考号________

姓名________

班级________

学校________

密 封 线 内 不 要 答 题

2024 届高三考试
数学试题(文科)

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid -x-3\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid x-2<0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid -3<x\leqslant 2\}$　B. $\{x\mid -3\leqslant x<2\}$　C. $\{x\mid x\geqslant 3\}$　D. $\{x\mid x<2\}$

2. 已知复数 $z=2-\mathrm{i}$，则 $|1-\mathrm{i}\cdot z|=$

A. $2\sqrt{2}$　B. $\sqrt{5}$　C. 2　D. 1

3. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{10})$，则下列说法正确的是

A. $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{3\pi}{10}$对称

B. $f(x)$的图象关于点$(\frac{\pi}{4},0)$对称

C. $f(x)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$

D. 若将 $f(x)$图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，可得函数 $y=\sin(x+\frac{3\pi}{10})$的图象

4. 已知△ABC 的每条边长均为 2，D，E 分别是 BC，AC 的中点，则$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DE}=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{2}$　D. 3

5. 已知函数 $f(x)=4x(x-1)+ax+|x|$是偶函数，则 $a=$

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

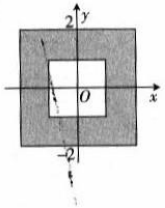
6. 曲线 $y=\frac{x}{x-3}$在点$(2,-2)$处的切线方程为

A. $y=-3x+4$　B. $y=x-4$　C. $y=3x-8$　D. $y=3x-4$

7. 设双曲线 $C_1:x^2-y^2=1$，$C_2:\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的离心率分别为 e_1，e_2，若 $e_2=\frac{3}{4}e_1$，则 $b=$

A. 1　B. 2　C. $\sqrt{2}$　D. $\sqrt{3}$

8. 已知两个共中心 O 的正方形的边长分别为 2 和 4，在如图所示的阴影中随机取一点 M，则直线 OM 的倾斜角不大于$\frac{\pi}{4}$的概率为



A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{1}{6}$　D. $\frac{1}{8}$

9. △ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $b\cos C-c\cos B=a$，且 $A=2C$，则 $C=$

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{4}$　C. $\frac{\pi}{8}$　D. $\frac{\pi}{3}$

10. 已知某圆柱的轴截面是边长为 2 的正方形 $ABCD$，在该圆柱的底面内任取一点 E，则当四棱锥 $E-ABCD$ 的体积最大时，该四棱锥的侧面积为

A. $1+\sqrt{2}+\sqrt{5}$　B. $1+2\sqrt{2}+\sqrt{5}$

C. $1+\sqrt{2}+2\sqrt{5}$　D. $\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

11. 第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行，某网络直播平台调研“大学生是否喜欢观看体育比赛直播与性别有关”，从某高校男、女生中各随机抽取 100 人进行问卷调查，得到如下数据($5\leqslant m\leqslant 15$，$m\in\mathbf{N}$).

	喜欢观看	不喜欢观看
男生	$80-m$	$20+m$
女生	$50+m$	$50-m$

通过计算，有 95%以上的把握认为大学生喜欢观看直播体育比赛与性别有关，则在被调查的 100 名女生中喜欢观看体育比赛直播的人数的最大值为

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	6.635	10.828

A. 55　B. 57　C. 58　D. 60

12. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的两条弦 AB，CD 相交于点 P(点 P 在第一象限)，且 $AB\perp x$ 轴，$CD\perp y$ 轴. 若$|PA|:|PB|:|PC|:|PD|=1:3:2:4$，则 $b=$

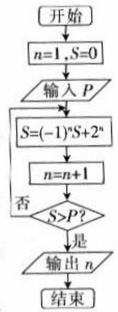
A. 2　B. $\sqrt{2}$　C. $\sqrt{5}$　D. $\sqrt{3}$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant -1,\\ \frac{x}{3}-y\leqslant 1,\\ x+y\leqslant -1,\end{cases}$则 $z=2x-y$ 的最小值为____▲____.

