

## 数学试卷

学校 \_\_\_\_\_

姓名 \_\_\_\_\_

准考证号 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,将答题卡交回。

### 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

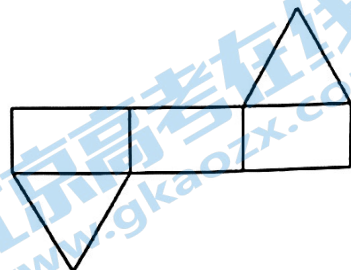
第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 经文旅部数据中心测算,2021 年“五一”假期,北京市接待旅游总人数 842.6 万人次,比 2020 年增长 81.9%,恢复到 2019 年的 98.4%,旅游总收入 93 亿元,比 2020 年增长 1.2 倍,恢复到 2019 年的 86%。将 9 300 000 000 用科学记数法表示应为

- (A)  $93 \times 10^8$       (B)  $9.3 \times 10^9$       (C)  $9.3 \times 10^{10}$       (D)  $0.93 \times 10^{10}$

2. 右图是某个几何体的展开图,该几何体是

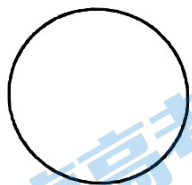
- (A) 三棱柱      (B) 四棱柱  
(C) 圆柱      (D) 圆锥



3. 下列各式运算的结果为  $a^6$  的是

- (A)  $a^3 + a^3$       (B)  $(a^3)^3$       (C)  $a^3 \cdot a^3$       (D)  $a^{12} \div a^2$

4. 下列图形中,是轴对称图形但不是中心对称图形的是



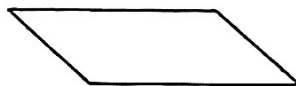
圆

(A)



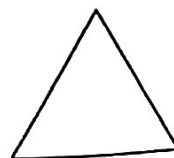
正方形

(B)



平行四边形

(C)



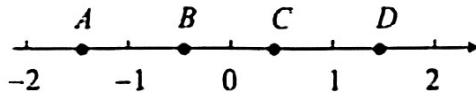
等边三角形

(D)

5. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax + 1 = 0$  有两个不相等的实数根,则  $a$  的值可以是

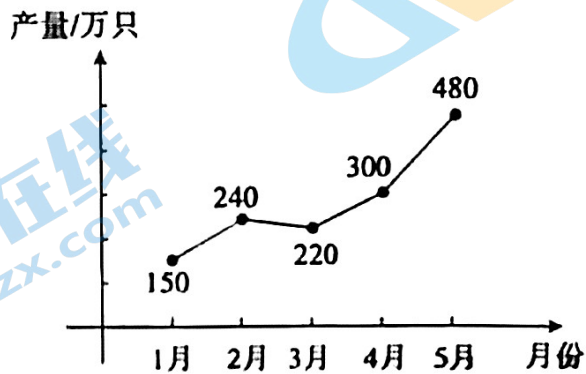
- (A) 3      (B) 2      (C) 1      (D) 0

6. 如图,数轴上的  $A, B, C, D$  四个点中,表示  $\sqrt{2}-1$  的点是



- (A) 点  $A$                       (B) 点  $B$                       (C) 点  $C$                       (D) 点  $D$

7. 某厂家 2021 年 1-5 月份的产量如图所示.



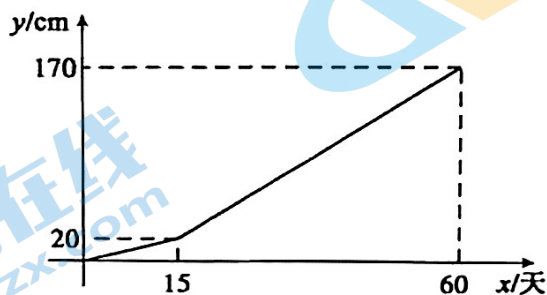
下面有三个推断:

- ① 从 1 月份到 5 月份产量在逐月增长;
- ② 1 月份到 2 月份产量的增长率是 60%;
- ③ 若设从 3 月份到 5 月份产量的平均月增长率为  $x$ ,则可列方程为  $220(1+x)^2=480$ .

