密云区 2019-2020 学年第二学期高三第二次阶段性测试

数学试卷　　2020.6

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项．

1．已知集合 $M=\{x\in\mathbf{R}\mid x\geqslant 0\}$，$N\subseteq M$，则在下列集合中符合条件的集合 N 可能是

A. $\{0,1\}$　　B. $\{x\mid x^2=1\}$　　C. $\{x\mid x^2>0\}$　　D. $\mathbf{R}$

2．在下列函数中，定义域为实数集的偶函数为

A. $y=\sin x$　　B. $y=\cos x$　　C. $y=x|x|$　　D. $y=\ln|x|$

3．已知 $x>y$，则下列各不等式中一定成立的是

A. $x^2>y^2$　　B. $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$　　C. $(\frac{1}{3})^x>(\frac{1}{3})^y$　　D. $3^x+3^{-y}>2$

4.已知函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+1)=2f(x)$，且 $f(5)=3f(3)+4$，则 $f(4)=$

A．16　　B．8　　C．4　　D． 2

5.已知双曲线 $\frac{x^2}{a}-y^2=1(a>0)$ 的一条渐近线方程为 $x+2y=0$，则其离心率为

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{17}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

6.已知平面向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，则“$|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$”是“$(\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{a}=0$”的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

7．已知圆 $C:x^2+(y-1)^2=2$，若点 P 在圆 C 上，并且点 P 到直线 $y=x$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则满足条件的点 P 的个数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．设函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin(\omega x+\varphi)$，$x\in\mathbf{R}$，其中 $\omega>0$，$|\varphi|<\pi$．若 $f(\frac{5\pi}{8})=\frac{1}{2}$，$f(\frac{11\pi}{8})=0$，且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π，则

A. $\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{24}$　　B. $\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=\frac{\pi}{12}$

C. $\omega=\frac{1}{3}$，$\varphi=\frac{7\pi}{24}$　　D. $\omega=\frac{2}{3}$，$\varphi=-\frac{11\pi}{12}$

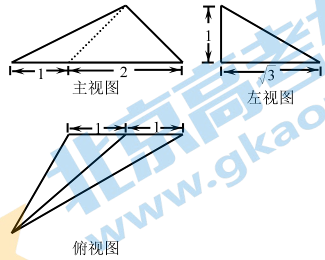
9. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥中最长的棱长为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$



第 9 题图

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且满足下列三个条件：

①对任意的 $x_1, x_2 \in [4,8]$ ，且 $x_1 \neq x_2$ ，都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ ；

② $f(x+8)=f(x)$ ；

③ $y=f(x+4)$ 是偶函数；

若 $a=f(-7)$ ，$b=f(11)$ ，$c=f(2020)$，则 a，b，c 的大小关系正确的是

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<b<a$

二、填空题:本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 抛物线 $y^2 = mx(m为常数)$ 过点 $(-1,1)$，则抛物线的焦点坐标为_______.

12. 在 $(x+\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中，常数项为_______.（用数字作答）.

13. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n = n^2 - 11n(n \in \mathbf{N}^*)$，则 $a_1=$_________， S_n 的最小值为_______.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，三边长分别为 $a=4$， $b=5$， $c=6$，则 $\triangle ABC$ 的最大内角的余弦值为_________， $\triangle ABC$ 的面积为_______.

15. 已知集合 $A=\{a \mid a=x^2-y^2, x\in\mathbf{Z}, y\in\mathbf{Z}\}$. 给出如下四个结论：

①$2\notin A$，且 $3\in A$；

②如果 $B=\{b \mid b=2m-1, m\in\mathbf{N}^*\}$，那么 $B\subseteq A$；

③如果 $C=\{c \mid c=2n+2, n\in\mathbf{N}^*\}$，那么对于 $\forall c\in C$，则有 $c\in A$；

④如果 $a_1\in A$， $a_2\in A$，那么 $a_1a_2\in A$.

其中，正确结论的序号是_________.

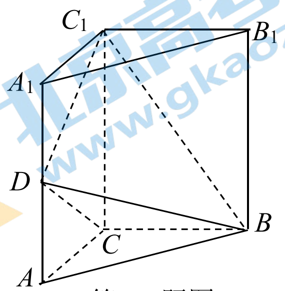
三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题满分 14 分）

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=\dfrac{1}{2}AA_1$，D 是棱 AA_1 的中点，$DC_1\perp BD$.

