房山区 2020-2021 学年第二学期期中考试

高二数学

一、选择题：

1. 若随机变量ξ的分布列如下表所示，则 p_1=(　　)

ξ	-1	2	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	p_1

A. 0　　B. $\frac{2}{15}$　　C. $\frac{1}{15}$　　D. 1

2. 甲、乙两水文站同时作水文预报，如果甲站、乙站各自预报的准确率为 0.8 和 0.7，那么，在一次预报中，甲、乙预报都准确的概率为( )

A. 0.7　　B. 0.56　　C. 0.64　　D. 0.8

3. 根据历年气象统计资料，某地四月份吹东风的概率为$\frac{9}{30}$，下雨的概率为$\frac{11}{30}$，既吹东风又下雨的概率为$\frac{8}{30}$，则在吹东风的条件下下雨的概率为（　　）

A. $\frac{8}{9}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{9}{11}$　　D. $\frac{8}{11}$

4. $(1+2x)^2(1-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，则 $a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+a_7$ 等于（　　）

A. 32　　B. -32　　C. -33　　D. -31

5. 5 本不同的书全部分给 4 个学生，每个学生至少一本，不同的分法种数为(　　)

A. 240 种　　B. 120 种　　C. 96 种　　D. 480 种

6. 设随机变量 $\xi \sim B(n,p)$，若 $E(\xi)=2.4$，$D(\xi)=1.44$，则参数 n，p 的值为（ ）

A. $n=4$，$P=0.6$　　B. $n=6$，$P=0.4$

C. $n=8$，$P=0.3$　　D. $n=24$，$P=0.1$

7. 质点 M 按规律 $f(t)=2t^2+3$ 作直线运动，则 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{f(1+\Delta t)-f(1)}{\Delta t}=$（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 7

8. 下列结论正确的是（　　）

A. 若 $y=\cos x$，则 $y'=\sin x$

B. 若 $y=e^x$，则 $y'=xe^{x-1}$

C. 若 $y=\ln x$，则 $y'=\dfrac{1}{x}$

D. 若 $y=\sqrt{x}$，则 $y'=\dfrac{1}{2}\sqrt{x}$

9. 函数 $y=3\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的导数为（　　）

A. $y'=6\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

B. $y'=3\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

C. $y'=-6\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

D. $y'=-3\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

10. 设 $f(x)=x\ln x, f'(x_0)=2$，则 $x_0=$ （　　）

A. e^2　　B. e　　C. $\dfrac{\ln 2}{2}$　　D. $\ln 2$

11. 曲线 $f(x)=x^3+x-2$ 的一条切线平行于直线 $y=4x-1$，则切点 P_0 的坐标为(　　)

A. (0，－1)或(1,0)

B. (－1，－4)或(0，－2)

C. (1，0)或(－1，－4)

D. (1,0)或(2,8)

12. 若一条直线与一个平面垂直，则称此直线与平面构成一个“正交线面对”.那么在一个正方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交线面对”的个数是（　）

A. 48　　B. 36　　C. 24　　D. 18

二、填空题

13. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$，则 $f'(x)=$______.

14. 五个工程队承建某项工程的 5 个不同的子项目,每个工程队承建 1 项,其中甲工程队不能承建 1 号子项目,则不同的承建方案有_____种.

15. $\left(2\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项为________. （用数字作答）

16. 一只青蛙从数轴的原点出发，当投下的硬币正面向上时，它沿数轴的正方向跳动两个单位；当投下的硬币反面向上时，它沿数轴的负方向跳动一个单位，若青蛙跳动 4 次停止，设停止时青蛙在数轴上对应的坐标为随机变量 X，则 $E(X)=$______.

三、解答题

17. $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，且 $f(0)=3$，$f'(0)=0$，$f'(1)=-3$，$f'(2)=0$；求 a,b,c,d 的值.

18. 若8件产品中包含2件废品，从中任取3件产品.

