河南省郑州市重点高中2019-2020学年高三期中考试文科数学试题

一、选择题（本大题共12小题）

1. 函数 f（x）=$\sqrt{x-4}$的定义域是（　　）

A. $\{x|x\geq 4\}$　　B. $\{x|x<3\}$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $\{x|x>-3\}$

2. 下列各式的运算结果为实数的是（　　）

A. $-i(1+i)$　　B. $i(1-i)$　　C. $(1+i)-(1-i)$　　D. $(1+i)(1-i)$

3. 设集合 $A=\{x|x^2>4\}$，$A\cap B=\{x|x<-2\}$，则集合 B 可以为（　　）

A. $\{x|x<3\}$　　B. $\{x|-3<x<1\}$　　C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|x>-3\}$

4. 函数 f（x）=（$\sin x+\cos x$）^{2}的最小正周期为（　　）

A. 2π　　B. π　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

5. 在平行四边形 $ABCD$ 中，A（1，2），B（-2，0），$\overrightarrow{AC}$=（2，-3），则点 D 的坐标为（　　）

A. $(6,1)$　　B. $(-6,-1)$　　C. $(0,-3)$　　D. $(0,3)$

6. 若函数 f（x）=$1+|x|+x^3$，则 $f(lg2)+f(lg\frac{1}{2})+f(lg5)+f(lg\frac{1}{5})$=（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

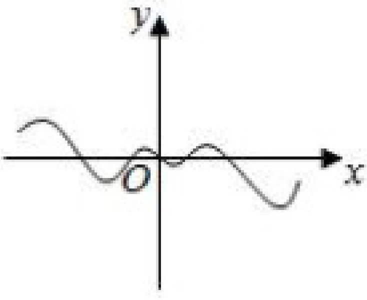
7. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$=（　　）

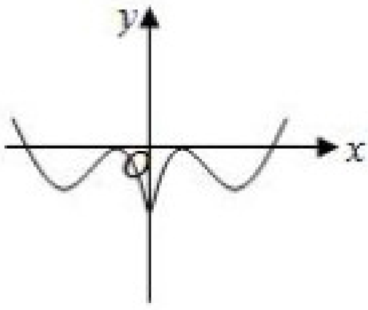
A. -16　　B. 16　　C. -9　　D. 9

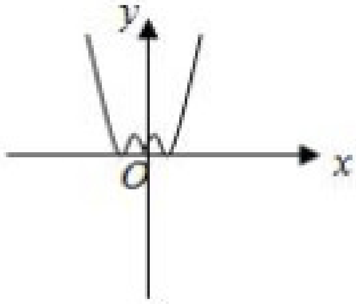
8. 已知函数 f（x）=$\sin x$ 和 g（x）=$\sqrt{\pi^2-x^2}$的定义域都是$[-\pi,\pi]$，则它们的图象围成的区域面积是（　　）

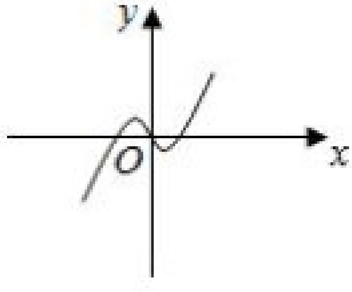
A. π　　B. $\frac{\pi^2}{2}$　　C. $\frac{\pi^3}{2}$　　D. π^3

9. 函数 f（x）=$\sin x\cdot\ln|x|$的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

10. 若存在等比数列$\{a_n\}$，使得 a_1（a_2+a_3）=$6a_1-9$，则公比 q 的最大值为（　　）

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$　　B. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$　　D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

11. 已知函数 f（x）=$2\cos^2$（$2x+\frac{\pi}{6}$）+$\sqrt{3}\sin$（$4x+\frac{\pi}{3}$），则下列判断错误的是

A. $f(x)$为偶函数　　　　B. $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$对称

C. $f(x)$的值域为$[-1,3]$　　　　D. $f(x)$的图象关于点$(-\frac{\pi}{8},0)$对称

12. 已知函数 $f(x)$的导函数$f'(x)$满足$(x+x\ln x)f'(x)<f(x)$对$x\in(\frac{1}{e},+\infty)$恒成立,则下列不等式中一定成立的是(　)

A. $2f(1)>f(e)$　　B. $e^2f(1)>f(e)$　　C. $2f(1)<f(e)$　　D. $ef(1)<f(e)$

二、填空题（本大题共 4 小题）

13. 已知全集 $U=R$，集合 $P=\{y|y=\frac{1}{x}，0<x<1\}$，则$\complement_U P$=______.