14. 执行如图所示的程序框图，若输出的 $n=5$，则输入的正整数 P 的最小值为____▲____，最大值为____▲____.(本题第一空 3 分，第二空 2 分)



15. 黄金比又称黄金律，是指事物各部分间一定的数学比例关系，即将整体一分为二，较小部分与较大部分之比等于较大部分与整体之比，其比值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$，上述比例又被称为黄金分割. 将底和腰之比等于$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$的等腰三角形称为黄金三角形，若某黄金三角形的一个底角为 C，则 $\cos 2C=$____▲____.

16. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于半径为 2 的球，若直线 AC_1 与平面 BCC_1B_1 所成的角为 30°，则 $AB=$____▲____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $2a_5-a_4=11$，$S_3=9$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{1+a_n}{(n+1)S_n}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，若$\dfrac{99}{50}<T_m<\dfrac{101}{51}$，求 m 的值.

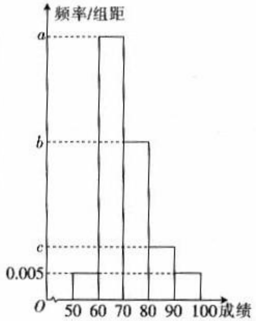
18.（12 分）

某校组织了 600 名高中学生参加中国共青团相关的知识竞赛，将竞赛成绩分成[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100]五组，得到如图所示的频率分布直方图. 若图中未知的数据 a,b,c 成等差数列，成绩落在区间[60，70)内的人数为 300.

（1）求出频率分布直方图中 a,b,c 的值；

（2）估计该校学生分数的中位数和平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代替）；

（3）现采用分层抽样的方法从分数落在[80，90)，[90，100]内的两组学生中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人进行现场知识答辩，求抽取的这 2 人中恰有 1 人的得分在区间[90，100]内的概率.

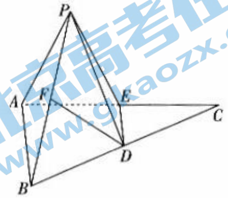


19.（12 分）

将△ABC 沿它的中位线 DE 折起，使顶点 C 到达点 P 的位置，使得 $PA=PE$，得到如图所示的四棱锥 $P-ABDE$，且 $AC=\sqrt{2}AB=2$，$AC\perp AB$，F 为 PB 的中点.

（1）证明：DF∥平面 PAE.

（2）求四棱锥 $P-ABDE$ 的体积.



20.（12 分）

设抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$的焦点为 F，过 F 且斜率为 1 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，$|AB|=16$.

（1）求 p 的值；

（2）求过点 A,B 且与 C 的准线相切的圆的方程.

21.（12 分）

设函数 $f(x)=a^x+(1-a)x-1(a>0$ 且 $a\neq1)$.

（1）当 $a=\mathrm{e}$ 时，求 $f(x)$的单调区间；

（2）设 $a>1$，证明：当 $x\in(0,1)$时，$f(x)<0$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=1+3\cos\alpha,\\ y=-2+3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），直线 C_2 的方程为 $y=\sqrt{3}x$，以 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线 C_1 和直线 C_2 的极坐标方程；

（2）若直线 C_2 与曲线 C_1 交于 M,N 两点，求$|OM|\cdot|ON|$的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|-|x-1|$.

（1）求不等式 $f(x)>|x-1|-3$ 的解集；

（2）若存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)\geqslant|1-m|$成立，求 m 的取值范围.

密 封 线 内 不 要 答 题

2024 届高三考试
数学试题参考答案(文科)

1. B　因为 $A=\{x|x\geqslant -3\}$，$B=\{x|x<2\}$，所以 $A\cap B=\{x|-3\leqslant x<2\}$.

2. C　因为 $1-\mathrm{i}\cdot z=1-\mathrm{i}(2-\mathrm{i})=-2\mathrm{i}$，所以 $|1-\mathrm{i}\cdot z|=2$.

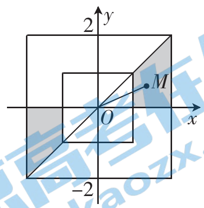
3. D　因为 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{10})$，所以 $f(\frac{3\pi}{10})=\sin(2\times\frac{3\pi}{10}+\frac{3\pi}{10})\neq\pm1$，$f(\frac{\pi}{4})=\sin(2\times\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{10})\neq0$，A 错误，B 错误. 显然 $f(x)$ 的最小正周期为 π，C 错误. 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，可得函数 $y=\sin(x+\frac{3\pi}{10})$ 的图象，D 正确.

