

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合

题目要求的。

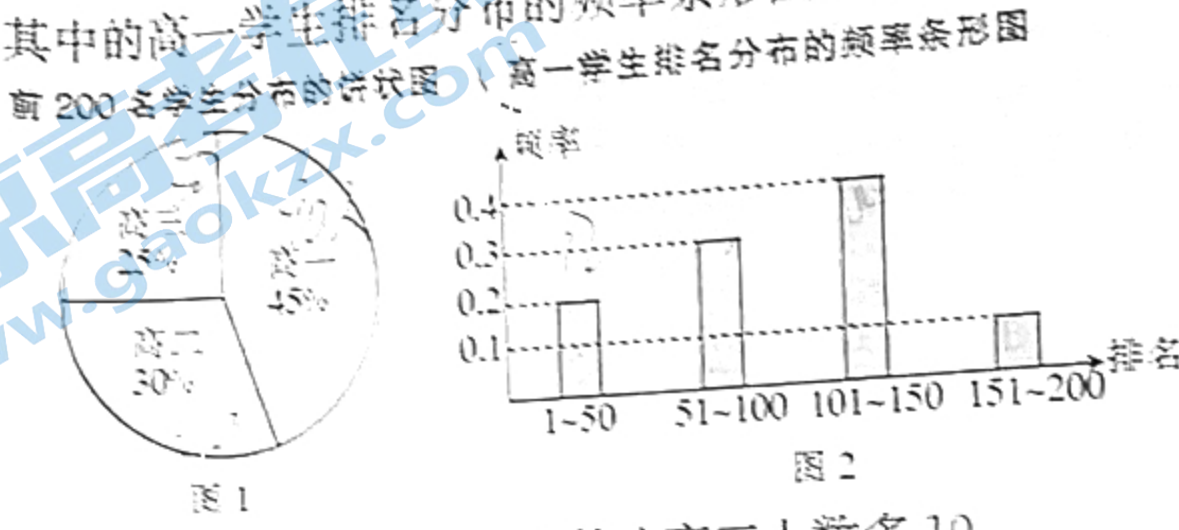
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 7x - 8 \leq 0\}$, $B = \{x | x = 2^n, n \in \mathbb{N}\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1, 2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{1, 2, 4, 8\}$
2. 设 $z = \frac{1+3i}{1-i}$, 则 \bar{z} 的虚部为
A. $-i$ B. $-2i$ C. -2 D. -1
3. 已知点 M 在函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 8x - 9$ 的图象上,且在第二象限内,若 $f(x)$ 的图象在点 M 处的切线斜率为 1,则点 M 的坐标为
A. $(-3, 6)$ B. $(-3, 12)$ C. $(-2, \frac{1}{3})$ D. $(-2, 13)$
4. 生物学家为了了解抗生素对生态环境的影响,常通过检测水中生物体内抗生素的残留量来进行判断. 已知水中某生物体内抗生素的残留量 y (单位: mg) 与时间 t (单位: 年) 近似满足关系式 $y = \lambda(1 - 3^{-t})$, $\lambda \neq 0$, 其中 λ 为抗生素的残留系数, 当 $t = 8$ 时, $y = \frac{8}{9}\lambda$, 则 $\lambda =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$
5. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{5\pi}{16})$ ($\omega > 0$) 图象的一条对称轴为直线 $x = \frac{\pi}{16}$, 则 ω 的最小值为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
6. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都等于 2, 点 E 是 A_1B_1 的中点, 则异面直线 AE 与 BC_1 所成角的余弦值为
A. $\frac{3\sqrt{10}}{20}$ B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{7\sqrt{5}}{20}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$
7. 现将甲、乙、丙、丁、戊、己 6 名员工平均分成两个志愿者小组, 到外面参加两项不同的服务工作, 则丙、丁两人恰好参加同一项服务工作的概率为
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{2} \cos \frac{ax}{2}$ 在 $(1, +\infty)$ 上的最大值为 $\frac{2}{3}$, 则 $a =$ ()
 A. 2 或 $\frac{33}{16}$ B. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{33}{16}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $\cos a - \cos(a + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$, 则 a 的可能取值为 ()
 A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

10. 某中学组织三个年级的学生进行禁毒知识竞赛, 经统计, 得到成绩排在前 200 名学生分布的饼状图(图 1)和其中的高一学生排名分布的频率条形图(图 2). 则下列命题正确的是 ()



- A. 成绩排在前 200 名的 200 人中, 高二人数比高三人数多 10
- B. 成绩排在第 1~50 名的 50 人中, 高一人数比高二的多
- C. 成绩排在第 51~150 名的 100 人中, 高三人数占比可能超过 $\frac{1}{3}$
- D. 成绩排在第 51~100 名的 50 人中, 高二人数肯定多于 23

11. 油纸伞是中国传统工艺品, 至今已有 1000 多年的历史. 为宣传和推广这一传统工艺, 某市文化宫于春分时节开展油纸伞文化艺术节. 活动中, 某油纸伞撑开后摆放在户外展览场地上, 如图所示, 该伞的伞沿是一个半径为 1 的圆, 圆心到伞柄底端的距离为 1, 阳光照射油纸伞在地面上形成了一个椭圆形的影子(春分时, 该市的阳光照射方向与地面的夹角为 60°). 若伞柄底端正好位于该椭圆的左焦点位置, 则