所有正确的推断是

- (A) ②                      (B) ③                      (C) ①②                      (D) ②③

8. 某农科所响应“乡村振兴”号召,为某村免费提供一种优质瓜苗及大棚栽培技术. 这种瓜苗先在农科所的温室中生长,平均高度长到大约 20cm 时,移至该村的大棚内继续生长. 研究表明,60 天内,这种瓜苗的平均高度  $y$ (cm) 与生长时间  $x$ (天) 的函数关系的图象如图所示. 当这种瓜苗长到大约 80cm 时,开始开花结果,此时瓜苗在该村大棚内生长的天数是



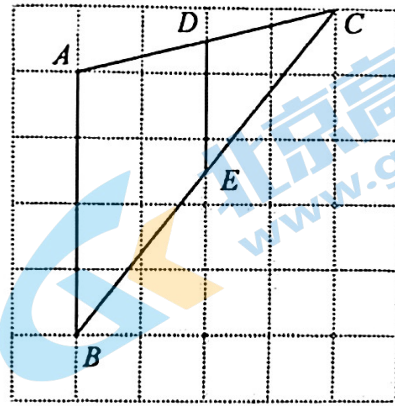
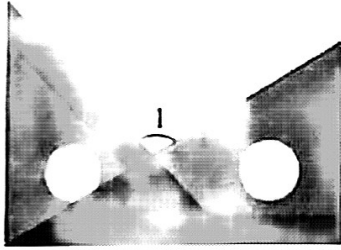
- (A) 10 天                      (B) 18 天                      (C) 33 天                      (D) 48 天

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 分解因式:  $x^2y-4y=$ \_\_\_\_\_.

10. 如果式子  $\sqrt{x-4}$  有意义,那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

11. 将一副三角板按如图所示的方式放置,则  $\angle 1$  的大小为\_\_\_\_\_.



12. 如图所示的网格是正方形网格,  $A, B, C$  是网格线的交点,  $D, E$  分别是  $AC, BC$  与网格线的交点, 若小正方形的边长为 1, 则  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.

13. “对角线互相垂直的四边形是菱形”这个命题是\_\_\_\_\_. (填“真命题”或“假命题”)

14. 二次函数  $y=x^2+c$  的图象与  $x$  轴无交点, 写出一个满足条件的实数  $c$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 同学们设计了一个用计算机模拟随机重复抛掷瓶盖的实验, 记录盖面朝上的次数, 并计算盖面朝上的频率, 下表是依次累计的实验结果.

抛掷次数	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
盖面朝上次数	275	558	807	1054	1587	2124	2650
盖面朝上频率	0.550	0.558	0.538	0.527	0.529	0.531	0.530

下面有两个推断:

- ① 随着实验次数的增加, “盖面朝上”的频率总在 0.530 附近, 显示出一定的稳定性, 可以估计“盖面朝上”的概率是 0.530;
- ② 若再次用计算机模拟此实验, 则当投掷次数为 1000 时, “盖面朝上”的频率不一定是 0.558.

其中合理的推断的序号是:\_\_\_\_\_.

16. 某快餐店的价目表如下:

菜品	价格
汉堡(个)	21 元
薯条(份)	9 元
汽水(杯)	12 元
1 个汉堡+1 份薯条(A 套餐)	28 元
1 个汉堡+1 杯汽水(B 套餐)	30 元
1 个汉堡+1 份薯条+1 杯汽水(C 套餐)	38 元

小明和同学们一共需要 10 个汉堡,5 份薯条,6 杯汽水,那么最低需要\_\_\_\_\_元.

三、解答题(本题共 68 分,第 17-22 题,每小题 5 分,23-26 每小题 6 分,第 27、28 题每小题 7 分)解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(2-\pi)^0+3^{-1}+|\sqrt{2}|-2\sin 45^\circ$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} x > 2x - 1, \\ x - 1 < \frac{x}{2}. \end{cases}$$

19. 已知:直线  $l$  和  $l$  外一点  $P$ .

求作:直线  $l$  的垂线,使它经过点  $P$ .

作法:① 在直线  $l$  上任取两点  $A$ 、 $B$ ;

② 分别以点  $A$ 、 $B$  为圆心, $AP$ 、 $BP$  长为半径作弧,  
在直线  $l$  下方两弧交于点  $C$ ;

③ 作直线  $PC$ .

所以直线  $PC$  为所求作的垂线.

(1) 使用直尺和圆规,依作法补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

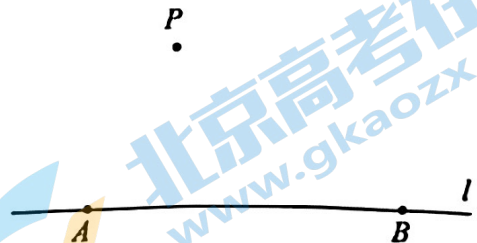
证明:连结  $AP$ 、 $AC$ 、 $BP$ 、 $BC$ .

$$\because AP=AC, BP=BC, AB=AB,$$

$$\therefore \triangle APB \cong \triangle ACB (\text{SSS}) (\text{填推理依据}).$$

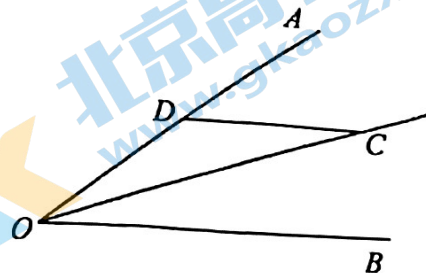
$$\therefore \angle PAB = \angle CAB,$$

$$\therefore PC \perp AB (\text{等腰三角形三线合一}) (\text{填推理依据}).$$



20. 如图,  $C$  为  $\angle AOB$  平分线上一点,  $CD \parallel OB$  交  $OA$  于点  $D$ .