14. 若函数 f（x）=arcsin（x-1）-cos（$\frac{\pi x}{2}$）的图象与 x 轴交于点 A，过点 A 的直线 l 与函数的图象交于另外两点 P、Q，O 是坐标原点，则（$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$）$\cdot\overrightarrow{OA}$=______.

15. 若集合 $A=\{x|x^2-(a+2)x+2-a<0，x\in Z\}$中有且只有一个元素，则正实数 a 的取值范围是______

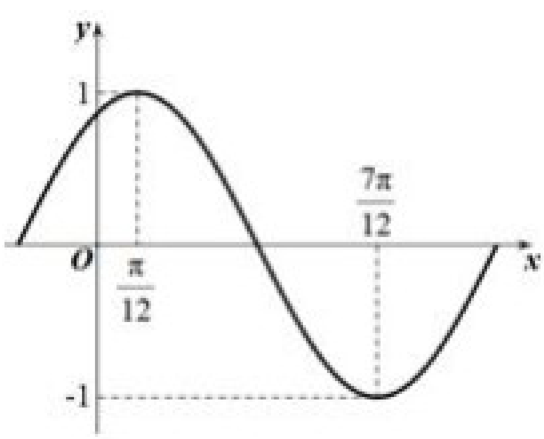
16. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2，对角线 AC、BD 相交于点 O，动点 P 满足$|\overrightarrow{OP}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，若$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AD}$，其中 m、$n\in R$，则$\frac{2m+1}{2n+2}$的最大值是______

三、解答题（本大题共 6 小题）

17. 函数 f（x）=Acos（ωx+φ）（A>0，ω>0，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）部分图象如图所示.

（1）求 f（x）的最小正周期及解析式；

（2）设 g（x）=f（x）+sin2x，求函数 g（x）在区间 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值和最小值.



18. 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，数列$\{b_n\}$是等比数列，满足 $a_1=3$，$b_1=1$，$b_2+S_2=10$，$a_5-2b_2=a_3$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）令 $C_n=\begin{cases}\dfrac{2}{S_n}，n\text{ 为奇数}\\ b_n，n\text{ 为偶数}\end{cases}$ 设数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n，求 T_{2n}.

19. 已知函数 $f(x)=x^2-4x+a+3$，$a\in R$；

(1)若函数 $y=f(x)$在$[-1,1]$上存在零点，求 a 的取值范围；

(2)设函数 $g(x)=bx+5-2b$，$b\in R$，当 $a=3$ 时，若对任意的$x_1\in[1,4]$，总存在$x_2\in[1,4]$，使得 $g(x_1)=f(x_2)$，求 b 的取值范围.

20. 在$\triangle ABC$ 中，$3\sin A=2\sin B$，$\tan C=2\sqrt{2}$.

（1）证明：$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

（2）若$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$，D 为 AC 边上一点，且 $BD=3CD$，求线段 CD 的长.

21. 已知函数 $f(x)=(x-a-1)e^x-\frac{1}{2}x^2+ax$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若$\exists x_0\in[1，2]$，$f(x_0)<0$，求 a 的取值范围.

22. 若数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$满足$|a_{n+1}-a_n|=b_n$（$n\in N^*$），则称$\{b_n\}$为数列$\{a_n\}$的“偏差数列”.

（1）若$\{b_n\}$为常数列，且为$\{a_n\}$的“偏差数列”，试判断$\{a_n\}$是否一定为等差数列，并说明理由；

（2）若无穷数列$\{a_n\}$是各项均为正整数的等比数列，且$a_3-a_2=6$，$\{b_n\}$为数列$\{a_n\}$的“偏差数列”，求$\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\dots+\frac{1}{b_n})$的值；

（3）设$b_n=6-(\frac{1}{2})^{n+1}$，$\{b_n\}$为数列$\{a_n\}$的“偏差数列”，$a_1=1$，$a_{2n}\le a_{2n-1}$且$a_{2n}\le a_{2n+1}$，若$|a_n|\le M$对任意$n\in N^*$恒成立，求实数$M$的最小值.