- A. 该椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
- B. 该椭圆的离心率为 $2-\sqrt{3}$
- C. 该椭圆的焦距为 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}$
- D. 该椭圆的焦距为 $2\sqrt{3}-1$

12. 已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x} - \cos 2x$, 若 $f(x_1) > f(x_2)$, 则 ()
 A. $f(x)$ 为偶函数 B. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数
 C. $x_1 > x_2$ D. $e^{x_1} > 1$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $a = (x, x-5)$, $b = (4, -6)$, 且 $a \parallel b$, 则 $a \cdot b =$

14. 已知点 P 是圆 $C: x^2 + y^2 + 6x - 2y - 6 = 0$ 上的动点, $A(0, -3)$, $B(4, 0)$, 则点 P 到直线 AB 的距离的最大值为

15. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 16x$ 的焦点, M 是 C 上一点, FM 的延长线交 y 轴于 N , 且 $\overrightarrow{FM} = 2\overrightarrow{MN}$, 则 $|FN| =$ ▲

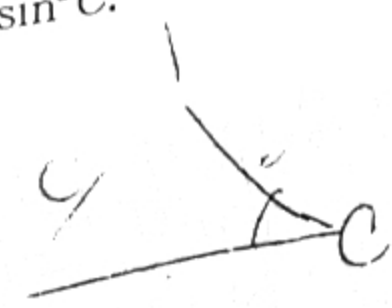
16. 已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PB \perp PD$, 当 $AB \cdot PD$ 最大时, 该四棱锥外接球的表面积为 ▲

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c . 已知 $\sqrt{3} \sin 2C = 2 \sin^2 C$.

- (1) 求角 C ;
- (2) 若 $a = 4$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.



18. (12 分)

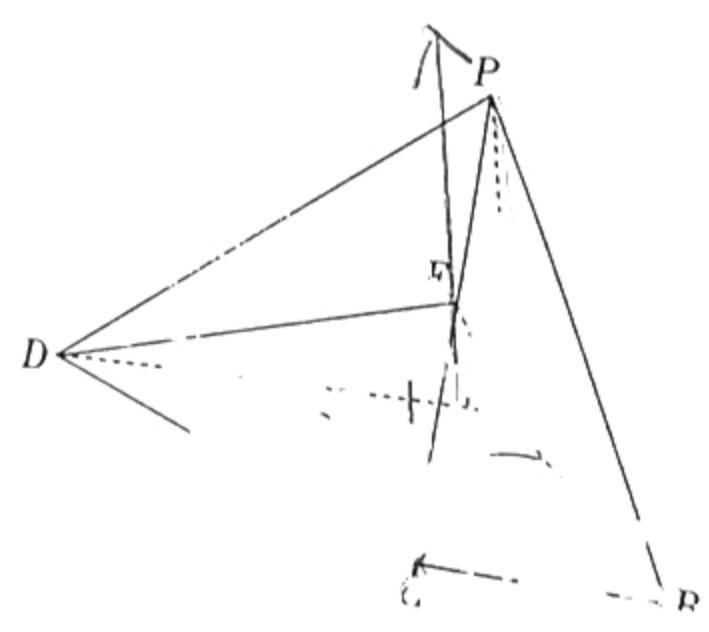
记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_5 - S_3 = -27S_2$, 且 $a_1, -1, a_2$ 成等差数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设 $b_n = \frac{1}{\log_3 |a_{n+1}| \cdot \log_3 |a_{n+2}|}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $T_n = \frac{120}{121}$, 求 n .

19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $PA = AB = BC = 1$, $AD = 2$, $CD = \sqrt{2}$, $PA \perp AD$, 点 E 在棱 PC 上, 设 $CE = \lambda CP$.

- (1) 证明: $CD \perp AE$
- (2) 设二面角 $C-AE-D$ 的平面角为 θ , 且 $|\cos \theta| = \frac{3\sqrt{5}}{10}$, 求 λ 的值.



20. (12分)

某商家为了促销,规定每位消费者均可免费参加一次抽奖活动.活动规则如下:在一个不透明的纸箱中有9张相同的卡片,其中3张卡片上印有“中”字,3张卡片上印有“国”字,另外3张卡片上印有“红”字.消费者从该纸箱中不放回地随机抽取3张卡片,若抽到的3张卡片上都印有同一个字,则获得一张20元代金券;若抽到的3张卡片中每张卡片上的字都不一样,则获得一张10元代金券;若抽到的3张卡片是其他情况,则不获得任何奖励.

- (1)求某位消费者在一次抽奖活动中抽到的3张卡片上都印有“中”字的概率.
- (2)记随机变量 X 为某位消费者在一次抽奖活动中获得代金券的金额数,求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.
- (3)该商家规定,消费者若想再次参加该项抽奖活动,则每抽奖一次需支付5元.若你是消费者,请从收益方面来考虑是否愿意再次参加该项抽奖活动,并说明理由.

21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 点 $A(6, 4)$ 在 C 上. —

(1)求双曲线 C 的方程.

(2)设过点 $B(1, 0)$ 的直线 l 与双曲线 C 交于 D, E 两点,问在 x 轴上是否存在定点 P , 使得 $\vec{PD} \cdot \vec{PE}$ 为常数? 若存在,求出点 P 的坐标以及该常数的值;若不存在,请说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x - \frac{5}{4}k, k$ 为常数. A

(1)求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2)设 $f(x)$ 的两个零点分别为 x_1, x_2 , 证明: $x_1 + x_2 > 2$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