求证:  $OD = CD$ .

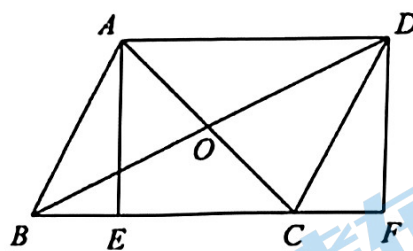


21. 已知  $a=3$ , 求代数式  $\left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2-1}$  的值.

22. 如图, 平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ,  $AE \perp BC$  于点  $E$ , 点  $F$  在  $BC$  延长线上, 且  $CF = BE$ .

(1) 求证: 四边形  $AEFD$  是矩形;

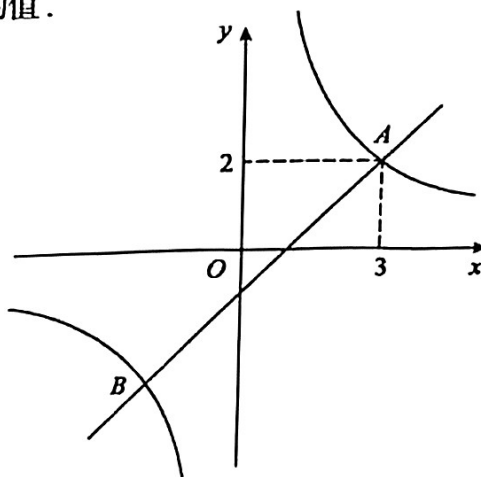
(2) 连接  $AF$ , 若  $\tan \angle ABC = 2, BE = 1, AD = 3$ , 求  $AF$  的长.



23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  与一次函数  $y = kx + b$  相交于  $A(3, 2), B(-2, n)$  两点.

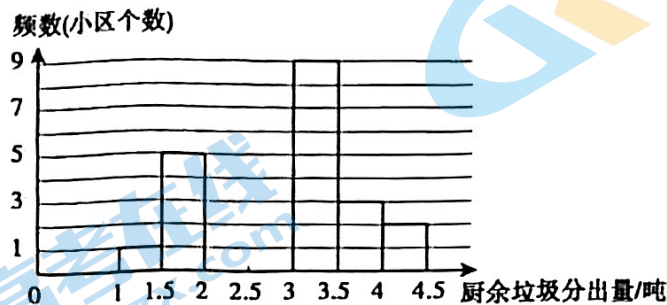
(1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

(2) 过点  $P(p, 0) (p \neq 0)$  作垂直于  $x$  轴的直线, 与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  交于点  $C$ , 与一次函数  $y = kx + b$  交于点  $D$ , 若  $S_{\triangle COP} = 3S_{\triangle DOP}$ , 直接写出  $p$  的值.



24. 垃圾分类是指按一定规定或标准将垃圾分类储存、投放和搬运,从而转变成公共资源的一系列活动的总称. 现对某区 30 个小区某一天的厨余垃圾分出量和其他垃圾分出量的有关数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

- a. 30 个小区的厨余垃圾分出量的频数分布直方图(数据分成 7 组: $1 \leq x < 1.5$ ,  $1.5 \leq x < 2$ ,  $2 \leq x < 2.5$ ,  $2.5 \leq x < 3$ ,  $3 \leq x < 3.5$ ,  $3.5 \leq x < 4$ ,  $4 \leq x \leq 4.5$ , 单位:吨);



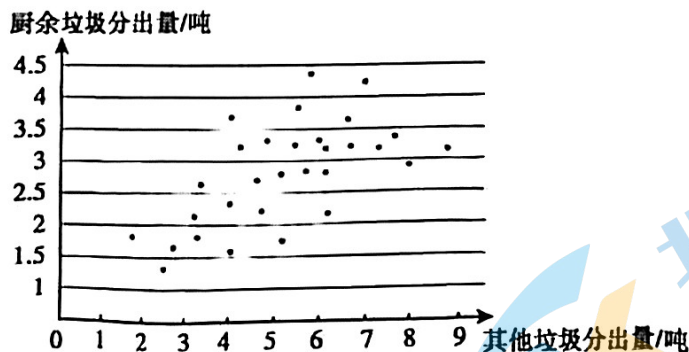
- b. 各组厨余垃圾分出量平均数如下:(单位:吨)