（Ⅰ）证明：$DC_1\perp BC$；

（Ⅱ）求二面角 A_1-BD-C_1 的大小.



第 16 题图

17.（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=\cos x\left(2\sqrt{3}\sin x+\cos x\right)-\sin^2 x$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间和最小正周期；

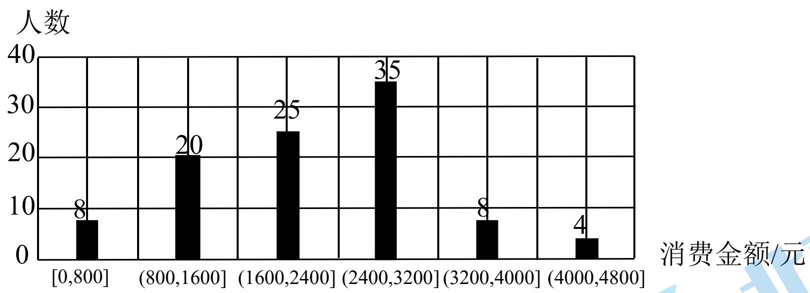
（Ⅱ）若当 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 时，关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant m$ ______，求实数 m 的取值范围.

请选择①和②中的一个条件，补全问题（Ⅱ），并求解．其中，①有解；②恒成立．

注意：如果选择①和②两个条件解答，以解答过程中书写在前面的情况计分．

18.（本小题满分 14 分）

某健身机构统计了去年该机构所有消费者的消费金额（单位：元），如图所示：



（Ⅰ）将去年的消费金额超过 3200 元的消费者称为“健身达人”，现从所有“健身达人”中随机抽取 2 人，求至少有 1 位消费者，其去年的消费金额超过 4000 元的概率；

（Ⅱ）针对这些消费者，该健身机构今年欲实施入会制．规定：消费金额为 2000 元、2700 元和 3200 元的消费者分别为普通会员、银卡会员和金卡会员．预计去年消费金额在 $(0,1600]$、$(1600,3200]$、$(3200,4800]$ 内的消费者今年都将会分别申请办理普通会员、银卡会员和金卡会员．消费者在申请办理会员时，需一次性预先缴清相应等级的消费金额.

该健身机构在今年年底将针对这些消费者举办消费返利活动，预设有如下两种方案：

方案1 按分层抽样从普通会员，银卡会员，金卡会员中总共抽取 25 位“幸运之星”给予奖励．其中，普通会员、银卡会员和金卡会员中的“幸运之星”每人分别奖励 500 元、600 元和800 元.

方案 2 每位会员均可参加摸奖游戏，游戏规则如下：从一个装有 3 个白球、2 个红球（球只有颜色不同）的箱子中，有放回地摸三次球，每次只能摸一个球．若摸到红球的总数为 2，则可获得 200 元奖励金；若摸到红球的总数为 3，则可获得 300 元奖励金；其他情况不给予奖励．如果每位普通会员均可参加 1 次摸奖游戏；每位银卡会员

均可参加 2 次摸奖游戏；每位金卡会员均可参加 3 次摸奖游戏（每次摸奖的结果相互独立）.

以方案2的奖励金的数学期望为依据，请你预测哪一种方案投资较少?并说明理由.

19.（本小题满分 14 分）

已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$过点 $P(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$，设它的左、右焦点分别为F_1，F_2，左顶点为A，上顶点为B，且满足$|AB|=\frac{\sqrt{15}}{6}|F_1F_2|$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程和离心率；

（Ⅱ）过点 $Q(-\frac{6}{5},0)$ 作不与y轴垂直的直线l交椭圆C于M，N（异于点A）两点，试判断$\angle MAN$ 的大小是否为定值，并说明理由.

20.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x-a\ln x, a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

（Ⅱ）设函数 $h(x)=f(x)+\frac{1+a}{x}$ ，试判断函数 $h(x)$ 是否存在最小值，若存在，求出最小值，若不存在，请说明理由.

（Ⅲ）当 $x>0$ 时，写出 $x\ln x$ 与 x^2-x 的大小关系.

