

丰台区 2021-2022 学年度第一学期期中练习

高一数学 (A) 练习时间: 120 分钟

2021. 11

注意事项:

1. 答题前, 务必先将答题纸上的学校、年级、班级、姓名用黑色字迹签字笔填写清楚。
2. 本次练习所有答题均在答题纸上完成。
3. 请严格按照答题纸上题号在相应答题区内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在练习、草稿纸上答题无效。
4. 本练习共 150 分。练习时间 120 分钟。

第 I 部分 (选择题共 40 分)

一、选择题: 共 10 小题, 每小题 4 分。在每小题给出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

(1) 下列关系中正确的是

- A. $0 \in \emptyset$ B. $\{0\} \in \emptyset$ C. $0 \in \mathbb{N}$ D. $\{0\} \in \mathbb{N}$

(2) 命题“ $\forall x \geq 0, x^2 + x \geq 0$ ”的否定是

- A. $\exists x_0 < 0, x_0^2 + x_0 < 0$ B. $\forall x < 0, x^2 + x \geq 0$
C. $\exists x_0 \geq 0, x_0^2 + x_0 < 0$ D. $\exists x_0 \geq 0, x_0^2 + x_0 \geq 0$

(3) 下列函数中在定义域上单调递增的是

- A. $f(x) = 1 - x$ B. $f(x) = x^2 + 1$
C. $f(x) = -\frac{1}{x}$ D. $f(x) = x^3$

(4) 若 $a > b$, 则下列不等式中恒成立的是

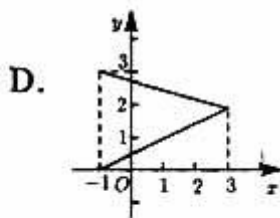
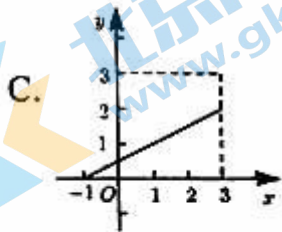
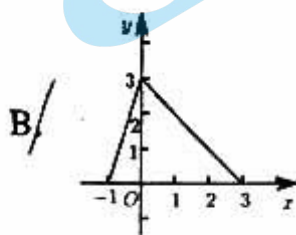
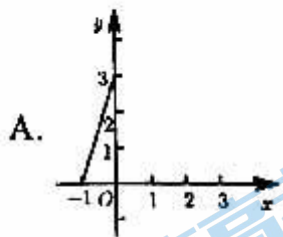
A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

C. $a^2 > b^2$

D. $a^3 < b^3$

(5) 设集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq 3\}$, 函数 $f(x)$ 定义域为 A , 值域为 B , 则函数 $f(x)$ 的图象可以是



(6) “ $a \geq 4$ ”是“二次函数 $f(x) = x^2 - ax + a$ 有零点”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

(7) 已知 $2^m > 2^n > 1$, 则下列不等式成立的是

A. $m > n > 0$

B. $n < m < 0$

C. $m < n < 0$

D. $n > m > 0$

(8) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 若 $ab = 4$, 则下列不等式一定成立的是

A. $a^2 + b^2 > 8$

B. $a + b \leq 4$

C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 1$

D. $a + 2b \geq 8$

(9) 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足如下两个条件: ①对 $\forall x \in \mathbb{R}$, 都有

$f(x) = f(-x)$; ②对 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$. 若

$|a_1| > |a_2|$, 则

A. $f(a_1) > f(a_2)$

B. $f(a_1) < f(a_2)$

C. $f(a_1) = f(a_2)$

D. 无法确定 $f(a_1)$ 与 $f(a_2)$ 的大小关系

(10) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, 有以下结论:

- ① $f(x)$ 的图象关于原点对称;
- ② $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称;
- ③ $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增;
- ④ $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1)$.

其中所有正确结论的序号是

- A. ② B. ①④ C. ②④ D. ①③④

第 II 部分 (非选择题共 110 分)

二、填空题: 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 函数 $f(x) = \sqrt{4x-x^2}$ 的定义域为_____.

(12) 计算: $27^{\frac{1}{3}} + (\frac{\sqrt{2}}{2})^0 =$ _____.

(13) 设集合 $M = \{a^2, a\}$, $N = \{1\}$, 若 $N \subseteq M$, 则 a 的值为_____.

