2022届高三一轮复习联考(四) 全国卷1

理科数学试卷

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x|0<x<4\}$，则 $A\cup B=$

A.$(-2,3)$　　B.$(0,3)$　　C.$(-2,4)$　　D.$(3,4)$

2.已知复数 z 满足 $|z-1|=1$，则 $|z-i|$（其中 i 为虚数单位）的最大值为

A.1　　B.$\sqrt{3}+1$　　C.$\sqrt{2}+1$　　D.$\sqrt{3}-1$

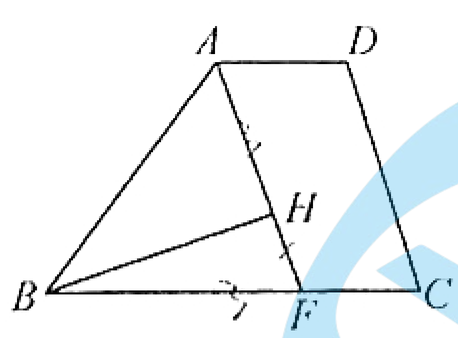
3.已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_2+a_4+a_6+a_8=20$，$a_2a_8=2$，则 $\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_6}+\frac{1}{a_8}$ 的值为

A.20　　B.10　　C.5　　D.$\frac{5}{2}$

4.已知 $a=\ln 3$，$b=\log_2 1.3$，$c=\log_3 2$，则 a,b,c 的大小关系为

A.$b<a<c$　　B.$a>b>c$　　C.$a>c>b$　　D.$b>a>c$

5.已知梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{FC}$，$\overrightarrow{AH}=3\overrightarrow{HF}$，且 $\overrightarrow{BH}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$，则 $\lambda\mu$ 的值为



A.$\frac{3}{64}$　　B.$\frac{5}{64}$　　C.$\frac{7}{64}$　　D.$\frac{9}{64}$

6.已知 $y=x-1$ 与曲线 $y=\ln(x-a)$ 相切，则 a 的值为

A.-1　　B.0　　C.1　　D.2

7.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 为偶函数，在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right)$ 单调递减，且在该区间上没有零点，则 ω 的取值范围为

A.$\left[\frac{3}{2},2\right]$　　B.$\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　C.$\left[\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$　　D.$\left(0,\frac{3}{2}\right]$

8.已知$\triangle ABC$的顶点在半径为4的球O的球面上，$AC=2$，$\angle ABC=\frac{\pi}{6}$，则球心O到平面ABC的距离为

A.2　　B.$2\sqrt{2}$　　C.3　　D.$2\sqrt{3}$

9.已知点P在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的表面上运动，点Q是CD的中点，点P满足$PQ\perp AC_1$，下列结论正确的是

A.点P的轨迹的周长为$3\sqrt{2}$

B.点P的轨迹的周长为$6\sqrt{2}$

C.三棱锥$P-BCQ$的体积的最大值为$\frac{4}{3}$

D.三棱锥$P-BCQ$的体积的最大值为1

10.已知函数$f(x)=\begin{cases}e^x,(x\geq 0)\\ -x^2-4x,(x<0)\end{cases}$，方程$f^2(x)-t\cdot f(x)=0$有四个实数根$x_1,x_2,x_3,x_4$，且满足$x_1<x_2<x_3<x_4$，下列说法错误的是

A.$x_1x_4\in(-6\ln 2,0]$

B.$x_1+x_2+x_3+x_4$的取值范围为$[-8,-8+2\ln 2)$

C.t的取值范围为$[1,4)$

D.$x_2x_3<4$

11.已知P为椭圆$M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$上任意一点，$\odot O:x^2+y^2=R^2(R>0)$的一条直径所在直线$l$与$M$交于$A,B$两点，且满足直线$PA$与$PB$的斜率之积为$-\frac{2}{3}$，则$M$的离心率为

A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$\frac{1}{4}$　　C.$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D.$\frac{\sqrt{6}}{3}$

12.已知函数$f(x)$满足$f[f(x)-2\ln x]=1$，且函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}-a$在$x\in(0,e]$上有两个零点，则实数a的取值范围为

A.$\left(-\infty,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$　　B.$\left(-\infty,\frac{2}{\sqrt{e}}\right)$　　C.$\left[\frac{3}{e},\frac{2}{\sqrt{e}}\right)$　　D.$\left[\frac{3}{e},\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.若x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geq 0,\\2x+y-6\leq 0,\\y\geq 0,\end{cases}$则$z=3x+2y$的最大值为　10　.