21.（本小题满分 14 分）

设 n 为正整数，集合 $A=\{\alpha\mid\alpha=(t_1,t_2,\cdots,t_n), t_k\in\{0,1\}, k=1,2,\cdots,n\}$. 对于集合 A 中的任意元素 $\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，记

$$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}[(x_1+y_1+|x_1-y_1|)+(x_2+y_2+|x_2-y_2|)+\cdots+(x_n+y_n+|x_n-y_n|)].$$

（Ⅰ）当 n=3 时，若 $\alpha=(0,1,1)$， $\beta=(0,0,1)$， 求 $M(\alpha,\alpha)$ 和 $M(\alpha,\beta)$ 的值；

（Ⅱ）当 $n=4$ 时，对于 A 中的任意两个不同的元素 α,β，

证明：$M(\alpha,\beta)\leqslant M(\alpha,\alpha)+M(\beta,\beta)$.

（Ⅲ）给定不小于 2 的正整数 n，设 B 是 A 的子集，且满足：对于 B 中的任意两个不同元素 α,β，$M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)+M(\beta,\beta)$. 写出一个集合 B，使其元素个数最多，并说明理由.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

密云区 2019-2020 学年第二学期高三第二次阶段性测试

数学试卷参考答案　2020.6

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	B	A	C	C	B	D	D

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．$(-\frac{1}{4},0)$　　12．20　　13．-10；-30

14．$\frac{1}{8}$；$\frac{15}{4}\sqrt{7}$　　15. ①②④.

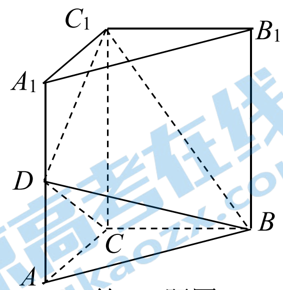
备注：

（1）若小题有两问，第一问 3 分，第二问 2 分；

（2）第 15 题答案为①②④之一，3 分；为①②④之二，4 分；为①②④，5 分；其它答案 0 分.

三、解答题：共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题满分 14 分）



第 16 题图

（Ⅰ）证明：在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 为矩形.

因为 $AC=BC=\frac{1}{2}AA_1$，D 是棱 AA_1 的中点，

所以 ΔADC 和 ΔA_1DC_1 均为等腰直角三角形.

所以 $\angle ADC=\angle A_1DC_1=45^\circ$.

因此 $\angle C_1DC=90^\circ$，即 $C_1D\perp DC$.

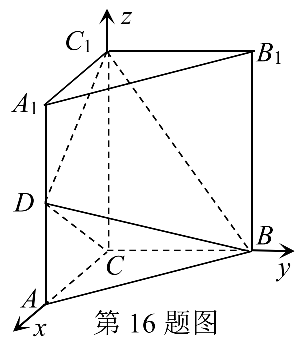
因为 $DC_1\perp BD$， $BD\cap DC=D$，

所以 $DC_1\perp$平面 BCD.

因为 $BC\subset$平面 BCD,

所以 $DC_1\perp BC$.

（Ⅱ）解：因为$CC_1\perp$平面 ABC， $AC\subset$平面 ABC， $BC\subset$平面 ABC，



第 16 题图

所以 $CC_1\perp AC$， $CC_1\perp BC$.

又因为 $DC_1\perp BC$， $CC_1\cap DC_1=C_1$，

所以 $BC\perp$平面 ACC_1A_1 .

因为 $AC\subset$平面 ACC_1A_1，所以 $BC\perp AC$

以 C 为原点建立空间直角坐标系，如图所示.

不妨设 $AC=1$，

则 $C(0,0,0)$， $A(1,0,0)$， $B(0,1,0)$， $D(1,0,1)$， $A_1(1,0,2)$， $C_1(0,0,2)$，

所以 $\overrightarrow{A_1D}=(0,0,-1)$，$\overrightarrow{A_1B}=(-1,1,-2)$，$\overrightarrow{C_1D}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{C_1B}=(0,1,-2)$.

设平面 A_1BD 的法向量 $\boldsymbol{m}=(x,\ y,\ z)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{A_1D}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{A_1B}=0.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-z=0,\\ -x+y-2z=0.\end{cases}$

令 $x=1$，则 $\boldsymbol{m}=(1,1,0)$.

设平面 C_1BD 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,\ y,\ z)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{C_1D}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{C_1B}=0.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x-z=0,\\ y-2z=0.\end{cases}$

令 $x=1$，则 $\boldsymbol{n}=(1,2,1)$.

则有 $\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1\times1+1\times2+0\times1}{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为二面角 A_1-BD-C 为锐角，

所以二面角 A_1-BD-C 的大小为 $\dfrac{\pi}{6}$.

