

2021 北京怀柔高三（下）适应性练习

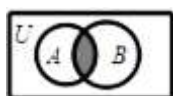
数 学

本试卷分第一部分（选择题）和第二部分（非选择题）两部分，第一部分 1 至 2 页，第二部分 3 至 4 页，共 150 分，考试时间 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束，将答题卡交回。

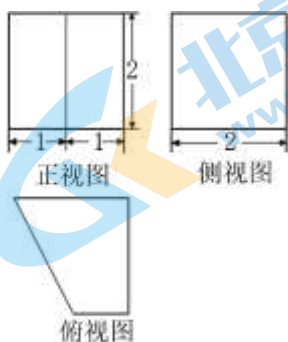
第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 3\}$, 则图中阴影部分的集合为 ()



- A. $\{-1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 在复平面内，复数 z_1, z_2 对应的点的关于实轴对称，若 $z_1 = 2 + i$, 则 $z_1 \cdot z_2 =$ ()
- A. $2 - i$ B. 5 C. $\sqrt{5}$ D. 3
3. 在 $(2x - 1)^5$ 的展开式中， x^2 的系数为 ()
- A. 20 B. -20 C. -40 D. 40
4. 曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$ 与曲线 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的 ()
- A. 焦距相等 B. 实半轴长相等 C. 虚半轴长相等 D. 离心率相等
5. 要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需要将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 ()
- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
- C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
6. 某四棱柱的三视图如图所示，该几何体的体积为 ()



A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

7. “ $a=0$ ”是直线 $(a+1)x+(a-1)y+2a=0(a \in R)$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 即不充分也不必要条件

8. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_5=8a_2$, 则下列式子中的数值不能确定的是 ()

- A. $\frac{a_5}{a_3}$ B. $\frac{S_5}{S_3}$ C. $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ D. $\frac{S_{n+1}}{S_n}$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x(x>0) \\ 3^x(x\leq 0) \end{cases}$, 且关于 x 的方程 $f(x)=-x+a$ 恰有两个互异的实数解, 则实数 a 的取值范围

围为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, 2)$ D. $(1, +\infty)$

10. 形状、节奏、声音或轨迹, 这些现象都可以分解成自复制的结构. 即相同的形式会按比例逐渐缩小, 并无限重复下去, 也就是说, 在前一个形式中重复出现被缩小的相同形式, 依此类推, 如图所示, 将图1的正三角形的各边都三等分, 以每条边中间一段为边再向外做一个正三角形, 去掉中间一段得到图2, 称为“一次分形”; 用同样的方法把图2中的每条线段重复上述操作, 得到图3, 称为“二次分形”; 依次进行“ n 次分形”, 得到一个周长不小于初始三角形周长100倍的分形图, 则 n 最小值是 () (取 $\lg 3 \approx 0.4771, \lg 2 \approx 0.3010$)

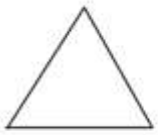


图1



图2



图3



图4

- A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

第二部分 (非选择题 共10分)

二、填空题 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 函数 $y=x^{\frac{1}{2}}+\log_2(1-x)$ 的定义域为_____.

12. 若抛物线 C 顶点在原点, 焦点在 y 轴上, 且过点 $(2,1)$, 则 C 的标准方程是_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=2, b=1, \cos A=\frac{1}{4}$, 则 c =_____.

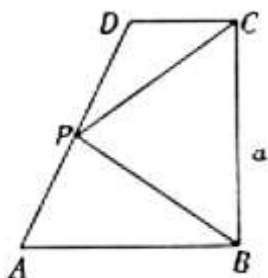
14. 若函数 $f(x)=\sin x-\cos(x+\varphi)$ 的一个零点为 $x=\frac{\pi}{6}$, 则常数 φ 的一个取值为_____.

15. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AB \perp BC, AB=2, CD=1, BC=a(a>0)$, P 为线段 AD 上一个动点, 设 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}=y$, 对于函数 $y=f(x)$ 给出下列四个结论:

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(ID:bj-gaokao\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息.

- ①当 $a = 2$ 时，函数 $f(x)$ 的值域为 $[1, 4]$ ；
- ② $\forall a \in (0, +\infty)$ ，都有 $f(1) = 1$ 成立；
- ③ $\forall a \in (0, +\infty)$ ，函数 $f(x)$ 的最大值都等于 4；
- ④ $\exists a \in (0, +\infty)$ ，函数 $f(x)$ 的最小值为负数。

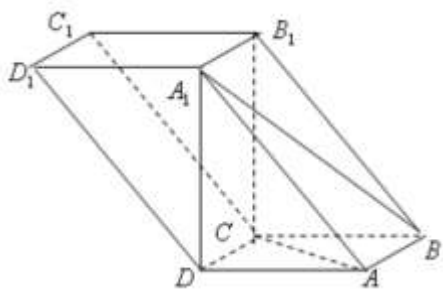
其中所有正确结论的序号是_____。



三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题 15 分)

如图，在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，侧棱 $A_1A = 2$ 。



- (I) 求证： $C_1D \parallel$ 平面 ABB_1A_1 ；
- (II) 求证： $AC \perp BC_1$ ；
- (III) 求二面角 $C_1 - BD - D_1$ 的余弦值。

17. (本小题 13 分)

已知函数 $h(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 求:

(I) $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 的取值范围.

条件①: $f(x) = h(x) + \sqrt{3}g(x)$;

条件②: $f(x) = h(x) \cdot g(x)$;

条件③: $f(x) = h(x) - g(x)$.

注: 如果选择不同条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本小题 13 分)

某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况, 对该流水线上的产品进行简单随机抽样, 获得数据如下表:

分组区间 (单位: 克)	(490,495]	(495,500]	(500,505]	(505,510]	(510,515]
产品件数	3	4	7	5	1

包装质量在 (495,510] 克的产品为一等品, 其余为二等品

(I) 估计从该流水线任取一件产品为一等品的概率;

(II) 从上述抽取的样本产品中任取 2 件, 设 X 为一等品的产品数量, 求 X 的分布列;

(III) 从该流水线上任取 2 件产品, 设 Y 为一等品的产品数量, 求 Y 的分布列; 试比较期望 EX 与期望 EY 的大小. (结论不要求证明)

19. (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x \cdot \left(\frac{1}{x} - \ln x + a \right)$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线与直线 $y = ex$ 平行, 求 a 的值;

(II) 若函数 $f(x)$ 在定义域内单调递减, 求 a 的取值范围.

20. (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 且 $a = 2c$, 若直线 $l: y = kx + 1$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 过点 M

作 x 轴的垂线分别与直线 PO, NO 交于点 A, B , 其中 O 为原点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若 $\frac{|AB|}{|AM|} = 1$, 求 k 的值.

21. (本小题 15 分)

定义满足以下两个性质的有穷数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 为 n ($n = 3, 4, \dots$) 阶“期待数列”:

① $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 0$;

② $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_n| = 1$.

(I) 若等比数列 $\{a_n\}$ 为 4 阶“期待数列”, 求 $\{a_n\}$ 的公比;

(II) 若等差数列 $\{a_n\}$ 是 $2k + 1$ 阶“期待数列” ($n = 1, 2, 3, \dots, 2k + 1$. k 是正整数, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 记 $2k$ 阶“期待数列” $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots, 2k$. k 是不小于 2 的整数), 求证:

$$|S_k| \leq \frac{1}{2}.$$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