组别	$1 \leq x < 1.5$	$1.5 \leq x < 2$	$2 \leq x < 2.5$	$2.5 \leq x < 3$	$3 \leq x < 3.5$	$3.5 \leq x < 4$	$4 \leq x \leq 4.5$
平均数	1.4	1.7	2.3	2.8	3.3	3.7	4.3

- c. 厨余垃圾分出量在  $2.5 \leq x < 3$  这一组的数据是:

2.59 2.62 2.81 2.88 2.93 2.97

- d. 30 个小区厨余垃圾分出量和其他垃圾分出量情况统计图:



- e. 30 个小区中阳光小区的厨余垃圾分出量为 2.97 吨.

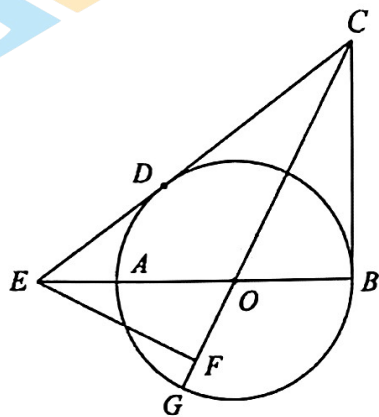
根据以上信息,回答下列问题:

- 补全厨余垃圾分出量的频数分布直方图;
- 阳光小区的厨余垃圾分出量在 30 个小区中由高到低排名第\_\_\_\_\_ ;阳光小区的其他垃圾分出量大约是\_\_\_\_\_吨(结果保留一位小数);
- 30 个小区厨余垃圾分出量平均数约为\_\_\_\_\_吨(结果保留一位小数).

25. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $CB, CD$  分别切  $\odot O$  于点  $B, D$ ,  $CD$  交  $BA$  的延长线于点  $E$ ,  $CO$  的延长线交  $\odot O$  于点  $G$ ,  $EF \perp OG$  于点  $F$ .

(1) 求证:  $\angle FEB = \angle ECF$ ;

(2) 若  $AB = 6$ ,  $\sin \angle CEB = \frac{3}{5}$ , 求  $CB$  和  $EF$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 2$  ( $a > 0$ ) 与  $y$  轴交于点  $A$ .

(1) 求点  $A$  的坐标及抛物线的对称轴;

(2) 当  $0 \leq x \leq 5$  时,  $y$  的最小值是  $-2$ , 求当  $0 \leq x \leq 5$  时,  $y$  的最大值;

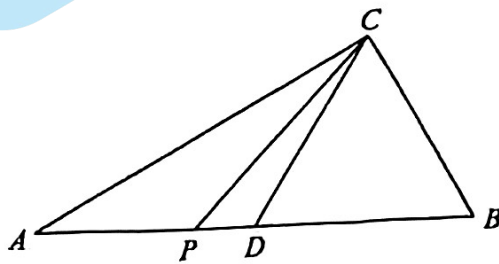
(3) 抛物线上的两点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ , 若对于  $t < x_1 < t+1, t+2 < x_2 < t+3$ , 都有  $y_1 \neq y_2$ , 直接写出  $t$  的取值范围.

27. 已知:如图,在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle CAB=30^\circ$ ,  $P$  是  $AB$  边上任意一点,  $D$  是  $AB$  边的中点,连接  $CP, CD$ ,并将  $PC$  绕点  $P$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $PE$ ,连接  $AE$ .

(1) 求证:  $CD=BC$ ;

(2) ① 依题意补全图形;

② 用等式表示线段  $PE$  与  $AE$  的数量关系,并证明.



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $G$ ,给出如下定义:若在图形  $G$  上存在两个点  $M, N$ ,且  $MN=2$ ,使得以  $P, M, N$  为顶点的三角形为等边三角形,则称  $P$  为图形  $G$  的“正点”.

已知  $A(2,0), B(0,2\sqrt{3})$ .

(1) 在点  $C_1(-1, \sqrt{3}), C_2(0,0), C_3(2, \sqrt{3})$  中,线段  $AB$  的“正点”是\_\_\_\_\_;

(2) 直线  $y=k(x-1)+\sqrt{3} (k \neq 0)$  上存在线段  $AB$  的“正点”,求  $k$  的取值范围;

(3) 以  $T(t,0) (t < 0)$  为圆心,  $2\sqrt{7}$  为半径作  $\odot T$ ,若线段  $AB$  上总是存在  $\odot T$  的“正点”,直接写出  $t$  的取值范围.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