答案和解析

1.【答案】A

【解析】解：由 $f(x)=\sqrt{x-4}$，令 $x-4\geq 0$，解得 $x\geq 4$，
所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\geq 4\}$.
故选：A.
函数 $f(x)$ 有意义即保证二次根式的被开方为非负.
本题考查了二次根式的被开方非负，以及函数定义域的求法问题，是基础题.

2.【答案】D

【解析】解：$\because -i(1+i)=1-i$；$i(1-i)=1+i$；$(1+i)-(1-i)=2i$；$(1+i)(1-i)=1-i^2=1+1=2$，
故选：D.
直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案.
本题考查复数代数形式的乘除运算，考查运算求解能力，是基础题.

3.【答案】C

【解析】【分析】
考查描述法的定义，一元二次不等式的解法，以及交集的运算.
可解出集合 A，然后进行交集的运算即可.
【解答】
解：$A=\{x|x<-2$，或 $x>2\}$；
$\therefore B=\{x|x<1\}$时，$A\cap B=\{x|x<-2\}$.
故选 C.

4.【答案】B

【解析】【分析】
本题考查三角恒等变换，考查三角函数的周期性及其求法，属于基础题.
将 $f(x)=(\sin x+\cos x)^2$ 展开，可得 $f(x)=1+\sin 2x$，从而可求得其最小正周期.
【解答】
解：$\because f(x)=(\sin x+\cos x)^2$
$=1+2\sin x\cos x$
$=1+\sin 2x$，
$\therefore f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.
故选：B.

5.【答案】A

【解析】解：解：设 $C(x,y)$，$D(s,t)$，则：
$\overrightarrow{AC}=(x-1,y-2)=(2,-3)$；
$\therefore\begin{cases}x-1=2\\y-2=-3\end{cases}$；
$\therefore\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$；
$\therefore C(3,-1)$；
又 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AB}=(-3,-2)$；
$\therefore(3-s,-1-t)=(-3,-2)$；

$\therefore\begin{cases}3-s=-3\\-1-t=-2\end{cases}$;

$\therefore\begin{cases}s=6\\t=1\end{cases}$;

∴点 D 的坐标为（6，1）.

故选：A.

可设 $C(x, y)$，$D(s, t)$，从而根据条件得出（x-1，y-2）=（2，-3），从而可求出$\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$，

即 C（3，-1），并可求出$\overrightarrow{AB}=(-3,\ -2)$，根据$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$即可求出点 D 的坐标.

考查根据点的坐标求向量的坐标的方法，相等向量的概念.

6.【答案】C

【解析】【分析】

考查对数的运算性质，对数函数的单调性，已知函数求值的方法.

可知 $lg\frac{1}{2}=-lg2$，$lg\frac{1}{5}=-lg5$，从而可根据 $f(x)$ 的解析式得出 $f(lg2)+f(lg\frac{1}{2})+$

$f(lg5)+f(lg\frac{1}{5})$=1+lg2+（lg2）^{3}+1+lg2+（-lg2）^{3}+1+lg5+（lg5）^{3}+1+lg5+（-lg5）^{3}=6.

【解答】

解：$f(lg2)+f(lg\frac{1}{2})+f(lg5)+f(lg\frac{1}{5})$

=f（lg2）+f（-lg2）+f（lg5）+f（-lg5）

=1+lg2+（lg2）^{3}+1+lg2+（-lg2）^{3}+1+lg5+（lg5）^{3}+1+lg5+（-lg5）^{3}

=4+2（lg2+lg5）=6.

故选：C.

7.【答案】B

【解析】解：∵∠C=90°，

$\therefore\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$.

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA})\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}^2=16$.

故选：B.

利用向量垂直与数量积的关系、向量的三角形法则即可得出.

本题考查了向量垂直与数量积的关系、向量的三角形法则，属于基础题.