14.已知O为$\triangle ABC$的外心，$AB=4$，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=$______.

15.已知$\frac{\sin 2x+\cos 2x+1}{\sin 2x-\cos 2x+1}=\frac{1}{2}$，则$\tan x=$______.

16.已知双曲线$\Omega:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，$P$为$\Omega$上一点，$M$为$\triangle PF_1F_2$的内心，直线$PM$与$x$轴正半轴交于点$H$，$|OH|=\frac{2a}{3}$，且$|PF_1|=3|PF_2|$，则$\Omega$的渐近线方程为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：60 分。

17.(12 分)

在△ABC 中，角 A、B、C 所对的边分别是 a、b、c，且 $2\sin(A-B)=\sin C$.

(1)求 $\dfrac{\tan A}{\tan B}$ 的值；

(2)若 $c=4$，当 $\tan(A-B)$ 取得最大值时，求△ABC 的面积.

18.(12 分)

已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$8S_n=a_n^2+4a_n+4(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式 a_n；

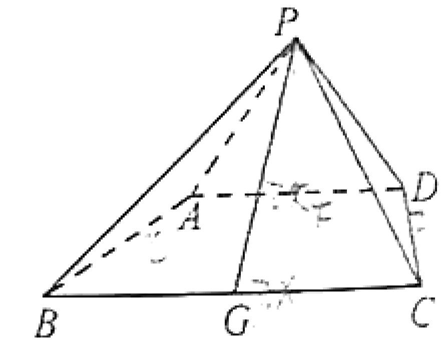
(2)设 $b_n=\dfrac{4(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{\sqrt{(a_n+2)\cdot(a_{n+1}+2)}}$，$T_n$ 为数列$\{b_n\}$的前 n 项和，证明：$T_n<1$.

19.(12 分)

如图，已知四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AB=DC=2$，$BC=\dfrac{3}{2}AD$，$AD\parallel BC$，P 为平面 $ABCD$ 外一动点，且△PAD 为正三角形，G 为 BC 的中点.

(1)证明：$AD\perp PG$；

(2)若$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积取得最大值时，求平面 PAB 与平面 ACD 所成的锐二面角的余弦值.



20.(12 分)

已知抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，过 $M(1,2)$ 斜率为 k 的直线 l 交抛物线于 A、B 两点，分别以 A、B 为切点引 C 的切线 l_1，l_2，两条切线交于一点 P.

(1)若 $OA\perp OB$(O 为坐标原点)，直线 l 的斜率为 -1，求 C 的方程；

(2)设点 Q 是曲线 C 上的动点，当 $|PQ|$ 的最小值为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ 时，求 $\triangle MOQ$ 外接圆的方程.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\ln x-2x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2)设函数 $g(x)=e^x+\frac{1}{2}x^2-(4+a)x+\ln x-f(x)$，若函数 $y=g(x)$ 有两个不同的零点 x_1，x_2，证明：$x_1+x_2<2\ln(a+2)$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 $E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，直线 l_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=\sqrt{2}+t\cos\alpha,\\ y=1+t\sin\alpha,\end{cases}$ (t 为参数).且与曲线 E 交于 A，B 两点.以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)若直线 l_1 的倾角为 $\frac{\pi}{4}$，求曲线 E 的极坐标方程和直线 l_1 的普通方程；

(2)倾斜角为 $\beta\left(\beta\neq\frac{\pi}{2}\right)$ 的直线 l_2 与曲线 E 交于 C，D 两点，若 l_2 与 l_1 关于直线 $x=\sqrt{2}$ 对称，且 $|AB|=2|AD|$，求 $\tan\alpha\cdot\tan\beta$ 的值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x+1|+|x-3|$.

(1)$a^2+b^2+c^2$ 等于 $f(x)$ 的最小值，证明：$\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+3}+\sqrt{c^2+1}\leqslant 3\sqrt{3}$；

(2)不等式 $f(x)\geqslant m^2-3m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.