17. （本小题满分 15 分）

（Ⅰ）解：因为 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x-\sin^2 x$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$

$=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$.

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$.

因为函数 $y=\sin x$ 的的单调增区间为 $[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi],k\in\mathbf{Z}$，

所以 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

解得 $-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$.

所以函数数 $f(x)$ 的的单调增区间为 $[-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi],k\in\mathbf{Z}$，

（Ⅱ）解：若选择①

由题意可知，不等式 $f(x)\geqslant m$ 有解，即 $m\leqslant f(x)_{\max}$.

因为 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，所以 $\dfrac{\pi}{6}\leqslant 2x+\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{7\pi}{6}$.

故当 $2x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 时，

$f(x)$ 取得最大值，且最大值为 $f(\dfrac{\pi}{6})=2$.

所以 $m\leqslant 2$.

若选择②

由题意可知，不等式 $f(x)\geqslant m$ 恒成立，即 $m\leqslant f(x)_{\min}$.

因为 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，所以 $\frac{\pi}{6}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{7\pi}{6}$.

故当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$，即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，

$f(x)$ 取得最小值，且最小值为 $f(\frac{\pi}{2})=-1$.

所以 $m\leqslant -1$.

18.（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）解：记“在抽取的 2 人中至少有 1 位消费者在去年的消费超过 4000 元”为事件 A.

由图可知，去年消费金额在 $(3200,4000]$ 内的有 8 人，在 $(4000,4800]$ 内的有 4 人，

消费金额超过 3200 元的“健身达人”共有 8+4=12（人），

从这 12 人中抽取 2 人，共有 C_{12}^{2} 种不同方法，

其中抽取的 2 人中至少含有 1 位消费者在去年的消费超过 4000 元，共有 $C_8^1C_4^1+C_4^2$ 种不同方法.

所以，$P(A)=\dfrac{C_8^1C_4^1+C_4^2}{C_{12}^2}=\dfrac{19}{33}$.

（Ⅱ）解：方案 1 按分层抽样从普通会员，银卡会员，金卡会员中总共抽取 25 位“幸运之星”，

则“幸运之星”中的普通会员、银卡会员、金卡会员的人数分别为

$\dfrac{8+20}{100}\times 25=7$，$\dfrac{25+35}{100}\times 25=15$，$\dfrac{12}{100}\times 25=3$，

按照方案 1 奖励的总金额为

$\xi_1=7\times 500+15\times 600+3\times 800=14900$（元）.

方案 2 设 η 表示参加一次摸奖游戏所获得的奖励金，

则 η 的可能取值为 0，200，300.

由题意，每摸球 1 次，摸到红球的概率为 $P=\dfrac{C_2^1}{C_5^1}=\dfrac{2}{5}$，

所以 $P(\eta=0)=C_3^0(\frac{3}{5})^3(\frac{2}{5})^0+C_3^1(\frac{3}{5})^2(\frac{2}{5})^1=\dfrac{81}{125}$，

$P(\eta=200)=C_3^2(\frac{3}{5})^1(\frac{2}{5})^2=\dfrac{36}{125}$，

$P(\eta=300)=C_3^3(\frac{3}{5})^0(\frac{2}{5})^3=\dfrac{8}{125}$.

所以 η 的分布列为：

η	0	200	300
P	$\frac{81}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

数学期望为 $E\eta = 0\times\frac{81}{125}+200\times\frac{36}{125}+300\times\frac{8}{125}=76.8$（元），

按照方案 2 奖励的总金额为

$\xi_2=(28+60\times2+12\times3)\times76.8=14131.2$（元），

因为由 $\xi_1>\xi_2$，所以施行方案 2 投资较少.

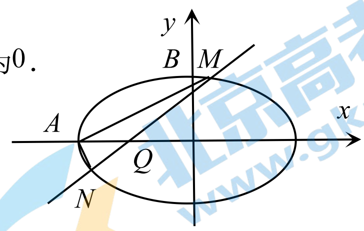
19.（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）解：根据题意得 $\begin{cases}\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1,\\ \sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{15}}{6}\times2c,\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=1,\\ c=\sqrt{3}.\end{cases}$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅱ）解：方法一



因为直线 l 不与 y 轴垂直，所以直线 l 的斜率不为 0.

设直线 l 的方程为：$x=ty-\frac{6}{5}$，

联立方程 $\begin{cases}x=ty-\frac{6}{5},\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1.\end{cases}$ 化简得 $(t^2+4)y^2-\frac{12}{5}ty-\frac{64}{25}=0$.

