

巴蜀中学 2024 届高考适应性月考卷 (二)

数学参考答案

一、单项选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	D	B	D	C	B

【解析】

1. $A \cap B = \left\{ (x, y) \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ y=2 \end{array} \right. \right\} = \{(1, 2)\}$, 故选 C.

2. $\sin \alpha = \frac{t}{\sqrt{3+t^2}} = \frac{2}{t} \Rightarrow t^2 = 2\sqrt{3+t^2}$, 解得: $t = \pm\sqrt{6}$, 所以 $\tan \alpha = \frac{\pm\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \pm\sqrt{2}$, 故选 A.

3. $\bar{x} = 5, \bar{y} = \frac{33+m}{4} = -1.4 \times 5 + 17.5 = 10.5 \Rightarrow m = 9$, 故选 B.

4. 化简为 $\sqrt{\frac{1+\cos 20^\circ}{2}} + \sqrt{1-\sin 20^\circ} = \cos 10^\circ + \cos 10^\circ - \sin 10^\circ = 2\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$, 故选 D.

5. $a_2 + a_1 = 2^1, a_4 + a_3 = 2^3, a_6 + a_5 = 2^5, a_8 + a_7 = 2^7, a_{10} + a_9 = 2^9$, 所以 $S_{10} = 2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9 = \frac{2 \times (1-4^5)}{1-4} = 682$, 故选 B.

6. 令 $x=y=0$, 则 $f(0)+f(0)=2f(0) \cdot f(0)$, $\because f(0) \neq 0, \therefore f(0)=1$, 再令 $x=0$, 则 $f(0+y)+f(0-y)=2f(0) \cdot f(y) \Rightarrow f(-y)=f(y)$, $\therefore f(x)$ 为偶函数, A 正确; 又令 $y=1$, 则 $f(x+1)+f(x-1)=2f(x) \cdot f(1)=0 \Rightarrow f(x+1)=-f(x-1) \Rightarrow f(x+2)=-f(x) \Rightarrow f(x+4)=f(x)$, $\therefore f(x)$ 为周期是 4 的周期函数, B 正确; $f(2024)=f(0)=1$, C 正确; 若 D 正确, 则 $f(x+4)+f(-x)=0$, 又 $f(x)$ 为周期是 4 的周期函数, $\therefore f(x)=-f(-x)$, $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(0)=0$ 与已知中 “ $f(0) \neq 0$ ” 矛盾, D 错误, 故选 D.

7. 设 $|\overline{FB}|=t$, 则 $|\overline{AF}|=3t$, 如图 1 所示, 不妨设 AB 的倾斜角为锐角, 过 A, B 分别作抛物线准线的垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 , 则 $AA_1=3t, BB_1=t$, 过 B 作 $BD \perp AA_1$ 于 D , 则 $AD=2t, \therefore \cos \angle BAD = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$, $\therefore l$ 的倾斜角为 60° , 由结论有:

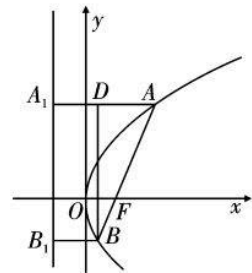
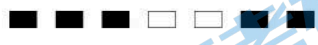


图 1



$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{p^2}{2\sin\theta} = \frac{3}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$, 当 AB 倾斜角为钝角时, 一样推导出 C 成立, 故选 C .

8. 显然 $b = \frac{1}{60} = \frac{0.02}{1+10 \times 0.02}$, 设 $f(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+10x} (0 < x < 1)$, 则 $f'(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+10x)^2} > 0 (0 < x < 1)$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, $\therefore f(0.02) > f(0) = 0 \Rightarrow a = \ln 1.02 > \frac{1}{60} = b$. 设 $p(x) = \ln(1+x) - \sin x, x \in (0, 1)$, 则 $p'(x) = \frac{1}{(x+1)} - \cos x$. 又设 $q(x) = p'(x) = \frac{1}{(x+1)} - \cos x, q'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} + \sin x$ 在 $x \in (0, 1)$ 上单调递增, $\therefore q'(0) = -1 < 0, q'(1) = -\frac{1}{4} + \sin 1 > 0, \therefore \exists t \in (0, 1)$, 使 $q'(t) = 0$, 所以 $q(x)$ 在 $(0, t)$ 上单调递减, 在 $(t, 1)$ 上单调递增. 因为 $q(0) = 0, q(1) = \frac{1}{2} - \cos 1 < 0$, 所以 $q(x) < 0$ 在 $(0, 1)$ 上恒成立, 所以 $p(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 所以 $p(x) < p(0) = 0$, 所以 $p(0.02) < 0$, 即 $\ln 1.02 < \sin 0.02$, 所以 $a < c$, 故 $c > a > b$, 故选 B .