4. C　因为 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，所以 $DE/\!/AB$，$DE=\frac{1}{2}AB=1$，$\angle ADE=\angle BAD=\frac{\pi}{6}$. 又 $AD=\sqrt{3}$，所以 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DE}=\sqrt{3}\times1\times\cos\frac{\pi}{6}=\frac{3}{2}$.

5. D　因为 $f(x)=4x^2+(a-4)x+|x|$ 是偶函数，所以 $a-4=0$，解得 $a=4$.

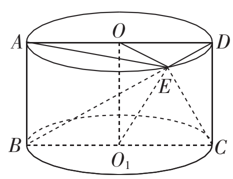
6. A　因为 $y'=-\frac{3}{(x-3)^2}$，所以所求切线的斜率 $k=-\frac{3}{(2-3)^2}=-3$，故该切线的方程为 $y=-3x+4$.

7. A　因为 $e_2=\frac{3}{4}e_1$，所以 $\sqrt{1+\frac{b^2}{8}}=\frac{3}{4}\times\sqrt{1+1}$，解得 $b=1$.



8. B　满足"直线 OM 的倾斜角不大于 $\frac{\pi}{4}$"这个条件的点 M 构成的区域为图中的阴影部分，根据几何概型的定义，可知所求概率为 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

9. A　因为 $b\cos C-c\cos B=a$，所以 $\sin B\cos C-\cos B\sin C=\sin A$，整理得 $\sin B\cos C-\cos B\sin C=\sin B\cos C+\cos B\sin C$，所以 $\cos B\sin C=0$. 因为 $\sin C>0$，所以 $\cos B=0$. 又 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{2}$，从而 $A+C=\frac{\pi}{2}$. 又 $A=2C$，所以 $C=\frac{\pi}{6}$.

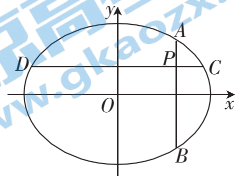


10. B　四棱锥体积 $V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot d$，其中 d 为 E 到 AD 的距离，因为正方形 $ABCD$ 的面积为定值，所以当 E 为 $\overset{\frown}{AD}$ 的中点时，四棱锥的体积最大，连接 OE，O_1E，此时其侧面积 $S=\frac{1}{2}AD\cdot OE+\frac{1}{2}AB\cdot AE+\frac{1}{2}CD\cdot DE+\frac{1}{2}BC\cdot O_1E=1+2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

11. C　因为 $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200[(80-m)(50-m)-(20+m)(50+m)]^2}{100\times100\times130\times70}=\frac{8(15-m)^2}{91}\geqslant3.841$，所以 $(15-m)^2\geqslant43.7$，又 $5\leqslant m\leqslant15$，所以 $15-m\geqslant7$，解得 $m\leqslant8$，

故在被调查的100名女生中喜欢观看体育比赛直播的人数的最大值为58.

12. D　设 $P(m,n)$，$|PA|=t$，则 $A(m,n+t)$，$B(m,n-3t)$，$C(m+2t,n)$，$D(m-4t,n)$. 由题知 A，B 关于 x 轴对称，C，D 关于 y 轴对称，所以 $n+t+n-3t=0$，$m+2t+m-4t=0$，即 $n=t$，$m=t$，所以 $A(t,2t)$，$C(3t,t)$.



因为 A，C 在椭圆 E 上，所以 $\begin{cases}\dfrac{t^2}{8}+\dfrac{4t^2}{b^2}=1,\\ \dfrac{9t^2}{8}+\dfrac{t^2}{b^2}=1,\end{cases}$ 即 $\dfrac{9}{8}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{8}+\dfrac{4}{b^2}$，解得 $b=\sqrt{3}$.

