

绝密★启用前

百师联盟 2021 届高三毕业班高考一轮复习联考(二)

新高考卷  
数学试题

考试时间为120分钟，满分150分

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{y | y = \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4\}$ , 下列结论正确的是

- A.  $A \cup B = \mathbb{R}$       B.  $B \subseteq \mathbb{C}_{\mathbb{R}}A$       C.  $A_{\mathbb{R}} \subseteq \mathbb{C}_{\mathbb{R}}B$       D.  $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}A \subseteq \mathbb{C}_{\mathbb{R}}B$

2. 已知复数  $z = 1 + i$ ,  $\bar{z}$  为  $z$  的共轭复数, 则  $|\frac{\bar{z} + 1}{z}| =$

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$       D.  $\sqrt{10}$

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 2 \\ f(x+1), & x < 2 \end{cases}$ , 则  $f(0) =$

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

4. 明代数学家程大位编著的《算法统宗》是中国数学史上的一座丰碑。其中有一段著述“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一”，注：“倍加增”意为“从塔顶到塔底，相比于上一层，每一层灯的盏数成倍增加”，则该塔正中间一层的灯的盏数为

- A. 3      B. 12



C. 24

D. 48

5. 已知 $\alpha$ 和 $\beta$ 表示两个不重合的平面, $a$ 和 $b$ 表示两条不重合的直线,则平面 $\alpha//\beta$ 的一个充分条件是

A.  $a//b, a//\alpha$ 且 $b//\beta$

B.  $a\subset\alpha, \beta\subset\alpha$ 且 $a//\beta, b//\beta$

C.  $a\perp b, a//\alpha$ 且 $b\perp\beta$

D.  $a//b, a\perp\alpha$ 且 $b\perp\beta$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,若 $S_{39} = 6^3$ 则 $\frac{S_9}{S_3} = 6$ ,则 $\frac{S_{12}}{S_6} =$

A.  $\frac{17}{7}$

B.  $\frac{8}{3}$

C.  $\frac{14}{3}$

D.  $\frac{10}{3}$

7. 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  ( $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 在区间 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}]$ 上单调且 $f(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,则 $\varphi$ 的范围是

A.  $[-\frac{\pi}{3}, 0]$

B.  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$

C.  $[-\frac{\pi}{4}, 0]$

D.  $[0, \frac{\pi}{3}]$

8. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=2\sqrt{2}, \angle BAC=135^\circ$ , $D$ 为边 $BC$ 的中点,且

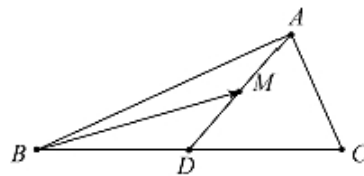
$\overline{AM} = \overline{MD}$ ,则向量 $\overline{BM}$ 的模为

A.  $\frac{\sqrt{26}}{2}$

B.  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{26}}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{26}}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$



二、多选题: 本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得3分。

9. 下面命题正确的是

A. “ $a>1$ ”是“ $\frac{1}{a}<1$ ”的充分不必要条件

B. 命题“若 $x<1$ ,则 $x^2<1$ ”的否定是“存在 $x<1$ ,则 $x^2\geq 1$ ”

C. 设 $x, y \in \mathbb{R}$ ,则“ $x\geq 2$ 且 $y\geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 4$ ”的必要而不充分条件

D. 设 $a, b \in \mathbb{R}$ ,则“ $a\neq 0$ ”是“ $ab\neq 0$ ”的必要不充分条件

10. 在 $\triangle ABC$ 中,下列结论正确的是

A. 若 $A<B$ ,则 $\sin A<\sin B$

B. 若 $\sin A<\sin B$ ,则 $A<B$

C. 若 $A>B$ ,则 $\frac{1}{\sin 2A} > \frac{1}{\sin 2B}$

D. 若 $A<B$ ,则 $\cos A > \cos B$

11. 设  $a, b$  是两个非零向量, 则下列描述正确的有

- A. 若  $|a+b|=|a|-|b|$ , 则  $a \perp b$
- B. 若  $|a+b|=|a|-|b|$ , 则存在实数  $\lambda$ , 使得  $b=\lambda a$
- C. 若  $|a+b|=|a|-|b|$ , 则  $a \perp b$
- D. 若存在实数  $\lambda$ , 使得  $b=\lambda a$ , 则  $|a+b|=|a|-|b|$

