

绝密★启用前

珠海市 2020-2021 学年度第二学期高三学生第二次
学业质量监测 数学试卷

2021. 5

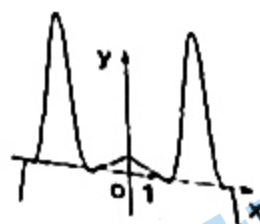
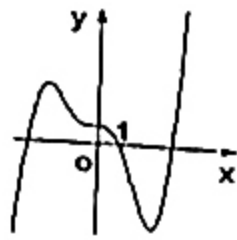
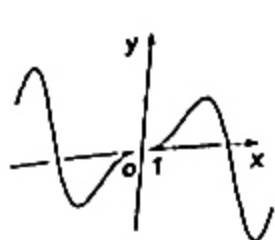
本试卷共 6 页, 22 道小题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必在答题卡规定的地方填写自己的准考证号, 姓名, 考场号, 座位号. 用 2B 铅笔将试卷类型(A)填涂在答题卡相应位置上. 将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.
2. 回答选择题时, 选出每小题的答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 回答非选择题时, 必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 将答案必须写在答题卡各题目规定的区域内, 写在本试卷上无效. 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案. 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.
4. 请考生保持答题卡整洁. 考试结束后, 考生必须将答题卡交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的选项中, 只有一项符合题目要求.

1. 已知集合 $A = \{x | 0.7^x > 1, x \in R\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0, x \in R\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(0, 1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(1, 2)$ D. $(-1, 2)$
2. 已知 i 是虚数单位, 复数 z 满足 $z(1+i) = 1-i$, z 对应复平面内的点 Z , 则 $|\overrightarrow{OZ}| =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 已知 $a, b \in R$, 满足 $ab < 0$, $a+b > 0$, $a > b$, 则
A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 0$ C. $a^2 > b^2$ D. $a < |b|$
4. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 且 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 3$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$
A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 7 D. $\sqrt{7}$
5. 5 位医生被分配到 4 个接种点承担接种新冠疫苗工作, 每个医生只能去一个接种点, 每个接种点至少有一名医生, 其中医生甲不能单独完成接种工作, 则共有 () 种不同的分配方法
A. 24 B. 48 C. 96 D. 12

6. 函数 $f(x) = \sin x - x \cos x$ 的图像为 **A**.



A.

B.

C.

7. 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. $a_2 + a_3 = 10$, $S_5 = 15$, 则 $S_6 =$

A. 18 B. 30 C. 36 D. 24

8. 《九章算术》勾股章有一问题:“今有立木, 系索其末, 委地三尺, 引索却行, 去木八尺而索顺木柱下垂后, 堆在地面的部分尚有三尺, 牵着绳索退行, 拉直绳索, 绳索从木柱的上端木柱根部八尺处时绳索用尽. 现从该绳索上任取一点, 该点取自木柱中点上方的概率为

A. $\frac{55}{73}$ B. $\frac{55}{146}$ C. $\frac{11}{15}$ D. $\frac{55}{72}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知函数 $f(x) = -x^2 \ln x$, 则

A. $f(x) \leq 0$ 恒成立

B. $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的减函数

C. $f(x)$ 在 $x = e^{-\frac{1}{2}}$ 得到极大值 $\frac{1}{2e}$

D. $f(x)$ 只有一个零点

10. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^2 x$, 则

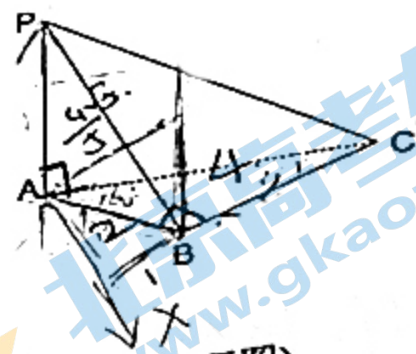
A. π 是函数 $f(x)$ 的一个周期

B. $x = -\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴

C. 函数 $f(x)$ 的一个增区间是 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$

D. 把函数 $y = 2 \sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 得到函数 $f(x)$ 的图像

11. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB=2, BC=2\sqrt{3}$, 而 PBC 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$, 则



(第 11 题图)

- A. $PA=4$
- B. 三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 32π
- C. 直线 AB 与直线 PC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{16}$
- D. AB 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 分形几何学是一门以不规则几何形态为研究对象的几何学. 分形的外表结构极为复杂, 但其内部却是有规律可寻的. 一个数学意义上的分形的生成是基于一个不断迭代的方程式, 即一种基于递归的反馈系统. 下面我们用分形的方法得到一系列图形, 如图 1, 在长度为 1 的线段 AB 上取两个点 C, D , 使得 $AC=DB=\frac{1}{4}AB$, 以 CD 为边在线段 AB 的上方做一个正方形, 然后擦掉 CD , 就得到图形 2; 对图形 2 中的最上方的线段 EF 作同样的操作, 得到图形 3; 依次类推, 我们就得到以下的一系列图形. 设图 1, 图 2, 图 3, ..., 图 n , 各图中的线段长度和为 a_n , 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则