8.【答案】C

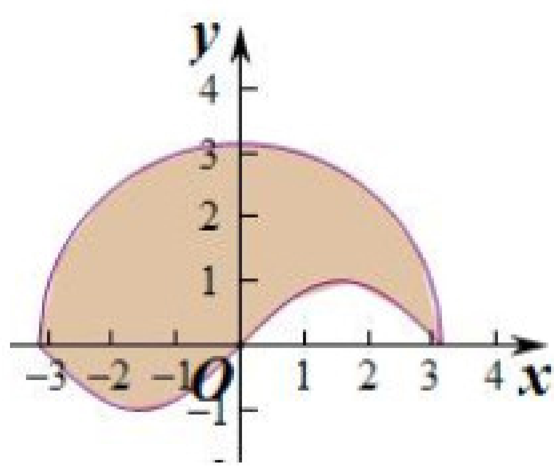
【解析】解：$g(x)=\sqrt{\pi^2-x^2}$的图象为圆心为 O 半径为π的圆的上半部分，

∵y=sin$x$ 是奇函数，

∴$f(x)$ 在[-π，0]上与 x 轴围成的面积与在[0，π]上与 x 轴围成面积相同，

则两个函数图象之间围成的面积等价为圆的上半部分的面积

$S=\frac{1}{2}\cdot\pi^2\pi=\frac{\pi^3}{2}$，



故选：C.

作出 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象，结合图象的对称性进行求解即可.

本题主要考查区域面积的计算，作出两个函数的图象，利用图象的对称性，利用割补法

是解决本题的关键，属基础题．

9.【答案】A

【解析】解：$f(-x)=\sin(-x)\ln|-x|=-\sin x\ln|x|=-f(x)$，

∴函数 $f(x)$ 为奇函数，

∴函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称，故排除 B，C，

当 $x\to+\infty$时，$-1\le\sin x\le1$，$\ln|x|\to+\infty$，

∴$f(x)$ 单调性是增减交替出现的，故排除，D，

故选：A．

先根据函数的奇偶性，可排除 B，C，根据函数值的符号即可排除 D．

本题考查了函数图象的识别，根据根据函数值的符号即可判断，属于基础题．

10.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查了等比数列的通项公式、方程与不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

由 $a_1(a_2+a_3)=6a_1-9$，化为：$a_1^2(q+q^2)-6a_1+9=0$，当 $q+q^2=0$ 时，易知 $q=-1$，满足题意，当 $q+q^2\neq0$，$\triangle\geq0$，解得 q 范围即可得出．

【解答】

解：$\because a_1(a_2+a_3)=6a_1-9$，

$\therefore a_1^2(q+q^2)-6a_1+9=0$，

当 $q+q^2=0$ 时，易知 $q=-1$，满足题意，

当 $q+q^2\neq0$，$\triangle=36-36(q+q^2)\geq0$，解得$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\leq q\leq\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$且 $q\neq0$，$q\neq-1$．

$\therefore q$ 的最大值为$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$．

故选：D．

11.【答案】D

【解析】解：$f(x)=1+\cos(4x+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}\sin(4x+\frac{\pi}{3})=1+2\sin(4x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=1+2\cos4x$，

则 A，B，C 均正确，D 错误．

故选：D．

化简 $f(x)=1+2\cos4x$ 后，根据函数的性质可得．

本题考查了三角恒等变换与三角函数的图象及其性质，运算求解能力，属中档题．

12.【答案】A

【解析】解：由 $(x+x\ln x)f'(x)<f(x)$，$x\in(\frac{1}{e},+\infty)$，

得 $(1+\ln x)f'(x)-\frac{1}{x}f(x)<0$，

令 $g(x)=\frac{f(x)}{1+lnx}$，则 $g'(x)=\frac{f'(x)(1+lnx)-f(x)\frac{1}{x}}{(1+lnx)^2}<0$．

∴故 $g(x)$ 在 $(\frac{1}{e},+\infty)$ 递减；

$\therefore g(e)<g(1)$，即$\frac{f(e)}{2}<\frac{f(1)}{1}\Rightarrow f(e)<2f(1)$．

故选：A.

令 $g(x)=\frac{f(x)}{1+lnx}$，可得 $g'(x)=\frac{f'(x)(1+lnx)-f(x)\frac{1}{x}}{(1+lnx)^2}<0$．可得 $g(x)$ 在（$\frac{1}{e}$，$+\infty$）递减，即可求解．

本题考查了利用导数研究函数的单调性、方程与不等式的解法、构造法、等价转化方法，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

13.【答案】（$-\infty$，1]

【解析】解：由 P 中 $y=\frac{1}{x}$，$0<x<1$，得到 $y>1$，即 $P=$（1，$+\infty$），

∵全集 $U=R$，

∴$\complement_U P=$（$-\infty$，1]．

故答案为：（$-\infty$，1]