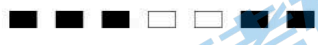
二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项是符合题目要求的, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

题号	9	10	11	12
答案	ACD	ACD	BC	AC

【解析】

9. 通项公式为 $T_{r+1} = C_{10}^r (2x)^{10-r} (-1)^r = (-1)^r 2^{10-r} C_{10}^r x^{10-r}, r = 0, 1, 2, \dots, 10$, 其二项式系数为 C_{10}^r , 故第 6 项的二项式系数 C_{10}^5 是最大的, 二项式系数和为 2^{10} , 所以 A, C 正确; 令 $x = 1$ 得所有项的系数和为 1, 故 D 正确; 因为展开式中第六项的系数为负数, 所以第六项的系数不可能为最大, 故 B 选项错误, 故选 ACD .

10. $f'(x) = [x^2 + (2+m)x + m] \cdot e^x$, 设 $g(x) = x^2 + (2+m)x + m, g(-1) = 1 - 2 - m + m = -1 < 0$, $\therefore g(x) = 0$ 一定有两根 x_1, x_2 , 设 $x_1 < x_2$, 则 $x_1 < -1 < x_2, \therefore f(x)$ 的极大值点 x_1 为负, A 正确; $\because g(0) = m$ 可正可负, $\therefore f(x)$ 的极小值点 x_2 可正可负, B 错误; $f(x)$ 在 $(-\infty, x_1) \uparrow, (x_1, x_2) \downarrow, (x_2, +\infty) \uparrow$, 且 $f(0) = 0, \therefore f(x)$ 极小值 $= f(x_2) < f(0) = 0, D$ 正确; $\because x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x) \rightarrow 0^+, \therefore x < x_1$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, $\therefore f(x)$ 极大值 $= f(x_1) > 0, C$ 正确, 故选 ACD .



11. $0 < \alpha < \pi \Rightarrow 0 < 2\alpha < 2\pi$, 又 $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5} < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 2\alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \pm 2$, 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 又 $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < \alpha + \beta < 2\pi$, 而 $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{2}}{10} < 0$, $\therefore \frac{5\pi}{4} < \alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$, 这样 $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$, $\tan(\alpha + \beta) = 7 \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{3}$, 符合 $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$. 若 $\tan \alpha = -2$, 则 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, 又 $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{3\pi}{2} < \alpha + \beta < \frac{9\pi}{4}$, 而 $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{2}}{10} < 0$ 矛盾, \therefore 舍去, 这样 A 错误, B 正确; $\tan(\beta - \alpha) = -1$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < -\alpha < -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \beta - \alpha < \frac{5\pi}{4}$, $\therefore \beta - \alpha = \frac{3\pi}{4}$, C 正确; $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = -\frac{\sqrt{2}}{10}$, $\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 解得 $\cos \alpha \cos \beta = -\frac{3\sqrt{2}}{10}$, D 错误, 故选 BC.

12. A 选项中, $a^b < a^a < b^a$, 所以正确; B 选项中, 由于 $a + b - ab - 1 = (a-1)(1-b) < 0$, 而已知 $0 < a < b < 1$, 所以 B 不正确; C 选项中, $a^{1-b} < b^{1-a} \Leftrightarrow (1-b)\ln a < (1-a)\ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{1-a} < \frac{\ln b}{1-b}$, 设 $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$ ($0 < x < 1$), 则 $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} - 1 + \ln x}{(1-x)^2}$ ($0 < x < 1$), 设 $g(x) = \ln x + \frac{1}{x} - 1$ ($0 < x < 1$), 则 $g'(x) = \frac{x-1}{x^2} < 0 \Rightarrow g(x) > g(1) = 0 \Rightarrow f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上递增, 这样 $f(a) < f(b)$, 故 C 正确; D 选项中, 取 $a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{3}$, 则 $\log_a(1+b) = \log_{\frac{1}{9}} \frac{4}{3} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\log_b(1+a) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{10}{9}$, 又 $\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{9} > \frac{10}{9} > 1$, 故 $\log_a(1+b) = \log_{\frac{1}{9}} \frac{4}{3} < \log_b(1+a) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{10}{9}$, 所以 D 错误, 故选 AC.

