

2019 北京顺义牛栏山一中高三（上）期中

数 学

2019.11

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题(共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项)

1. 若集合 $M = \{x \in \mathbf{N} | x^2 < 3\}$, 则下列结论正确的是

- A. $1 \in M$ B. $2 \in M$ C. $0 \in M$ D. $2 \in M$

2. 下列函数中, 值域是 $[0, +\infty)$ 的是

- A. $y = 2^x$ B. $y = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $y = \sin x$ D. $y = |x - 1|$

3. 1, a, b, c, 4 成等比数列, 则 $b =$

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. 不确定

4. 若 $\vec{a} = (1, 1), \vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

5. 定义域均为 \mathbf{R} 的两个函数 $f(x), g(x)$, “ $f(x) + g(x)$ 为奇函数” 是 “ $f(x), g(x)$ 均为奇函数” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 两点 $A(m, 3), B(\cos \theta, \sin \theta)$, 在 m, θ 变化过程中, $|AB|$ 的最小值为

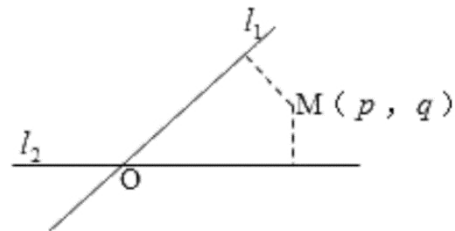
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 与 m 有关

7. 过曲线 $E: y^2 = 4x$ 的焦点 F 并垂直于 x 轴的直线与曲线 E 交于 A, B , A 在 B 上方, M 为抛物线上一点, $\vec{OM} = \lambda \vec{OA} + 2\lambda \vec{OB}$, 则 $\lambda =$

- A. 0 B. 3 C. 0 或 3 D. $\frac{3}{4}$

8. 如图, 平面内两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O , 构成的四个角中的锐角为 60° , 对于平面上任意一点 M , 若 p, q 分别是 M 到直线 l_1 和 l_2 的距离, 则称有序非负实数对 (p, q) 是点 M 的 “距离坐标”, 给出下列三个命题:

- ① $(1, 0)$ 点有且仅有两个;
② $(2, 3)$ 点有且仅有 4 个;
③ 若 $p = 2q$, 则点 M 的轨迹是两条过 O 点的直线;
④ 满足 $p^2 + q^2 = 1$ 的所有点 (p, q) 位于一个圆周上.



其中正确命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第二部分（非选择题 共 110 分）

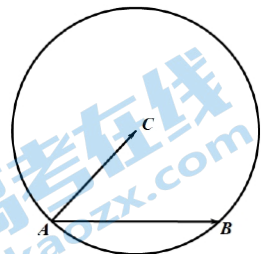
二、填空题(共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

9. 复数 $z = \frac{1+i}{1-i}$ 的虚部为_____。

10. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_n = n^2 + 2^n$, 则 $a_3 =$ _____.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 F_2 为圆心, a 为半径的圆与双曲线的渐近线相切, 则双曲线的渐近线方程为_____.

12. 右图是以 C 为圆心的一个圆, 其中弦 AB 的长为 2, 则 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} =$ _____.



13. 里氏震级 M 的计算公式为: $M = \lg A - \lg A_0$, 其中 A 是测振仪记录的地震曲线的最大振幅, A_0 是相应的标准地震的振幅, 假设在一次地震中, 测振仪记录的最大振幅是 1000, 此时标准地震的振幅为 0.001, 则此次地震的震级为_____级; 9 级地震的最大振幅是 5 级地震最大振幅的_____倍.

14. 已知 $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} - a - 1 \right| (x > 1, a > 0)$, $f(x)$ 与 x 轴交点为 A , 若对于 $f(x)$ 图象上任意一点 P , 在其图象上总存在另一点 Q (P, Q 异于 A), 满足 $AP \perp AQ$, 且 $|AP| = |AQ|$, 则 $a =$ _____.

三、解答题(共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)

15. (本小题满分 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $a^2 + c^2 = b^2 + ac$.

(I) 求 $\angle B$ 的大小;

(II) 若 $a + c = 6$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 b .

16. (本小题满分 13 分)

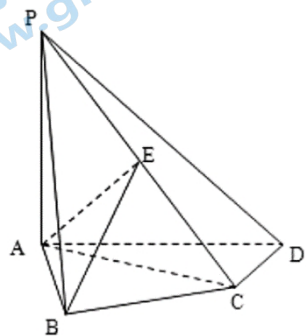
如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = AB = BC = 2\sqrt{3}$, $AC \perp CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, E 是 PC 的中点.

(I) 证明: $CD \perp AE$;

(II) 若 $AB \perp AD$;

(i) 求直线 PC 与平面 AEB 所成角的正弦值;

(ii) 设平面 AEB 与侧棱 PD 交于 F , 求 $\frac{PF}{FD}$.



17. (本小题满分 13 分)

设 $\{a_n\}$ 是公比大于 1 的等比数列, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_3 = 7$, 且 $a_1 + 3, 3a_2, a_3 + 4$ 构成等差数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{\ln a_{2n+1}\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 14 分) 设 A 为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的下顶点, 椭圆长半轴的长等于椭圆的短轴长, 且椭圆 E 经过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 过点 A 的直线与直线 $y = -2$ 交于点 M , 与椭圆交于 B , 点 B 关于原点的对称点为 C , 直线 AC 交直线 $y = -2$ 于点 N , 求 $|MN|$ 的最小值.

19. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = -x^2 + 8x, g(x) = 6\ln x + m$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 在它们的公共点处有公共切线, 求 m 的值;

(II) 若存在实数 n 使不等式 $f(x) > g(x)$ 的解集为 $(0, n)$, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分 13 分)

对于正整数集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 3)$, 如果任意去掉其中一个元素 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 之后, 剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合, 且这两个集合的所有元素之和相等, 就称集合 A 为“可分集合”.

(I) 判断集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 是否是“可分集合” (不必写过程);

(II) 求证: 五个元素的集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 一定不是“可分集合”;

(III) 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 3)$ 是“可分集合”

①证明: n 为奇数;

②求集合 A 中元素个数的最小值.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。