求出 P 中 y 的范围确定出 P，根据全集 $U=R$，求出 P 的补集即可．

此题考查了补集及其运算，熟练掌握补集的定义是解本题的关键．

14.【答案】2

【解析】解：因为 f（1）=0，f（x）=arcsin（x-1）-cos（$\frac{\pi x}{2}$）在区间[0，2]上单调递减且关于（1，0）对称，

所以点 A 为（1，0），P、Q 两点关于点 A 对称，所以$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=2\overrightarrow{OA}$，

所以（$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$）$\cdot\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OA}^2=2$，

故答案为：2．

先分别观察函数 y=arcsin（x-1）和 y=cos（$\frac{\pi x}{2}$）会发现两个函数都在区间[0，2]上单调递减且关于（1，0）对称，所以 f（x）=arcsin（x-1）-cos（$\frac{\pi x}{2}$）在区间[0，2]上单调递减且关于（1，0）对称，所以得到点 A（1，0），且 A 为 PQ 中点，再结合向量的中点公式和数量积运算解题．

本题主要考查三角函数与反三角函数的图象与性质，以及向量的中点公式与数量积，熟悉三角函数与反三角函数的单调性与对称性是解决本题的关键．

15.【答案】($\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$]

【解析】解：∵x^2-（a+2）x+2-a<0 且 a>0

∴x^2-2x+2<a（x+1）

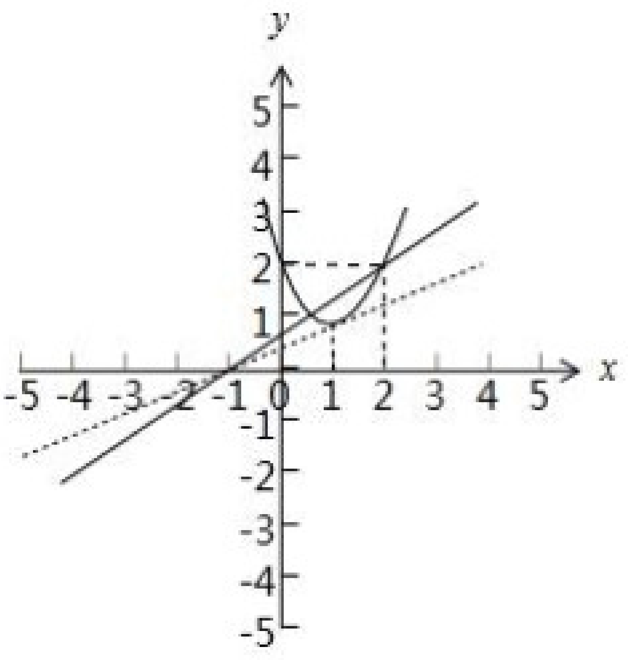
令 f（x）=x^2-2x+2；g（x）=a（x+1）

∴A={x|f（x）<g（x），$x\in Z$}

∵$y=f$（x）是一个二次函数，图象是确定的一条抛物线；

而 $y=g$（x）一次函数，图象是过一定点（-1，0）的动直线．

又∵$x\in Z$，a>0．数形结合，可得：$\frac{1}{2}<a\leq\frac{2}{3}$．



故答案为：（$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$]

因为集合 A 中的条件是含参数的一元二次不等式，首先想到的是十字相乘法，但此题行不通；应该把此不等式等价转化为 f（x）<g（x）的形式，然后数形结合来解答，需要

$\therefore 2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=0$，解得$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

$\therefore f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{6})$；

（2）函数 $g(x)=f(x)+\sin 2x$

$=\cos(2x-\frac{\pi}{6})+\sin 2x$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}\sin 2x$

$=\sqrt{3}\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，$\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in[-\frac{1}{2},1]$，

$\therefore$函数 $g(x)$ 在区间 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值为$\sqrt{3}$，最小值为$-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【解析】（1）由函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图象写出 A、T 和ω、φ的值，即可写出 $f(x)$ 的解析式；

（2）化函数 $g(x)$ 为正弦型函数，求出 $g(x)$ 在区间 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大和最小值.

本题考查了三角函数的图象与性质的应用问题，是中档题.