13. -4　画出可行域(图略)知，当直线 $z=2x-y$ 过点 $(-3,-2)$ 时，z 取得最小值 -4.

14. 6；17　执行程序框图，

$n=1$，$S=0$，$S=-S+2^1=2$，$n=2$，满足 $2\leqslant P$；

$S=(-1)^2S+2^2=6$，$n=3$，满足 $6\leqslant P$；

$S=(-1)^3S+2^3=2$，$n=4$，满足 $2\leqslant P$；

$S=(-1)^4S+2^4=18$，$n=5$，满足 $18>P$.

所以 $6\leqslant P\leqslant 17$，$P\in\mathbf{N}^*$，所以正整数 P 的最小值和最大值分别为6和17.

15. $-\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$　设这个黄金三角形的另一个底角为 B，顶角为 A，因为 $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，所以 $\cos C=\dfrac{BC}{2AC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$，则 $\cos 2C=2\cos^2C-1=-\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$.

16. $\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$　取 BC 的中点 D，连接 AD，C_1D(图略)，易知 $\angle AC_1D$ 为直线 AC_1 与平面 BCC_1B_1 所成的角. 设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 r，边长为 a，正三棱柱的高为 h，则 $AD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，$AC_1=\sqrt{a^2+h^2}$，所以 $\sin 30^\circ=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\sqrt{a^2+h^2}}$，即 $h^2=2a^2$. 又因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于半径为2的球，所以 $(\dfrac{\sqrt{3}a}{3})^2+(\dfrac{h}{2})^2=2^2$，所以 $\dfrac{a^2}{3}+\dfrac{a^2}{2}=4$，解得 $a=\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$，即 $AB=\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$.

17. 解：(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，

依题意得 $\begin{cases}2(a_1+4d)-(a_1+3d)=11,\\ 3(a_1+d)=9,\end{cases}$ ……………………………… 3分

解得 $\begin{cases}a_1=1,\\ d=2,\end{cases}$ ……………………………… 4分

所以 $a_n=2n-1$. ……………………………… 5分

(2)由(1)得 $S_n=\dfrac{(1+2n-1)n}{2}=n^2$， ……………………………… 6分

所以 $b_n=\dfrac{1+a_n}{(n+1)S_n}=\dfrac{2}{n(n+1)}=2(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1})$， ……………………………… 8分

所以 $T_n=2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=\frac{2n}{n+1}$. ………………………………………… 9 分

由 $\frac{99}{50}<\frac{2m}{m+1}<\frac{101}{51}$,解得 $99<m<101$, ………………………………………………… 11 分

因为 $m\in\mathbf{N}^*$,所以 $m=100$. ……………………………………………………………… 12 分

18. 解:(1)由已知可得 $a=\frac{300}{600}\times\frac{1}{10}=0.05$, ………………………………………………… 1 分

则 $(0.005+0.05+b+c+0.005)\times10=1$,即 $b+c=0.04$,

又因为 a,b,c 成等差数列,所以 $2b=0.05+c$, ………………………………………………… 3 分

解得 $b=0.03,c=0.01$. ………………………………………………………………………… 4 分

(2)可知 $0.005\times10=0.05<0.5,(0.005+0.05)\times10=0.55>0.5$,

设中位数为 x,则 $x\in[60,70)$,由 $0.005\times10+(x-60)\times0.05=0.5$,解得 $x=69$,

即中位数为 69, ……………………………………………………………………………………… 6 分

平均数为 $(55\times0.005+65\times0.05+75\times0.03+85\times0.01+95\times0.005)\times10=71$. …… 8 分

(3)成绩位于区间[80,90)内的学生有 $0.01\times10\times600=60$ 人,成绩位于区间[90,100]内的学生有 $0.005\times10\times600=30$ 人, ………………………………………………………………… 9 分

通过分层抽样抽取的 6 人中成绩位于[80,90)的人数为 $6\times\frac{60}{90}=4$,这 4 人分别记为 a,b,c,d,成绩位于[90,100]的人数为 $6\times\frac{30}{90}=2$,这 2 人分别记为 E,F. ……………………… 10 分