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{5}$	$\left[\frac{\ln 2}{4} + 1, 2\right)$

【解析】

13. $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x, f'(x) = \frac{1}{2} \cos 2x \cdot 2, f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}.$

14. $f(-1) = f(1) \Rightarrow -a - \log_2 \frac{9}{8} = a - \log_2 9 \Rightarrow a = \frac{3}{2}.$ 当 $a = \frac{3}{2}$ 时, $f(x) = \frac{3}{2}x - \log_2(8^x + 1) = -\log_2(8^{\frac{x}{2}} + 8^{-\frac{x}{2}})$ 为偶函数, 符合.

15. 设点 $P(x, y)$, 则 $\begin{cases} x^2 + y^2 = c^2, \\ b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| = \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{c}, \\ |y| = \frac{b^2}{c}, \end{cases} \therefore \frac{b}{a} = \frac{\frac{b^2}{c}}{c - \frac{a\sqrt{b^2 + c^2}}{c}} \Rightarrow$

$c^2 - ab = a\sqrt{b^2 + c^2} \Rightarrow b = 2a, \therefore$ 双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{5}.$

16. 显然 $m \leq 0$ 不符合题意, 所以只能 $m > 0$, 这样由于 $x > 0$, 所以

$\frac{\ln x}{x} > mx - 2$, 令 $g(x) = \frac{\ln x}{x}, h(x) = mx - 2$, 其定义域为 $(0, +\infty)$,

则 $g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, 令 $g'(x) = 0$, 即 $1 - \ln x = 0$, 解得 $x = e$, 当

$x \in (0, e)$ 时, $g'(x) > 0, g(x)$ 单调递增; 当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0, g(x)$ 单调递减,

所以 $g(x)$ 在 $x = e$ 处取极大值也是最大值. 又由 $g(e) = \frac{1}{e}, g(1) = 0$, 当 $x \rightarrow +\infty$ 时,

$g(x) > 0$, 如图 2, 画出函数 $g(x)$ 的大致图象, 又由函数 $h(x)$ 的图象是恒过点 $(0, -2)$ 的

直线, 所以作出函数 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ 和 $h(x) = mx - 2$ 的大致图象 (如图), 过点 $(0, -2)$ 的直线

$y = mx - 2$ 介于 $(1, 0), (2, g(2))$ 之间时满足条件, 直线 $y = mx - 2$ 过点 $(1, 0)$ 时, m 的值

为 2; 该直线过点 $(2, g(2))$ 时, m 的值为 $\frac{\ln 2}{4} + 1$, 由图知 m 的取值范围是 $\left[\frac{\ln 2}{4} + 1, 2\right).$

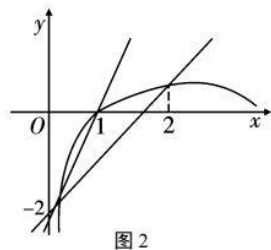


图 2

四、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

解: (1) $f'(x) = \cos x + a,$

由题: $f'(0) = 1 + a = 2$, 故 $a = 1.$ (4 分)

(2) $\because f'(x) = \cos x + 1 \geq 0, \therefore f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上 \uparrow ,

故最小值为 $f(0) = 0$, 最大值为 $f(2\pi) = 2\pi.$ (10 分)

18. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , $\{b_n\}$ 的公差为 d ,

由题: $2+2q+2q^2=2\cdot q^3-2\Rightarrow(q-2)\cdot(q^2+q+1)=0,$

$\because q^2+q+1\neq 0, \therefore q=2,$ 故 $a_n=2^n.$

又 $R_3=a_3-2$, 即 $1+(1+d)+(1+2d)=6\Rightarrow d=1,$ 故: $b_n=n.$

..... (6 分)

(2) $\because c_n = \frac{n \cdot 2^n}{(n+1) \cdot (n+2)} = \frac{2^{n+1}}{n+2} - \frac{2^n}{n+1},$

$\therefore c_1+c_2+c_3+\dots+c_n = \left(\frac{2^2}{3}-\frac{2^1}{2}\right) + \left(\frac{2^3}{4}-\frac{2^2}{3}\right) + \left(\frac{2^4}{5}-\frac{2^3}{4}\right) + \dots + \left(\frac{2^{n+1}}{n+2}-\frac{2^n}{n+1}\right) = \frac{2^{n+1}}{n+2}-1.$

..... (12 分)

19. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: 如图 3, 连接 AC 交 BG 于点 O , 连接 CG , $ABCG$ 为平行四边形, 则 O 为 AC 的中点,

连接 OF , 则 $OF \parallel \frac{1}{2}AP.$

又 $OF \subset$ 平面 BFG , 故 $AP \parallel$ 平面 $BFG.$

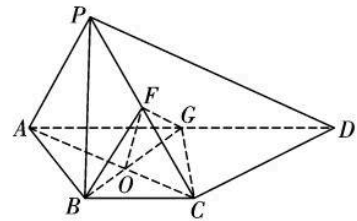


图 3

..... (5 分)

(2) 解: 如图 4, 取 AG 的中点 H , 连接 $PH, BH,$

则 $BH \perp AG, PH \perp AG.$

又平面 $ADP \perp$ 平面 $ABCD$, 且平面 $ADP \cap$ 平面 $ABCD=AD,$

故 $PH \perp$ 平面 $ABCD.$

以 $\overline{HB}, \overline{HD}, \overline{HP}$ 分别为 x 轴, y 轴, z 轴建立空间直角坐标系, 如图所示.

设 $AB=2$, 则平面 $ABCD$ 的法向量为 $\vec{n}=(0, 0, 1),$

$B(\sqrt{3}, 0, 0), A(0, -1, 0), P(0, 0, \sqrt{3}), G(0, 1, 0),$

设平面 BFG 的法向量为 $\vec{m}=(x, y, z),$

$\because \overline{BG}=(-\sqrt{3}, 1, 0), \overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{AP}=\left(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$

$\therefore \begin{cases} -\sqrt{3}x+y=0, \\ \frac{y}{2}+\frac{\sqrt{3}\cdot z}{2}=0, \end{cases}$ 取 $z=1, \vec{m}=(-1, -\sqrt{3}, 1),$

\therefore 所求值为 $\cos\theta=|\cos\langle\vec{n}, \vec{m}\rangle|=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$ (12 分)

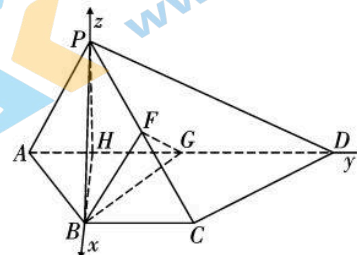


图 4

20. (本小题满分 12 分)

解: (1) 零假设 H_0 : 假设跳水员的优秀情况与训练无关.

列联表为

	优秀人数	非优秀人数	合计
训练前	2	8	10
训练后	8	2	10
合计	10	10	20

$$\chi^2 = \frac{20 \times (4 - 64)^2}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{36}{5} = 7.2 > 6.635,$$

故根据小概率值 $\alpha = 0.01$ 的独立性检验, 零假设不成立, 即跳水员的优秀情况与训练有关, 此推断犯错误的概率不超过 0.01. (4 分)

(2) 由图可知: 训练前后均不优秀的有 C, F 共 2 人, 训练前后均优秀的有 D, G 共 2 人, 训练前不优秀而训练后优秀的有 6 人,

设 $A =$ “所选 3 人中恰有 2 人训练后为优秀”, $B =$ “所选 3 人中恰有 1 人训练前为优秀”,

$$\text{则 } P(A \cdot B) = \frac{C_2^1 \cdot C_6^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^3}, \quad P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_2^1}{C_{10}^3},$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{C_2^1 \cdot C_6^1 \cdot C_2^1}{C_8^2 \cdot C_2^1} = \frac{3}{7}. \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

(3) 设跳水员 A 每轮测试为优秀的概率为 P ,

$$\text{则 } P = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{27}.$$

设 A 测试次数为 n , 则优秀的次数 $X \sim B(n, p)$,

$$\text{故 } E(X) = \frac{7n}{27} \geq 3 \Rightarrow n \geq \frac{81}{7} \approx 11.6,$$

故至少需进行 12 轮测试. (12 分)

21. (本小题满分 12 分)

(1) 解: 由题: $OF = 4 \Rightarrow OA = 2, OF_1 = 1,$

$$\therefore a = 2, c = 1, b^2 = 3,$$

$$\therefore \text{椭圆 } E \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1. \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 证明: 由 (1) 可知: $F_1(-1, 0)$, $A(2, 0)$,

设 $B(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$, $M(-4, y_M)$, $N(-4, y_N)$,

显然直线 l 的斜率不为 0, 故可设为 $x = ty - 1$.