18.【答案】解：（Ⅰ）设数列$\{a_n\}$的公差为 d，数列$\{b_n\}$的公比为 q，

由 $b_2+S_2=10$，$a_5-2b_2=a_3$.

得$\begin{cases}q+6+d=10\\3+4d-2q=3+2d\end{cases}$，解得$\begin{cases}d=2\\q=2\end{cases}$

$\therefore a_n=3+2(n-1)=2n+1$，$b_n=2^{n-1}$.

（Ⅱ）由 $a_1=3$，$a_n=2n+1$ 得 $S_n=n(n+2)$，

则 n 为奇数，$c_n=\frac{2}{S_n}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$，

n 为偶数，$c_n=2^{n-1}$.

$\therefore T_{2n}=(c_1+c_3+\cdots+c_{2n-1})+(c_2+c_4+\cdots+c_{2n})$

$=[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\ldots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})]+(2+2^3+\ldots+2^{2n-1})$

$=1-\frac{1}{2n+1}+\frac{2(1-4^n)}{1-4}=\frac{2n}{2n+1}+\frac{2}{3}(4^n-1)$.

【解析】（Ⅰ）利用等差数列与等比数列的通项公式即可得出；

（Ⅱ）由 $a_1=3$，$a_n=2n+1$ 得 $S_n=n(n+2)$. 则 n 为奇数，$c_n=\frac{2}{S_n}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$. “分组求和”，利用“裂项求和”、等比数列的前 n 项和公式即可得出.

本题考查了等差数列与等比数列的通项公式及其前 n 项和公式、“分组求和”、“裂项求和”，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

19.【答案】解：（1）$\because f(x)=x^2-4x+a+3$ 的函数图象开口向上，对称轴为 $x=2$，

$\therefore f(x)$ 在$[-1,1]$上是减函数，

$\because$函数 $y=f(x)$ 在$[-1,1]$上存在零点，

$\therefore f(-1)f(1)\le 0$，即 $a(8+a)\le 0$，

解得：$-8\le a\le 0$.

（2）$a=3$ 时，$f(x)=x^2-4x+6$，

$\therefore f(x)$ 在$[1,2]$上单调递减，在$[2,4]$上单调递增，

$\therefore f(x)$ 在$[2,4]$上的最小值为 $f(2)=2$，最大值为 $f(4)=6$.

即 $f(x)$ 在$[2,4]$上的值域为$[2,6]$.

设 $g(x)$ 在$[1,4]$上的值域为 M，

$\because$对任意的 $x_1\in[1,4]$，总存在 $x_2\in[1,4]$，使得 $g(x_1)=f(x_2)$，

$\therefore M\subseteq[2,6]$.

当 $b=0$ 时，$g(x)=5$，即 $M=\{5\}$，符合题意，

当 $b>0$ 时，$g(x)=bx+5-2b$ 在$[1,4]$上是增函数，

$\therefore M=[5-b,5+2b]$，

$\therefore\begin{cases}5-b\geq 2\\5+2b\leq 6\\b>0\end{cases}$，解得 $0<b\leq\frac{1}{2}$.

当 $b<0$ 时，$g(x)=bx+5-2b$ 在$[1,4]$上是减函数，

$\therefore M=[5+2b,5-b]$，

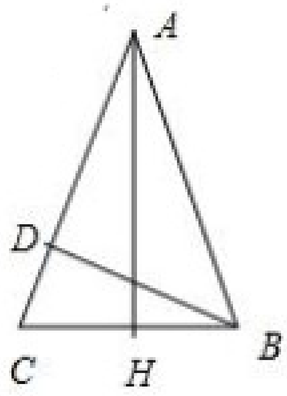
$\therefore\begin{cases}5+2b\geq 2\\5-b\leq 6\\b<0\end{cases}$，解得$-1\leq b<0$.

综上，b 的取值范围是$[-1,\frac{1}{2}]$.

【解析】（1）根据 $f(x)$ 在$[-1,1]$上单调递减且存在零点可得 $f(-1)f(1)\leq 0$，从而解出 a 的范围；

（2）对 b 进行讨论，判断 $g(x)$ 的单调性，分别求出 $f(x)$，$g(x)$ 在$[1,4]$上的值域，令 $g(x)$ 的值域为 $f(x)$ 的值域的子集列出不等式组得出 b 的范围.

本题考查了二次函数的单调性判断，值域计算，零点的存在性定理，分类讨论思想，属于中档题.