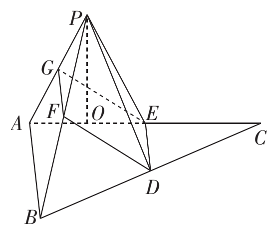
从上述 6 人中抽取 2 人的基本事件有 $ab,ac,ad,aE,aF,bc,bd,bE,bF,cd,cE,cF,dE,dF,EF$,共 15 种, ……………………………………………………………………………………… 11 分

其中恰有 1 人的得分在区间[90,100]内的基本事件有 aE,aF,bE,bF,cE,cF,dE,dF,共 8 种,故所求概率 $P=\frac{8}{15}$. ……………………………………………………………………… 12 分

19. (1)证明:取 PA 的中点 G,连接 FG,GE,

因为 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

所以 $DE/\!/AB$,且 $DE=\frac{1}{2}AB$. ……………………………………… 1 分



同理可证 $FG/\!/AB$,且 $FG=\frac{1}{2}AB$. ………………………………… 2 分

所以 $DE/\!/FG,DE=FG$,四边形 $DEGF$ 为平行四边形,

所以 $DF/\!/EG$. ……………………………………………………… 4 分

因为 $EG\subset$ 平面 PAE,$DF\not\subset$ 平面 PAE,所以 $DF/\!/$ 平面 PAE. …………………………… 5 分

(2)解:取 AE 的中点 O,连接 PO,因为 $PA=PE=AE$,所以 $PO\perp AE$.

易知 $DE\perp EC,DE\perp PE$,所以 $DE\perp$ 平面 PAE,从而 $DE\perp PO$.

因为 $AE\cap DE=E$,所以 $PO\perp$ 平面 $ABDE$,且 $PO=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………………… 7 分

因为 $AC=\sqrt{2}AB=2$，所以 $AB=\sqrt{2}$，……………………………………………………… 8 分

又因为 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，所以 $DE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AE=1$，…………………………………… 9 分

因为 $AC\perp AB$，所以四边形 $ABDE$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times(\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2})\times1=\frac{3\sqrt{2}}{4}$. …………… 11 分

所以四棱锥 $P-ABDE$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{8}$. ……………………………… 12 分

20. 解：(1)由题意知 $F(0,\frac{p}{2})$，直线 l 的方程为 $y=x+\frac{p}{2}$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，……… 1 分

联立方程组 $\begin{cases}y=x+\frac{p}{2},\\x^2=2py,\end{cases}$ 消去 x 得 $y^2-3py+\frac{p^2}{4}=0$，则 $y_1+y_2=3p$. ………………… 3 分

因为 $|AB|=y_1+y_2+p=4p$，所以 $4p=16$，解得 $p=4$. …………………………………… 5 分

(2)由(1)知 l：$y=x+2$，$y_1+y_2=12$，设线段 AB 的中点为 D，则 $D(4,6)$，线段 AB 的中垂线方程为 $y=-x+10$. …………………………………………………………………… 7 分

设圆心为 $P(x_0,y_0)$，易点知 $P(x_0,y_0)$ 在直线 $y=-x+10$ 上，

即 $\begin{cases}y_0=-x_0+10,\\(y_0+2)^2=(x_0-4)^2+(y_0-6)^2+8^2,\end{cases}$ ……………………………………………… 9 分

消去 y_0 得 $x_0^2+8x_0-48=0$，解得 $\begin{cases}x_0=4,\\y_0=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_0=-12,\\y_0=22,\end{cases}$ ……………………………… 11 分

所以所求圆的方程为 $(x-4)^2+(y-6)^2=64$ 或 $(x+12)^2+(y-22)^2=576$. ………… 12 分

注：少写一个圆的方程扣 2 分.