（1）求取出的3件中至少有一件是废品的概率；

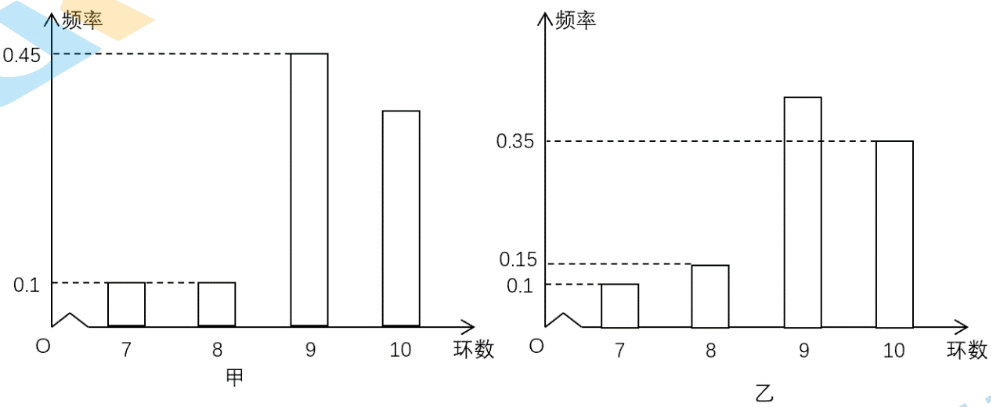
（2）记3件产品中废品数为X，求X的分布列和数学期望.

19. 已知$P(x_0,y_0)$是曲线$y=e^x$上动点以及定点$A(1,0)$，$B(0,-1)$

（1）当$x_0=1$时，求曲线$y=e^x$在点P处的切线方程；

（2）求$\triangle PAB$面积的最小值，并求出相应的点的坐标.

20. 甲、乙两名运动员进行射击训练，已知他们击中的环数都稳定在7、8、9、10环，且每次射击成绩互不影响.根据以往的统计数据，甲、乙射击环数的频率分布条形图如下：



若将频率视为概率，回答下列问题：

（1）甲、乙各射击一次，求甲、乙同时击中10环的概率；

（2）求甲射击一次，击中9环以上（含9环）的概率；

（3）甲射击3次，X表示这3次射击中击中9环以上（含9环）的次数，求X的分布列及数学期望$E(X)$.

参考答案

一、选择题：

1. 【答案】B

【解析】

【分析】

由分布列的性质：所有随机变量对应概率的和为1列方程求解即可.

【详解】因为所有随机变量对应概率的和为1，

所以，$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\quad+p_1=1$，

解得 $p_1=\frac{2}{15}$，故选 B.

【点睛】本题主要考查分布列的性质，意在考查对基本性质的掌握情况，属于简单题.

2. 【答案】B

【解析】

由题意可知，甲、乙两站的预报准确率是相互独立的，故所求事件的概率 P＝0.8×0.7＝0.56.

考点：相互独立事件的概率.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】

利用条件概率的计算公式即可得出.

【详解】设事件 A 表示某地四月份吹东风，事件 B 表示四月份下雨.

根据条件概率计算公式可得在吹东风的条件下下雨的概率 $P(B|A)=\frac{\frac{8}{30}}{\frac{9}{30}}=\frac{8}{9}$.

故选 A

【点睛】本题主要考查条件概率的计算，正确理解条件概率的意义及其计算公式是解题的关键，属于基础题.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】

先令 x=0 得 $1=a_0$.再令 x=-1 即得解.

【详解】令 x=0 得 $1=a_0$.

令 x=-1 得 $32=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7=1-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7$,

所以 $a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+a_7=-31$.

故选 D

【点睛】本题主要考查二项式定理求系数和差的值，意在考查学生对该知识的理解掌握水平和分析推理能力.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】

由题先把 5 本书的两本捆起来看作一个元素，这一个元素和其他的三个元素在四个位置全排列，根据分步计数原理两个过程的结果数相乘即可得答案.