20.【答案】（1）证明：$\because\tan C=2\sqrt{2}>0$，$\therefore C$ 为锐角，且 $\sin C=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

$\cos C=\frac{1}{3}$.

过 A 做 $AH\perp BC$，垂足为 H，则 $CH=b\cos C=\frac{b}{3}$，

$\because 3\sin A=2\sin B$，$\therefore 3a=2b$，即 $a=\frac{2b}{3}$，

$\therefore H$ 是 BC 的中点，又 $AH\perp BC$，

$\therefore AB=AC$，

$\therefore\triangle ABC$ 为等腰三角形.

（2）解：$AH=b\sin C=\frac{2\sqrt{2}b}{3}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times AH=\frac{1}{2}\times\frac{2b}{3}\times\frac{2\sqrt{2}b}{3}=2\sqrt{2}$，

解得 $b=3$，$\therefore BC=2$，

在$\triangle BCD$ 中，由余弦定理得 $\cos C=\frac{CD^2+4-9CD^2}{4CD}=\frac{1}{3}$，

解得：$CD=\frac{\sqrt{73}-1}{12}$.

【解析】（1）过 A 做 BC 的垂线 AH，根据 C 的大小可得 H 为 BC 的中点，从而得出 $AB=AC$；

（2）根据面积求出 BC，在△BCD 中根据余弦定理计算 CD．

本题考查了余弦定理，三角形中的几何计算，属于中档题．

21.【答案】解：（1）函数 $f(x)=(x-a-1)e^x-\frac{1}{2}x^2+ax$ 的定义域为 R，

$f'(x)=(x-a)e^x-x+a=(x-a)(e^x-1)$．令 $f'(x)=0$，可得 $x=a$，或 $x=0$，

①当 $a<0$ 时，$x\in(-\infty,a)\cup(0,+\infty)$，$f'(x)>0$，$x\in(a,0)$，$f'(x)<0$．

∴函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,a)$，$(0,+\infty)$ 上递增，在 $(a,0)$ 递减；

②当 $a=0$ 时，$f'(x)\geq 0$ 恒成立，∴函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上递增；

③当 $a>0$ 时，$x\in(-\infty,0)\cup(a,+\infty)$，$f'(x)>0$，$x\in(0,a)$，$f'(x)<0$．

∴函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$，$(a,+\infty)$ 上递增，在 $(0,a)$ 递减；

（2）设 $g(x)=x-e^x$，$g'(x)=1-e^x$

在[1，2]，$g'(x)\leq 0$ 恒成立，∴$g(x)$ 单调递减，$g(x)\leq g(1)=1-e<0$

可得 $f(x_0)<0\Leftrightarrow(x_0-a-1)e^{x_0}-\frac{1}{2}x_0^2+ax_0<0$．

$\Leftrightarrow a(x_0-e^{x_0})<\frac{1}{2}x_0^2+e^{x_0}-x_0e^{x_0}$．

$\Leftrightarrow\exists x_0\in[1,2]$，使得 $a>\frac{\frac{1}{2}x_0^2+e^{x_0}-x_0e_0^x}{x_0-e_0^x}$

设 $h(x)=\frac{\frac{1}{2}x^2+e^x-xe^x}{x-e^x}$，$x\in[1,2]$，

$h'(x)=\frac{(1-e^x)(\frac{1}{2}x^2-e^x)}{(x-e^x)^2}$，

设 $\varphi(x)=\frac{1}{2}x^2-e^x$，$x\in[1,2]$，$\varphi'(x)=x-e^x<0$ 在[1，2]恒成立．

∴$\varphi(x)$ 在[1，2]单调递减，∴$\varphi(x)\leq\varphi(1)=\frac{1}{2}-e<0$，

∴$h'(x)>0$ 在[1，2]恒成立．

∴$h(x)$ 在[1，2]单调递增，$h(x)_{min}=h(1)=\frac{1}{2(1-e)}$

综上，a 的取值范围为 $(\frac{1}{2(1-e)},+\infty)$

【解析】（1）求出函数的导数，分 $a>0$，$a<0$，$a=0$ 求出函数的单调区间即可；

（2）问题转化为 $a(x_0-e^{x_0})<\frac{1}{2}x_0^2+e^{x_0}-x_0e^{x_0}$．$\Leftrightarrow\exists x_0\in[1,2]$，使得 $a>\frac{\frac{1}{2}x_0^2+e^{x_0}-x_0e_0^x}{x_0-e_0^x}$