12. 已知函数  $f(x)$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(x+4)-f(x)=2f(2)$ , 若  $y=f(x-1)$  的图象关于直线  $x=1$  对称, 且对任意的  $x_1, x_2 \in (0, 2)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 都有

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ , 则下列结论正确的是

- A.  $f(x)$  是偶函数
- B.  $f(x)$  的周期  $T=4$
- C.  $f(2022)=0$
- D.  $f(x)$  在  $(-4, -2)$  单调递减

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 已知  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知在平面直角坐标系中, 向量  $a=(-1, 2), b=(1, 1)$ , 且  $m=a+b, n=a-b$ , 设  $m$  与  $n$  的夹角为  $\theta$ , 则  $\cos \theta =$  \_\_\_\_\_.

15. 直线  $y=2x+m$  与 函数  $f(x)=xe^x-2\ln x+3$  ( $e$  为自然对数的底数) 的图象相切于点  $A(x_0, y_0)$ , 则  $x_0+\ln x_0 =$  \_\_\_\_\_.

16. 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = \frac{3}{2}$ , 且满足  $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$ , 若对于任意  $n \in \mathbf{N}^*$ , 都有  $\frac{\lambda}{n} \geq a_n$  成立, 则实数  $\lambda$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

函数  $f(x) = 3\sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) + m$ , 其中  $0 < \omega < 6, f(\frac{\pi}{8}) = 2$ , 且对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有

$$f(\frac{5\pi}{8}) \leq$$

$$f(x) \leq f(\frac{9\pi}{8}).$$

(1) 求  $\omega$  和  $m$  ;

(2) 当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时, 求  $f(x)$  的值域

18. (12分)

在① $a_3 + a_5 = 5, S_4 = 7$ ; ② $4a_n = n^2 + 3n$ ; ③ $5S_4 = 14S_2$ ,  $a_5$  是  $a_3$  与  $\frac{9}{2}$  的等比中项, 这

三个条件

中任选一个, 补充在下面问题中, 然后解答补充完整的题目.

已知  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若\_\_\_\_\_.

(1) 求  $a_n$ ; (2)  $b_n = \frac{1}{a_{2n} \cdot a_{2n+2}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19. (12分)

数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 - 4n (n \in \mathbb{N}^*)$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$  满足

$2T_n + b_n - 1 = 0 (n \in \mathbb{N}^*)$ .

(1) 求  $a_n$  及  $b_n$ ;

(2) 设数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前  $n$  项和为  $A_n$ , 求  $A_n$  并证明:  $A_n \leq -1$ .

20. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = c^2 - \frac{1}{2}ac$ .

- (1) 求角 $B$ ; (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ,  $AC$ 边上的高 $BD = \sqrt{3}$ , 求 $a$ 和 $c$ .

21. (12分)

某果农种植一种水果, 每年施肥和灌溉等需投入4万元. 为了提高产量同时改善水果口味以赢得市场, 计划在今年投入 $x$ 万元用于改良品种. 根据其他果农种植经验发现, 该水果年产量 $t$ (万斤)与用于改良品种的资金投入 $x$ (万元)之间的关系大致为 $t = 3 - \frac{m}{x+1}$  ( $x \geq 0, m$ 为常数), 若不改良品种, 年产量为1万斤. 该水果最初售价为每斤4.75元, 改良品种后, 售价每斤提高 $\frac{x}{4}$ 元. 假设产量和价格不受其他因素的影响.

(1) 设该果农种植该水果所获得的年利润为 $y$ (万元), 试求 $y$ 关于资金投入 $x$ (万元)的函数关系式, 并求投入2万元改良品种时, 年利润为多少?

(2) 该果农一年内应当投入多少万元用于改良品种, 才能使得年利润最大? 最大利润为多少?

22. (12分)

$$\text{函数 } f(x) = x - \frac{2a \ln x}{x}$$

(1) 若  $a = \frac{1}{2}$ , 求  $f(x)$  的单调性;

(2) 当  $a > 0$  时, 若函数  $g(x) = f(x) - 2a$  有两个零点, 求证:  $a > \frac{1}{2}$ .





# 关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。  
北京高考在线官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)  
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。