【详解】由题先把 5 本书的两本捆起来看作一个元素共有 $C_5^2=10$ 种可能，这一个元素和其他的三个元素在四个位置全排列共有 $A_4^4=24$ 种可能，所以不同的分法种数为 $10\times 24=240$ 种，故选 A.

【点睛】本题考查排列组合与分步计数原理，属于一般题.

6. 【答案】B

【解析】

由于随机变量 $\xi\sim B(n,p)$，可知 $E(\xi)$=np=2.4，$D(\xi)$=np(1-p)=1.44，联立方程组，解得 $n=6$，$P=0.4$. 选 B.

点睛：二项分布 $X\sim B(n,p)$ 中 $E(X)=np$，$D(X)=np(1-p)$

7. 【答案】B

【解析】

【分析】

根据导数的定义,以及导数的计算,即可求得结果.

【详解】根据题意,对函数 $f(t)=2t^2+3$,有 $\lim\limits_{\triangle t\to\infty}\dfrac{f(1+\triangle t)-f(1)}{\triangle t}=f'(1)$,又由 $f(t)=2t^2+3$,则 $f'(t)=4t$,

则有 $f'(1)=4$.

故选:B.

【点睛】本题考查导数的定义,以及导数的计算,属基础题.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】

根据常见函数的求导公式和导数的运算法则进行解答.

【详解】A.由于 $y=\cos x$,则 $y'=-\sin x$,故 A 错误;

B.由于 $y=e^{x}$,则 $y'=\mathrm{e}^{x}$,故 B 错误;

C.由于 $y=\ln x$,则 $y'=\frac{1}{x}$,故 C 正确;

D.由于 $y=\sqrt{x}$,则 $y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$,故 D 错误.

故选:C.

【点睛】本题考查导函数求导的公式,考查学生对公式理解运用能力和计算能力,属于基础题.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】

由题意利用复合函数的求导法则可得 $y'=(3\sin t)'\cdot\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)'=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\cdot 2$ ，运算求得结果.

【详解】令 $y=3\sin t, t=2x-\frac{\pi}{6}$,则 $y'=(3\sin t)'\cdot\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)'=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\cdot 2=6\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

故选:A.

【点睛】本题考查复合函数求导公式,考查学生对公式的理解辨析能力和计算能力,属于基础题.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】

求得导函数 $f'(x)$，由此解方程 $f'(x_0)=2$ 求得 x_0 的值.

【详解】依题意 $f'(x)=1+\ln x$，所以 $f'(x_0)=1+\ln x_0=2, x_0=e$.

故选：B

【点睛】本小题主要考查乘法的导数，考查方程的思想，属于基础题.

11. 【答案】C

【解析】

因为 $f'(x)=3x^2+1$，$f'(x_0)=3x_0{}^2+1=4$，解得 $x_0=\pm1$ ，所以 $y_0=f(x_0)$

$y_0=f(1)=0$，或者 $y_0=f(-1)=-4$.

故选 C.

12. 【答案】B

【解析】

【分析】

两个顶点确定的直线包括：正方体的棱、面对角线、体对角线．依次寻找与上述三条直线垂直的包含四个顶点的平面，可以得到“正交线面对”的个数.

【详解】①正方体的每一条棱，都与两个侧面垂直，可得 2 个“正交线面对”．正方体共 12 条棱，可得“正交线面对” $2\times12=24$ 个

②正方体的每一条面对角线，都与一个对角面垂直，可得 1 个“正交线面对”．正方体共 12 条面对角线，可得“正交线面对” $1\times12=12$ 个

③不存在与包含正方体的四个顶点的平面与正方体的体对角线垂直

综上所述：共有 $24+12=36$ 个

本题正确选项：B

【点睛】本题主要考察了常见几何体中的线面垂直关系，对空间想象能力有一定要求，属于基础题型.

二、填空题

13. 【答案】$\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

【解析】

【分析】

利用商的导数运算法则求出函数的导函数即可.

【详解】$\because f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$

$$\therefore f'(x)=\frac{(x^2+1)'(x+1)-(x^2+1)(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}.$$

故答案为: $\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$.

