

北京二中 2020-2021 高三年级第一学期开学测试

第一部分 (选择题共 40 分)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分, 每小题只有一个选项符合题意)

01. 已知 A, B 均为集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的子集, 且 $A \cap B = \{3\}, C_U(B \cap A) = \{9\}, A =$ 【 】

A. $\{1, 3\}$

B. $\{3, 7, 9\}$

C. $\{3, 5, 9\}$

D. $\{3, 9\}$

02. 设 l, m 是两条不同的直线, α 是一个平面, 则下列命题正确的是 【 】

A. 若 $l \perp m, m \subset \alpha$, 则 $l \perp \alpha$

B. 若 $l \perp \alpha, l // m$, 则 $m \perp \alpha$

C. 若 $l // \alpha, m \subset \alpha$, 则 $l // m$

D. 若 $l // \alpha, m // \alpha$, 则 $l // m$

03. 对任意复数: $z = x + yi (x, y \in R), i$ 为虚数单位, 则下列结论正确的是 【 】

A. $|z - \bar{z}| = 2y$

B. $z^2 = x^2 + y^2$

C. $|z - \bar{z}| \geq 2x$

D. $|z| \leq |x| + |y|$

04. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(-x), & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(a) > f(-a)$, 则实数 a 的取值范围是 【 】

A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

C. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

05. 使 $a > b > 0$ 成立的一个充分不必要条件是 【 】

A. $a^2 > b^2 > 0$

B. $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b > 0$

C. $\ln a > \ln b > 0$

D. $x^a > x^b$ 且 $x > 0.5$

06. 动点 $A(x, y)$ 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上绕坐标原点沿逆时针方向匀速旋转, 12 秒旋转一周, 已知时间 $t=0$ 时, 点 A

的坐标是 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. 当 $0 \leq t \leq 12$ 时, 动点 A 的纵坐标 y 关于 t (单位: 秒) 的函数的单调递增区间是 【 】

A. $[0, 1]$

B. $[1, 7]$

C. $[7, 12]$

D. $[0, 1]$ 和 $[7, 12]$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。

07. 设 $\{a_n\}$ 是任意等比数列, 它的前 n 项和, 前 $2n$ 项和与前 $3n$ 项和分别为 X, Y, Z , 则下列等式中恒成立的是

A. $X+Z=2Y$

B. $Y(Y-X)=Z(Z-X)$

C. $Y^2 = XZ$

D. $Y(Y-X)=X(Z-X)$

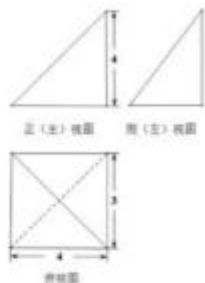
08. 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥四个面的面积中最大的是

A. $2\sqrt{34}$

B. 12

C. $8\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{2}$



09. 设 F_1, F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点. 若在双曲线右支上存在点 P , 满足

$|PF_2| = |F_1F_2|$, 且 F_2 到直线 PF_1 的距离等于双曲线的实轴长, 则该双曲线的渐近线方程为

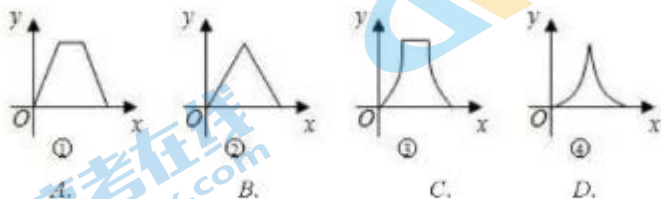
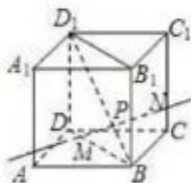
A. $3x \pm 4y = 0$

B. $3x \pm 5y = 0$

C. $4x \pm 3y = 0$

D. $5x \pm 4y = 0$

10. 如图, 动点 P 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上. 过点 P 作垂直于平面 BB_1D_1D 的直线, 与正方体表面相交于 M, N . 设 $BP=x, MN=y$, 则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是



第二部分 (非选择题共 110 分)

二、填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

11. $\left(2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中的第四项是_____.

12. 设每天从甲地去乙地的旅客人数为随机变量 X , 且 $X \sim N(800, 50^2)$, 则一天中从甲地去乙地的旅客人数不超过 900 的概率为 _____。(参考数据: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 有

$$P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826,$$

$$P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544,$$

$$P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974)$$

13. 若曲线 $C_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 与曲线 $C_2: y(y - mx - m) = 0$ 有四个不同的交点, 则实数 m 的取值范围是 _____.