21. (1)解：当 $a=\mathrm{e}$ 时，因为 $f(x)=\mathrm{e}^x+(1-\mathrm{e})x-1$，所以 $f'(x)=\mathrm{e}^x+1-\mathrm{e}$，………… 1 分

令 $f'(x)=0$，得 $x=\ln(\mathrm{e}-1)$，……………………………………………………… 2 分

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln(\mathrm{e}-1))$ 上单调递减，在 $(\ln(\mathrm{e}-1),+\infty)$ 上单调递增. ………… 4 分

(2)证明：(法一)易知当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$\ln x<x-1$，$\ln\frac{1}{x}<\frac{1}{x}-1$，所以 $1<\frac{x-1}{\ln x}<x$. ……………………………………………………………………………………… 6 分

由题设知 $a>1$，$f'(x)=a^x\ln a+1-a$. ……………………………………………… 7 分

令 $f'(x)=0$，得 $x_0=\frac{\ln\frac{a-1}{\ln a}}{\ln a}$，………………………………………………………… 8 分

由上可知 $1<\frac{a-1}{\ln a}<a$，$0<\ln\frac{a-1}{\ln a}<\ln a$，故 $0<x_0<1$. ……………………………… 10 分

当 $x<x_0$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，当 $x>x_0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. …… 11 分

又 $f(0)=f(1)=0$，所以当 $0<x<1$ 时，$f(x)<0$. …………………………………… 12 分

(法二)因为 $f'(x)=a^x\ln a+1-a$，且 $a>1$，所以 $f'(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增. ………… 5 分

又 $f'(0)=\ln a+1-a$，设 $g(a)=\ln a+1-a$，则 $g'(a)=\frac{1}{a}-1<0$，可知 $g(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上

单调递减，所以 $g(a)<g(1)=0$，即 $f'(0)<0$. ……………………………………………… 7 分

又 $f'(1)=a\ln a+1-a$，设 $h(a)=a\ln a+1-a$，则 $h'(a)=\ln a>0$，可知 $h(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $h(a)>h(1)=0$，即 $f'(1)>0$. ……………………………………………… 9 分

所以存在唯一的 $x_0\in(0,1)$，使得 $f'(x_0)=0$，且 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,1)$ 上单调递增. ……………………………………………… 11 分

因为 $f(0)=f(1)=0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)<0$. ……………………………… 12 分

22. 解：(1) 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+3\cos\alpha,\\ y=-2+3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），其普通方程为 $(x-1)^2+(y+2)^2=9$，即 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$， ……………………………………………… 2 分

则 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta-4=0$. ……………………………… 3 分

直线 C_2 的方程为 $y=\sqrt{3}x$，

所以直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$. ……………………………………………… 5 分

(2) 设 $M(\rho_1,\theta)$，$N(\rho_2,\theta)$，

将 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta+4\rho\sin\theta-4=0$， ……………………………… 7 分

得 $\rho^2+(2\sqrt{3}-1)\rho-4=0$， ……………………………………………… 8 分

所以 $\rho_1\rho_2=-4$， ……………………………………………… 9 分

所以 $|OM|\cdot|ON|=|\rho_1\rho_2|=4$. ……………………………………………… 10 分

23. 解：(1) 化简得 $|x+2|-2|x-1|>-3$. ……………………………………………… 1 分

当 $x\geqslant 1$ 时，解得 $x<7$，所以 $1\leqslant x<7$； ……………………………………………… 2 分

当 $x\leqslant -2$ 时，解得 $x>1$，此时无解； ……………………………………………… 3 分

当 $-2<x<1$ 时，解得 $x>-1$，所以 $-1<x<1$. ……………………………………………… 4 分

综上所述，原不等式的解集为 $(-1,7)$. ……………………………………………… 5 分

(2) 因为 $f(x)=\begin{cases}-3, x\leqslant -2,\\ 2x+1, -2<x<1,\\ 3, x\geqslant 1,\end{cases}$ ……………………………………………… 7 分

所以 $f(x)_{\max}=3$. ……………………………………………… 8 分

由题意知 $|1-m|\leqslant 3$，解得 $-2\leqslant m\leqslant 4$，

所以 m 的取值范围是 $[-2,4]$. ……………………………………………… 10 分