【点睛】本题考查导数的运算法则,解题关键是商的求导运算法则的应用,属于基础题.

14. 【答案】96

【解析】

【分析】

完成承建任务可分五步，由分步乘法计数原理可得结果.

【详解】完成承建任务可分五步:

第一步,安排 1 号有 4 种;

第二步,安排 2 号有 4 种;

第三步,安排 3 号有 3 种;

第四步,安排 4 号有 2 种;

第五步,安排 5 号有 1 种.

由分步乘法计数原理知，共有 4×4×3×2×1=96 种.

故答案为 96

【点睛】本题考查分步乘法计数原理，正确分步是解题的关键，属于基础题.

15.【答案】-160

【解析】

【详解】由 $T_{r+1}=C_6^r(2\sqrt{x})^{6-r}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=(-1)^rC_6^r(2)^{6-r}(\sqrt{x})^{6-2r}$，令 $6-2r=0$ 得 $r=3$，所以 $\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项为 $(-1)^3C_6^3(2)^{6-3}=-160$.

考点：二项式定理.

16. 【答案】2

【解析】

【分析】

列举出所有的可能出现的情况,硬币 4 次都反面向上,则青蛙停止时坐标为 $x_1=-4$,硬币 3 次反面向上而 1 次正面向上,硬币 2 次反面向上而 2 次正面向上,硬币 1 次反面向上而 3 次正面向上,硬币 4 次都正面向上,做出对应的坐标和概率,算出期望.

【详解】所有可能出现的情况分别为

硬币 4 次都反面向上，则青蛙停止时坐标为 $x_1=-4$,此时概率 $p_1=\frac{1}{16}$；

硬币 3 次反面向上而 1 次正面向上,则青蛙停止时坐标为 $x_2=-1$,此时概率 $p_2=C_4^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{2}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$；

硬币 2 次反面向上而 2 次正面向上,则青蛙停止时坐标为 $x_3=2$,此时概率 $p_3=C_4^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

硬币 1 次反面向上而 3 次正面向上，则青蛙停止时坐标为 $x_4=5$,此时概率 $p_4=C_4^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$；

硬币 4 次都正面向上，则青蛙停止时坐标为 $x_5=8$,此时标率 $p_5=C_4^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$.

$\therefore E(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4+x_5p_5=2$

故答案为：2

【点睛】本题考查离散型随机变量的分布列和期望,考查学生分析问题的能力和计算求解能力,难度一般.

三、解答题

17. 【答案】 $a=1,b=-3,c=0,d=3$

【解析】

【分析】

求得导函数,根据已知条件代入解方程即可得出结果.

【详解】解: $\because f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$,

$\therefore f'(x)=3ax^2+2bx+c$

由 $f(0)=3$,可得 $d=3$;由 $f'(0)=0$,可得 $c=0$; $f'(1)=-3$， $f'(2)=0$；可得 $\begin{cases}3a+2b=-3\\12a+4b=0\end{cases}$,解得: $\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$,

则 $f(x)=x^3-3x^2+3$,即 $a=1,b=-3,c=0,d=3$.

【点睛】这是一道关于求三次函数解析式的题目,考查学生对导数公式的掌握,考查计算求解能力,属于基础题.

18. 【答案】(1) $\frac{9}{14}$ (2)分布列见解析, $E(X)=\frac{3}{4}$.

【解析】

【分析】

(1)取出的 3 件中至少有一件是废品的对立事件为取出的 3 件全是合格品,求出对立的事件的概率,计算即可得出结果;

(2)由题意可知 3 件产品中废品数为 X 可能取值为 0,1,2,分别计算出概率即可得出结论.

【详解】解:(1)设取出的 3 件中至少有一件是废品为事件 A,则取出的 3 件全是合格品为 $\overline{A}$,

$\because P(\overline{A})=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{5}{14}$,

$\therefore P\left(A\right)=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$.