显然点 $Q(-\frac{6}{5},0)$ 在椭圆 C 的内部，所以 $\Delta>0$.

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

则 $y_1+y_2=\frac{12t}{5(t^2+4)}$，$y_1y_2=-\frac{64}{25(t^2+4)}$.

又因为 $A(-2,0)$，所以 $\overrightarrow{AM}=(x_1+2,y_1)$，$\overrightarrow{AN}=(x_2+2,y_2)$.

所以 $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AN}=(x_1+2)(x_2+2)+y_1y_2$

$$=(ty_1-\frac{6}{5}+2)(tx_2-\frac{6}{5}+2)+y_1y_2$$

$$=(t^2+1)y_1y_2+\frac{4}{5}t(y_1+y_2)+\frac{16}{25}$$

$$=(t^2+1)\times(-\frac{64}{25(t^2+4)})+\frac{4}{5}t\times\frac{12t}{5(t^2+4)}+\frac{16}{25}$$

$$=0$$

所以 $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{AN}$，即 $\angle MAN=90^{\circ}$ 是定值.

方法二

（1）当直线l垂直于 x 轴时

解得 M 与 N 的坐标为 $(-\frac{6}{5},\pm\frac{4}{5})$.

由点 $A(-2,0)$，易证 $\angle MAN=90^{\circ}$.

（2）当直线l斜率存在时

设直线l的方程为：$y=k(x+\frac{6}{5}),k\neq 0.$，

联立方程 $\begin{cases} y=k(x+\frac{6}{5}), \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1. \end{cases}$ 化简得 $(1+4k^2)x^2+\frac{48}{5}k^2x+\frac{4(36k^2-25)}{25}=0$.

显然点 $Q(-\frac{6}{5},0)$ 在椭圆 C 的内部，所以 $\Delta>0$.

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\frac{48k^2}{5(1+4k^2)}$，$x_1x_2=\frac{4(36k^2-25)}{25(1+4k^2)}$.

又因为 $A(-2,0)$，所以 $\overrightarrow{AM}=(x_1+2,y_1)$，$\overrightarrow{AN}=(x_2+2,y_2)$.

所以 $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AN}=(x_1+2)(x_2+2)+y_1y_2$

$$=(x_1+2)(x_2+2)+k(x_1+\frac{6}{5})k(x_2+\frac{6}{5})$$

$$=(k^2+1)x_1x_2+(2+\frac{6}{5}k^2)(x_1+x_2)+4+\frac{36k^2}{25}$$

$$=(k^2+1)\times\frac{4(36k^2-25)}{25(1+4k^2)}+(2+\frac{6}{5}k^2)\times\frac{-48k^2}{5(1+4k^2)}+4+\frac{36k^2}{25}$$

$$=0$$

所以 $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{AN}$，即 $\angle MAN=90^{\circ}$ 是定值.

20.（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）解：当 $a=1$ 时，$f(x)=x-\ln x,x>0$，

所以 $f'(x)=1-\dfrac{1}{x}, x>0$，因此 $k=f'(1)=0$．

又因为 $f(1)=1$，所以切点为 $(1,1)$．

所以切线方程为 $y=1$．

（Ⅱ）解：$h(x)=x-a\ln x+\dfrac{1+a}{x}$，$x>0$，$a\in\mathbf{R}$．

所以 $h'(x)=1-\dfrac{a}{x}-\dfrac{1+a}{x^2}=\dfrac{(x+1)(x-a-1)}{x^2}$，$x>0$．

因为 $x>0$，所以 $x+1>0$．

（1）当 $a+1\leqslant 0$，即 $a\leqslant -1$ 时

因为 $x>0$，所以 $x-(a+1)>0$，故 $h'(x)>0$．

此时函数 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增．

所以函数 $h(x)$ 不存在最小值．

（2）当 $a+1>0$，即 $a>-1$ 时

令 $h'(x)=0$，因为 $x>0$，所以 $x=a+1$．

$h(x)$ 与 $h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的变化情况如下：

x	$(0,a+1)$	$a+1$	$(a+1,+\infty)$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	↘	极小值	↗