(14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{-x}, & x < 0, \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$ 那么 $f(x)$ 的最小值是_____.

(15) 甲、乙、丙三个物体同时从同一点出发向同一个方向运动, 其路程 $f_i(x) (i=1, 2, 3)$ 关于时间 $x (x \geq 0)$ 的函数关系式分别为 $f_1(x) = 2^x - 1$,

$f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^{\frac{1}{2}}$, 有以下结论:

- ① 当 $x > 1$ 时, 乙总走在最前面;
- ② 当 $0 < x < 1$ 时, 丙走在最前面; 当 $x > 1$ 时, 丙走在最后面;
- ③ 如果它们一直运动下去, 最终走在最前面的是甲.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题：共6小题，共85分

(16) (本小题13分)

已知指数函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过点 $(2, \frac{1}{4})$.

(I) 求指数函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 求满足不等式 $f(|x|) < \frac{1}{4}$ 的实数 x 的取值范围.

(17) (本小题15分)

设全集为 \mathbf{R} , $A = \{x | x < -1, \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | 1 - a < x < 2a + 3\}$.

(I) 若 $a = 1$, 求 $A \cap B$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B$.

(II) 已知 _____, 求实数 a 的取值范围.

从下面给出的三个条件中任选一个, 补充在上面问题中, 并进行解答.

① $A \cup B = \mathbf{R}$; ② $A \cap B = \emptyset$; ③ $B \subseteq A$.

注: 如果选择多个条件分别作答, 按第一个解答计分.

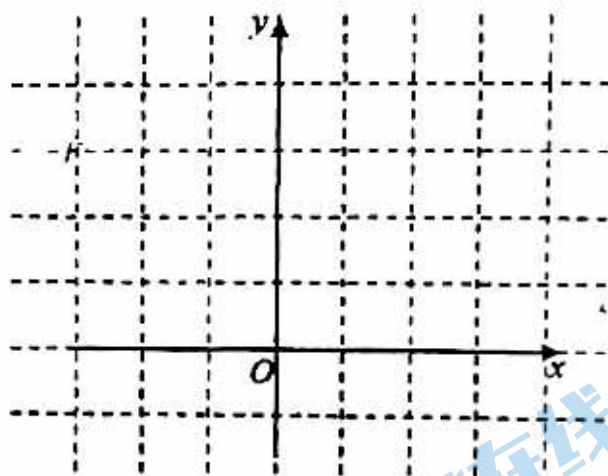
(18) (本小题 14 分)

给定函数 $f(x) = -x + 1$, $g(x) = x^2 - 2x + 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$, 用 $M(x)$ 表示 $f(x), g(x)$ 中的较大者, 记为 $M(x) = \max\{f(x), g(x)\}$.

例如, 当 $x = 2$ 时, $M(2) = \max\{f(2), g(2)\} = \max\{-1, 1\} = 1$.

(I) 用分段函数的形式表示该函数 $M(x)$, 并画出函数 $M(x)$ 的图象;

(II) 根据图象写出函数的单调递减区间和值域.



(19) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$.

(I) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的单调性, 并用定义证明;

(II) 当 $x \in [-2, -1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值及对应的 x 的值. (只需写出结论)

(20) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - (2a+1)x + 2a$.

(I) 若关于 x 的不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, 求 a 的值;

(II) 求关于 x 的不等式 $f(x) < 0$ 的解集.

(21) (本小题 15 分)

物联网(Internet of things)是一个基于互联网、传统电信网等信息承载体, 让所有能够被独立寻址的普通物理对象实现互联互通的网络, 具有十分广阔的市场前景. 现有一家物流公司计划租地建造仓库存储货物, 经过市场调查了解到下列信息: 仓库每月土地占地费 y_1 (单位: 万元) 与仓库到车站的距离 x (单位: 千米) 之间的关系为: $y_1 = \frac{m}{x+1}$ ($m \neq 0$), 每月库存货物费 y_2 (单位: 万元) 与 x 之间的关系为: $y_2 = nx$ ($n \neq 0$); 若在距离车站 11.5 千米建仓库, 则 y_1 和 y_2 分别为 4 万元和 23 万元.

(I) 求 m, n 的值;

(II) 这家公司应该把仓库建在距离车站多少千米处, 才能使两项费用之和最小? 最小费用是多少?

(考生务必将答案写在答题卡上, 在试卷上做答无效)