$$\text{由 } \begin{cases} x = ty - 1, \\ 3x^2 + 4y^2 = 12, \end{cases} \text{ 得: } (3t^2 + 4) \cdot y^2 - 6t \cdot y - 9 = 0,$$

$$\therefore y_1 + y_2 = \frac{6t}{3t^2 + 4}, \quad y_1 \cdot y_2 = \frac{-9}{3t^2 + 4}.$$

$$\because A, B, M \text{ 三点共线}, \therefore \frac{y_M}{-6} = \frac{y_1}{x_1 - 2} = \frac{y_1}{ty_1 - 3} \Rightarrow y_M = \frac{-6y_1}{ty_1 - 3}.$$

$$\text{同理: } y_N = \frac{-6y_2}{ty_2 - 3},$$

$$\therefore y_M \cdot y_N = \frac{36 \cdot y_1 \cdot y_2}{t^2 \cdot y_1 \cdot y_2 - 3t(y_1 + y_2) + 9} = \frac{\frac{-9 \times 36}{3t^2 + 4}}{\frac{-9t^2}{3t^2 + 4} - 3t \times \frac{6t}{3t^2 + 4} + 9} = \frac{-9 \times 36}{-9t^2 - 18t^2 + 27t^2 + 36}$$

$= -9$, 故 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_1N} = 9 + y_M \cdot y_N = 0$, 即: $\angle MF_1N = 90^\circ$ (12 分)

22. (本小题满分 12 分)

(1) 解: 由题意知, 方程 $f(x) = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同根,

即方程 $\ln x - ax = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同根,

即方程 $a = \frac{\ln x}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同根.

$$\text{令 } g(x) = \frac{\ln x}{x}, \quad x \in (0, +\infty), \text{ 则 } g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2},$$

则当 $0 < x < e$ 时, $g'(x) > 0$, $x > e$ 时, $g'(x) < 0$,

则函数 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ 在 $(0, e)$ 上单调递增, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{所以 } g(x)_{\max} = g(e) = \frac{1}{e}.$$

又因为 $g(1) = 0$, 当 $x > 1$ 时, $g(x) > 0$, 当 $0 < x < 1$ 时, $g(x) < 0$,

所以 a 的取值范围为 $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ (5 分)

(2) 证明: 即证 $e^{1+\lambda} < x_1 \cdot x_2^2$, 两边取对数, 等价于要证 $1 + \lambda < \ln x_1 + \lambda \ln x_2$,

由 (1) 可知 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 分别是方程 $\ln x - 2ax = 0$ 的两个根,

$$\text{即 } \ln x_1 = 2ax_1, \quad \ln x_2 = 2ax_2,$$

所以原式等价于 $1 + \lambda < 2ax_1 + 2\lambda ax_2 = 2a(x_1 + \lambda x_2)$.

因为 $\lambda > 0$, $0 < x_1 < x_2$,

所以原式等价于要证明 $2a > \frac{1 + \lambda}{x_1 + \lambda x_2}$.

又由 $\ln x_1 = 2ax_1$, $\ln x_2 = 2ax_2$ 作差得, $\ln \frac{x_1}{x_2} = 2a(x_1 - x_2)$, 即 $2a = \frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2}$,

所以原式等价于 $\frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2} > \frac{1 + \lambda}{x_1 + \lambda x_2}$, 令 $t = \frac{x_1}{x_2}$, $t \in (0, 1)$,

则不等式 $\ln t < \frac{(1 + \lambda)(t - 1)}{t + \lambda}$ 在 $t \in (0, 1)$ 上恒成立.

令 $h(t) = \ln t - \frac{(1 + \lambda)(t - 1)}{t + \lambda}$, $t \in (0, 1)$,

又 $h'(t) = \frac{1}{t} - \frac{(1 + \lambda)^2}{(t + \lambda)^2} = \frac{(t - 1)(t - \lambda^2)}{t(t + \lambda)^2}$,

当 $\lambda \geq 1$ 时, $t \in (0, 1)$ 时, $h'(t) > 0$,

所以 $h(t)$ 在 $t \in (0, 1)$ 上单调递增.

又 $h(1) = 0$, $h(t) < 0$,

所以 $\ln \frac{x_1}{x_2} < \frac{(1 + \lambda)(x_1 - x_2)}{x_1 + \lambda x_2}$ 在 $t \in (0, 1)$ 恒成立, 所以原不等式恒成立.

..... (12分)