所以当 $x=a+1$ 时，$h(x)$ 有极小值，也是最小值，

并且 $h(x)_{\min}=h(a+1)=a+2-a\ln(a+1)$．

综上所述，

当 $a\leqslant -1$ 时，函数 $h(x)$ 不存在最小值；

当 $a>-1$ 时，函数 $h(x)$ 有最小值 $a+2-a\ln(a+1)$．

（Ⅲ）解：当 $x>0$ 时，$x\ln x\leqslant x^2-x$．

21．（本小题满分 14 分）

（Ⅰ）解：因为 $\alpha=(0,1,1)$，$\beta=(0,0,1)$，

所以 $M(\alpha,\alpha)=\dfrac{1}{2}[(0+0+|0-0|)+(1+1+|1-1|)+(1+1+|1-1|)]=2$，

$M(\alpha,\beta)=\dfrac{1}{2}[(0+0+|0-0|)+(1+0+|1-0|)+(1+1+|1-1|)]=2$．

（Ⅱ）证明：当 $n=4$ 时，对于 A 中的任意两个不同的元素 α,β，

设 $\alpha=(x_1,x_2,x_3,x_4)$，$\beta=(y_1,y_2,y_3,y_4)$，有

$M(\alpha,\alpha)=x_1+x_2+x_3+x_4$，$M(\beta,\beta)=y_1+y_2+y_3+y_4$．

对于任意的 x_i,y_i，$i=1,2,3,4$，

当 $x_i \geq y_i$ 时，有 $\frac{1}{2}(x_i+y_i+|x_i-y_i|)=\frac{1}{2}[x_i+y_i+(x_i-y_i)]=x_i$，

当 $x_i \leq y_i$ 时，有 $\frac{1}{2}(x_i+y_i+|x_i-y_i|)=\frac{1}{2}[x_i+y_i-(x_i-y_i)]=y_i$．

即 $\frac{1}{2}(x_i+y_i+|x_i-y_i|)=\max\{x_i,y_i\}$．

所以，有 $M(\alpha,\beta)=\max\{x_1,y_1\}+\max\{x_2,y_2\}+\max\{x_3,y_3\}+\max\{x_4,y_4\}$．

又因为 $x_i,y_i\in\{0,1\}$，

所以 $\max\{x_i,y_i\}\leq x_i+y_i$，$i=1,2,3,4$，当且仅当 $x_iy_i=0$ 时等号成立．

所以，$\max\{x_1,y_1\}+\max\{x_2,y_2\}+\max\{x_3,y_3\}+\max\{x_4,y_4\}$

$\leq(x_1+y_1)+(x_2+y_2)+(x_3+y_3)+(x_4+y_4)$

$=(x_1+x_2+x_3+x_4)+(y_1+y_2+y_3+y_4)$，

即 $M(\alpha,\beta)\leq M(\alpha,\alpha)+M(\beta,\beta)$，当且仅当 $x_iy_i=0$（$i=1,2,3,4$）时等号成立．

（III）解：由（II）问，可证，对于任意的 $\alpha=(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)$，$\beta=(y_1,y_2,y_3,\cdots,y_n)$，

若 $M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)+M(\beta,\beta)$，则 $x_iy_i=0$，$i=1,2,3,\cdots,n$ 成立．

所以，考虑设

$A_0=\{(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)|,x_1=x_2=\cdots=x_n=0\}$，

$A_1=\{(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)\,|\,x_1=1,x_i\in\{0,1\},i=2,3,\cdots,n\}$，

对于任意的 $k=2,3,\cdots,n$，

$A_k=\{(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)\,|\,(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)\in A,x_1=x_2=\cdots=x_{k-1}=0,x_k=1\}$．

所以 $A=A_0\cup A_1\cup\cdots\cup A_n$．

假设满足条件的集合 B 中元素个数不少于 $n+2$，

则至少存在两个元素在某个集合 A_k（$k=1,2,\cdots,n-1$）中，

不妨设为 $\alpha=(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)$，$\beta=(y_1,y_2,y_3,\cdots,y_n)$，则 $x_k=y_k=1$．

与假设矛盾，所以满足条件的集合 B 中元素个数不多于 $n+1$．

取 $e_0=(0,0,\cdots0)$；

对于 $k=1,2,\cdots,n-1$，取 $e_k=(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)\in A_k$，且 $x_{k+1}=\cdots=x_n=0$；$e_n\in A_n$．

令 $B=\{e_0,e_1,\cdots,e_n\}$，

则集合 B 满足条件，且元素个数为 $n+1$．

故 B 是一个满足条件且元素个数最多的集合．