设 $h(x)=\frac{\frac{1}{2}x^2+e^x-xe^x}{x-e^x}$，$x\in[1,2]$，根据函数的单调性求出 a 的范围即可．

本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及函数存在性问题，考查转化思想，是一道中档题．

22.【答案】解：（1）$\{a_n\}$不一定为等差数列，如$a_n=(-1)^n$，则 $b_n=2$ 为常数列，但$\{a_n\}$不是等差数列，

（2）设数列$\{a_n\}$的公比为 q，则由题意，a_1、q 均为正整数，

因为 $a_3-a_2=6$，所以 $a_1q(q-1)=6=1\times2\times3$，

解得$\begin{cases}a_1=1\\q=3\end{cases}$或$\begin{cases}a_1=3\\q=2\end{cases}$，

故$a_n=3^{n-1}$或$a_n=3\times2^{n-1}$（$n\in N^*$），

①当$a_n=3^{n-1}$时，$b_n=2\times3^{n-1}$，$\frac{1}{b_n}=\frac{1}{2}(\frac{1}{3})^{n-1}$，

$n\overset{lim}{\to}\infty(\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\ldots+\frac{1}{b_n})=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}$；

②当$a_n=3\times2^{n-1}$时，$b_n=3\times2^{n-1}$，$\frac{1}{b_n}=\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{n-1}$，

$n\overset{lim}{\to}\infty(\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\ldots+\frac{1}{b_n})=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$；

综上，$n\overset{lim}{\to}\infty(\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\ldots+\frac{1}{b_n})$的值为$\frac{3}{4}$或$\frac{2}{3}$；

（3）由$a_{2n}\le a_{2n-1}$且$a_{2n}\le a_{2n+1}$得，$a_{n+1}-a_n=(-1)^n[6-(\frac{1}{2})^{n+1}]=6\cdot(-1)^n+(-\frac{1}{2})^{n+1}$

故有：$a_n-a_{n-1}=6\cdot(-1)^{n-1}+(-\frac{1}{2})^n$，$a_{n-1}-a_{n-2}=6\cdot(-1)^{n-2}+(-\frac{1}{2})^{n-1}$，

$\cdots\cdots a_2-a_1=6\cdot(-1)^1+(-\frac{1}{2})^2$，

累加得：$a_n-a_1=6[(-1)^1+(-1)^2+\ldots+(-1)^{n-1}]+[(-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2})^3+\ldots+(-\frac{1}{2})^n]$

$=6\times\frac{-1[1-(-1)^{n-1}]}{2}+\frac{\frac{1}{4}[1-(-\frac{1}{2})^{n-1}]}{1+\frac{1}{2}}$

$=-3[1-(-1)^{n-1}]+\frac{1-(-\frac{1}{2})^{n-1}}{6}$，

又$a_1=1$，所以$a_n=\begin{cases}\frac{7}{6}-\frac{1}{6}(-\frac{1}{2})^{n-1}n=2m-1,\ m\in N^*\text{为奇数}\\-\frac{29}{6}-\frac{1}{6}(-\frac{1}{2})^{n-1}n=2m,\ m\in N^*\end{cases}$，

当n为奇数时，$\{a_n\}$单调递增，$a_n>0$，$n\overset{lim}{\to}\infty a_n=\frac{7}{6}$，

当n为偶数时，$\{a_n\}$单调递减，$a_n<0$，$n\overset{lim}{\to}\infty a_n=-\frac{29}{6}$，

从而$|a_n|\le\frac{29}{6}$，所以$M\ge\frac{29}{6}$，即M的最小值为$\frac{29}{6}$.

【解析】（1）$\{a_n\}$不一定为等差数列，如$a_n=(-1)^n$；

（2）设数列$\{a_n\}$的公比为q，解方程可得首项和公比，由等比数列的通项公式和求和公式，计算可得所求值；

（3）由累加法可得数列$\{a_n\}$的通项公式，讨论n为奇数或偶数，求得极限，由不等式恒成立思想可得M的最小值.

本题考查新定义的理解和运用，考查等差数列和等比数列的通项公式和求和公式，考查分类讨论思想方法，化简运算能力，属于难题.