(2)由已知可得 X 的可能取值为 0,1,2.

$$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{20}{56}=\frac{5}{14},P(X=1)=\frac{C_2^1C_6^2}{C_8^3}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28},P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^1}{C_8^3}=\frac{6}{56}=\frac{3}{28}.$$

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

$E\left(X\right)=0\times\frac{5}{14}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{3}{28}=\frac{3}{4}$.

【点睛】本题考查离散型随机变量的分布列与期望,注意区分常见的分布（如二项分布、超几何分布等）,本题属于基础题.

19. 【答案】(1) $y=ex$;(2) $\triangle PAB$ 的面积最小值为 1,此时点 P 坐标为 $\left(0,1\right)$.

【解析】

【分析】

(1)求得导函数,根据导数的几何意义,即可求得斜率和切点坐标,根据点斜式即可写出切线方程;

(2)由 A,B 坐标即可求得直线 AB 方程，当点 P 为与 AB 平行且且与曲线 $y=e^x$ 相切的直线的切点时，$\triangle PAB$ 面积的最小值,根据导数的几何意义即可求得切点,利用点到直线距离公式即可求得 P 到 AB 的距离,进而求得面积.

【详解】解：Q $y=e^x$,$\therefore y'=e^x$,$\therefore f'\left(x_0\right)=e^{x_0}$.

(1)当 $x_0=1$,$\therefore f'\left(x_0\right)=e^{x_0}=e$,$f\left(x_0\right)=e^{x_0}=e$,即切点为 $\left(1,e\right)$,切线方程为 $y-e=e\left(x-1\right)$,化简得：$y=ex$.

(2)直线 AB 的方程为:$x-y-1=0$,设与 AB 平行且与曲线 $y=e^x$ 相切的直线为 $y=x+b$ 即 $f'\left(x_0\right)=e^{x_0}=1$,解得:$x_0=0$,则切点为 $\left(0,1\right)$,即点 P 坐标为 $\left(0,1\right)$ 时，$\triangle PAB$ 的面积最小,$\left|AB\right|=\sqrt{2}$，$P\left(0,1\right)$ 到直线

$AB:x-y-1=0$ 的距离为 $d=\frac{\left|0-1-1\right|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$.

【点睛】本题考查导数的几何意义,考查利用导数求切线方程和已知斜率求切点问题,难度较易.

20. 【答案】(1) 0.1225;(2) 0.8(3)见解析.

【解析】

【分析】

(1)分别计算出甲乙各射击一次击中 10 环的概率,利用相互独立事件的概率公式计算即可;

(2)甲射击一次,击中9环以上（含9环）即为甲射击一次,击中9环和甲射击一次,击中10环,利用互斥事件的概率公式即可得出结果;

(3)由(2)可知甲射击一次，击中9环以上（含9环）的概率为0.8,可知 $X\sim B(3,0.8)$.利用公式计算即可得出结果.

【详解】(1) 设事件A表示甲运动员射击一次,恰好击中10环, 设事件B表示乙运动员射击一次,恰好击中10环,

$P(A)=1-0.1-0.1-0.45=0.35$, $P(B)=0.35$,所以甲、乙各射击一次,甲、乙同时击中10环即

$P(AB)=0.35\times0.35=0.1225$.

(2)设事件C表示甲运动员射击一次,恰好击中9环以上(含9环),则 $P(C)=0.35+0.45=0.8$

（3）由已知可得X的可能取值为0,1,2,3,且 $X\sim B(3,0.8)$

$P(X=0)=0.2^3=0.008$,

$P(X=1)=C_3^1 0.8\times0.2^2=0.096$,

$P(X=2)=C_3^2 0.8^2\times0.2=0.384$,

$P(X=3)=0.8^3=0.512$

X	0	1	2	3
P	0.008	0.096	0.384	0.512

所以 $E\left(X\right)=3\times0.8=2.4$

【点睛】本题考查相互独立事件的概率,考查二项分布的分布列和数学期望,考查运用概率知识解决实际问题的能力和计算求解能力,难度一般.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索"K12 教育+互联网+大数据"的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供"衔接和桥梁纽带"作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。