_{n-1}} (n \geq 2)$.

(1) 当 $n \geq 2$ 时, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

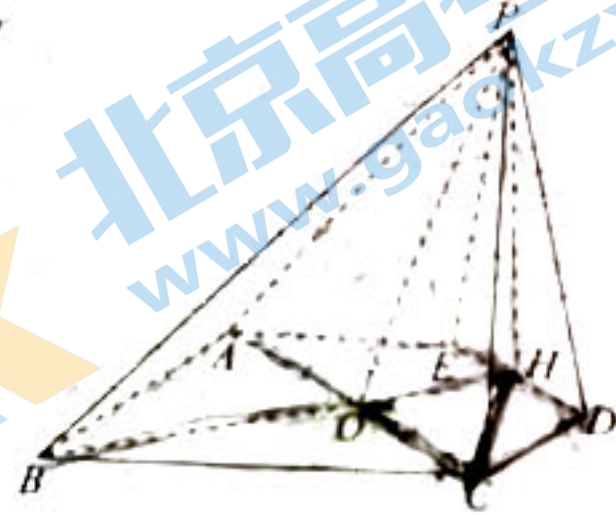
(2) 若 $c_n = \frac{\log_2 \sqrt{a_n} + 1}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 五棱锥 $P-ABCDE$ 中, $AB = CB = 5, AC = 6, AE \parallel BC, AB \parallel CD, AC \parallel ED, AE =$
 $CD = \frac{5}{4}, PE = PD = \frac{15}{4}, ED = \frac{9}{2}, Q, H$ 分别是线段 AC, DE 的中点,
 $PO = \sqrt{10}$.

(1) 证明: $PH \perp$ 平面 $ABCDE$;

(2) 求二面角 $B-AP-C$ 的正弦值.



20. (本小题满分 12 分)

为了促进健康保险的发展, 规范健康保险的经营行为, 保护健康保险活动当事人的合法权益, 提升人民群众健康保障水平, 我国制定了《健康保险管理办法》. 为了解某一地区中年居民 (年龄在 40~55 岁) 购买健康保险的情况, 一机构根据统计数据, 用最小二乘法得到健康保险购买量 \hat{y} (单位: 万单) 关于 x (年份) 的线性回归方程为 $\hat{y} = 4.7x - 9459.2$, 且购买量 \hat{y} 的方差为 $S_y^2 = \frac{254}{5}$, 年份 x 的方差为 $S_x^2 = 2$.

(1) 求 y 与 x 的相关系数 r , 并据此判断健康保险购买量 y 与年份 x 的相关性强弱.

(2) 该机构还调查了该地区 90 位居民的性别与是否购买健康保险的情况, 得到的数据如下表:

下表:

性别	没有购买健康保险	购买健康保险	总计
男性	39	6	45
女性	30	15	45
总计	69	21	90

依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验, 能否认为购买健康保险与居民性别有关;

(3) 在上述购买健康保险的居民中按照性别进行分层抽样抽取 7 人, 再从这 7 人中随机抽取 3 人, 记这 3 人中, 男性的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

参考公式: (i) 线性回归方程: $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 其中 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \bar{x}\hat{b}$

(ii) 相关系数: $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ 若 $r > 0.9$, 则可判断 y_i 与 x_i 线性相关较强.

(iii) $\chi^2 = \frac{(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中

附表:

	1	0.5	0.010	0.001
		3.841	6.635	10.828

21. (本小题满分 12 分)

点 F 是抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, O 为坐标原点, 过点 F 作垂直于 x 轴的直线 l , 与抛物线 Γ 相交于 A, B 两点, $|AB| = 4$, 抛物线 Γ 的准线与 x 轴交于点 K .

(1) 求抛物线 Γ 的方程;

(2) 设 C, D 是抛物线 Γ 上异于 A, B 两点的两个不同的点, 直线 AC, BD 相交于点 E , 直线 AD, BC 相交于点 G , 证明: E, G, K 三点共线.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = axe^x - \frac{1}{2} (a \neq 0)$

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 已知函数 $g(x) = f(x) - \frac{\ln x}{x}$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