14. 已知平面向量 $\alpha, \beta (\alpha \neq 0, \alpha \neq \beta)$ 满足 $|\beta| = 1$, 且 α 与 $\beta - \alpha$ 的夹角为 120° , 则 $\frac{\alpha \cdot \beta}{|\alpha|}$ 的取值范围是 _____.

15. 为了考察某校各班参加课外书法小组的人数, 在全校随机抽取 5 个班级, 把每个班级参加该小组的认为作为样本数据. 已知样本平均数为 7, 样本方差为 4, 且样本数据互不相同, 则样本数据中的最大值为 _____.

三、解答题 (共 85 分)

16. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$.

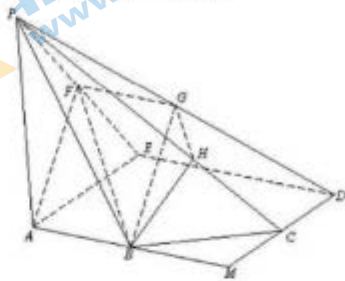
(1) 求角 A 的大小;

(2) 设函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}$, 当 $f(B)$ 取最大值 $\frac{3}{2}$ 时, 判断 $\triangle ABC$ 的形状.

17.如图,正方形 $AMDE$ 的边长为 2, B, C 分别为 AM, MD 的中点。在五棱锥 $P-ABCDE$ 中, F 为棱 PE 的中点, 平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H 。

(1)求证: $AB \parallel FG$;

(2)若 $PA \perp$ 底面 $ABCDE$, 且 $PA=AE$, 求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小, 并求线段 PH 的长。



18.在平面直角坐标系 xOy 中, 设点 $P(x, y), M(x, -4)$, 以线段 PM 为直径的圆经过原点 O ,

(1)求动点 P 的轨迹 W 的方程;

(2)过点 $E(0, -4)$ 的直线 l 与轨迹 W 交于两点 A, B , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 试判断直线 $A'B$ 是否恒过一定点, 并证明你的结论。



19. 品酒师需定期接受酒味鉴别功能测试，一种通常采用的测试方法如下：拿出 n 瓶外观相同但品质不同的酒让其品尝，要求其按品质优劣为它们排序；经过一段时间，等其记忆淡忘之后，再让其品尝这 n 瓶酒，并重新按品质优劣为它们排序，这称为一轮测试，根据一轮测试中的两次排序的偏离程度的高低为其评分。

现 $n=4$ ，分别以 a_1, a_2, a_3, a_4 表示第一次排序时被排为 1, 2, 3, 4 的四种酒在第二次排序时的序号，并令：

$X = |1 - a_1| + |2 - a_2| + |3 - a_3| + |4 - a_4|$ ，则 X 是对两次排序的偏离程度的一种描述。

(1) 写出 X 的可能值集合；

(2) 假设 a_1, a_2, a_3, a_4 等可能地为 1, 2, 3, 4 的各种排列，求 X 的分布列；

(3) 某品酒师在相继进行的三轮测试中，都有 $X \leq 2$ 。

(i) 试按 (2) 中的结果，计算出现这种现象的概率（假定各轮测试相互独立）；

(ii) 你认为该品酒师的酒味鉴别功能如何？说明理由。

20. 已知函数 $f(x) = ax \ln x + b$ (a, b 为常数)，在点 $(1, 0)$ 处切线方程为 $y = x - 1$ 。

(1) 试求 a, b 的值。

(2) 若方程 $f(x) = m$ 有两不等实数根，求 m 的范围。

(3) 设 $g(x) = f'(x)$, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 为曲线 $y = g(x)$ 上不同两点，记直线 AB 的斜率为 k ，证明：

$$k > g'\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

21. 已知 $S_n = \{A \mid A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), a_i = 0 \text{ 或 } 1, i = 1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 2$), 对于 $U, V \in S_n$, $d(U, V)$ 表示 U 和 V 中相对应的元素不同的个数.

(1) 令 $U = (0, 0, 0, 0, 0)$, 存在 m 个 $V \in S_5$, 使得 $d(U, V) = 2$, 写出 m 的值;

(2) 令 $W = (\underbrace{0, 0, 0, \dots, 0}_{n \uparrow 0})$, 若 $U, V \in S_n$, 求证: $d(U, W) + d(V, W) \geq d(U, V)$;

(3) 令 $U = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, 若 $V \in S_n$, 求所有 $d(U, V)$ 之和.



关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。