图 1



图 2

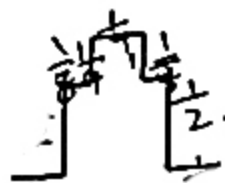


图 3



图 4

- A. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列
- B. $S_{10} = \frac{6657}{256}$
- C. $a_n < 3$ 恒成立
- D. 存在正数 m , 使得 $S_n < m$ 恒成立

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

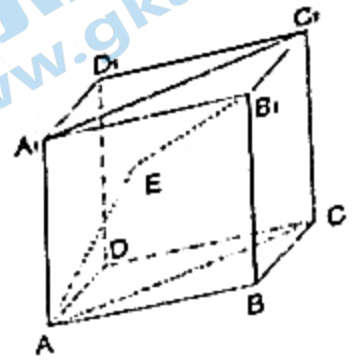
13. 若 $(x - \frac{a}{\sqrt{x}})^8$ ($a > 0$) 的二项展开式中二项式系数最大项为 $5670x^2$, 则 $a =$ _____.

14. 已知某校期末考试数学平均分 $X \sim N(75, 100)$, 则 $P(65 < X < 95) =$ _____.

附: $P(\mu - \sigma \leq X < \mu + \sigma) = 0.6826$

$P(\mu - 2\sigma \leq X < \mu + 2\sigma) = 0.9545$

15. 设圆锥曲线 C 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , P 为曲线 C 上一点, $|PF_1| : |PF_2| : |F_1F_2| = 5 : 4 : 2$, 则曲线 C 的离心率为_____.
16. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 E 为平面 AA_1C_1C 内的动点, $B_1E = 2$, 则 AE 长度的最小值为_____.



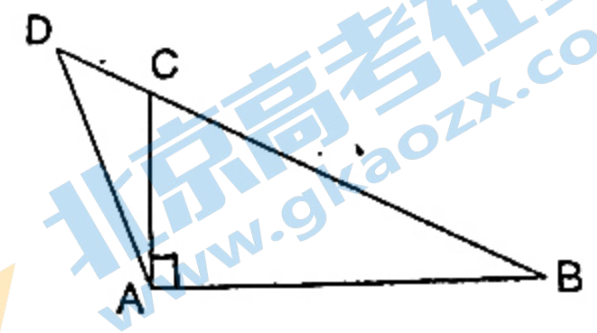
(第 16 题图)

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 在① $3\cos 2B - \cos C = 1$; ② $\tan \frac{C}{2} = \tan B$; ③ $\sin B + \sqrt{3}\sin C = 2$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中。
- 问题:

如图, 直角 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{2}$, $BC = 4$, 且_____, 点 D 在 BC 的延长线上, $CD = 1$, 求 AD 长。

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分。



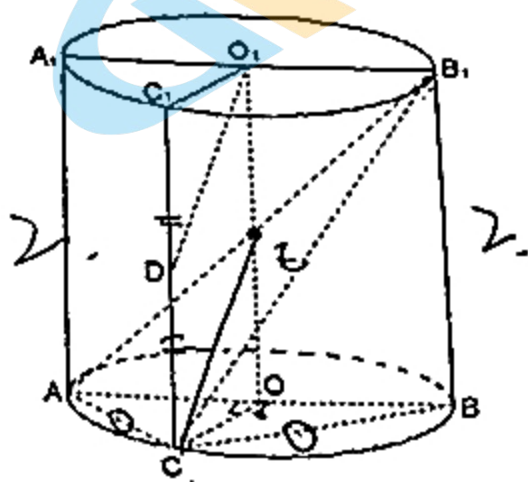
(第 17 题图)

18. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -1$, $a_4 = 2a_2 + a_3$
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;
- (2) 若 $b_n = a_n^2 \cos \frac{n\pi}{2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 40 项和 S_{40} .

19. (12分) 如图, 圆柱 OO_1 , 矩形 ABB_1A_1 为过轴 OO_1 的圆柱的截面, 点 C, C_1 为弧 AB, A_1B_1 的中点, 点 D 为 CC_1 的中点

(1) 求证: $O_1D \parallel$ 平面 AB_1C ;

(2) 若 $BB_1 = 2$, 三棱锥 $B_1 - ABC$ 的体积为 $\frac{2}{3}$, 求二面角 $C - AB_1 - B$ 的余弦值.



(第19题图)

20. (12分) 现有甲乙两个项目, 对甲、乙两个项目分别投资 20 万元, 甲项目一年后利润是 1 万元、2 万元、4 万元的概率分别是 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$; 乙项目的利润随乙项目的价格变化而变化, 乙项目在一年内, 价格最多可进行两次调整, 每次调整的概率为 p ($0 < p < 1$), 设乙项目一年内价格调整次数为 X , X 取 0, 1, 2 时, 一年后利润分别是 3 万元、2 万元、1 万元. 设 y_1, y_2 分别表示对甲、乙两个项目各投资 20 万元一年后的利润.

(1) 写出 y_1, y_2 的概率分布列和数学期望;

(2) 当 $E(y_1) > E(y_2)$ 时, 求 p 的取值范围.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+1)e^x + mx + 3n\cos x + 3$ ($m, n \in \mathbb{R}$)

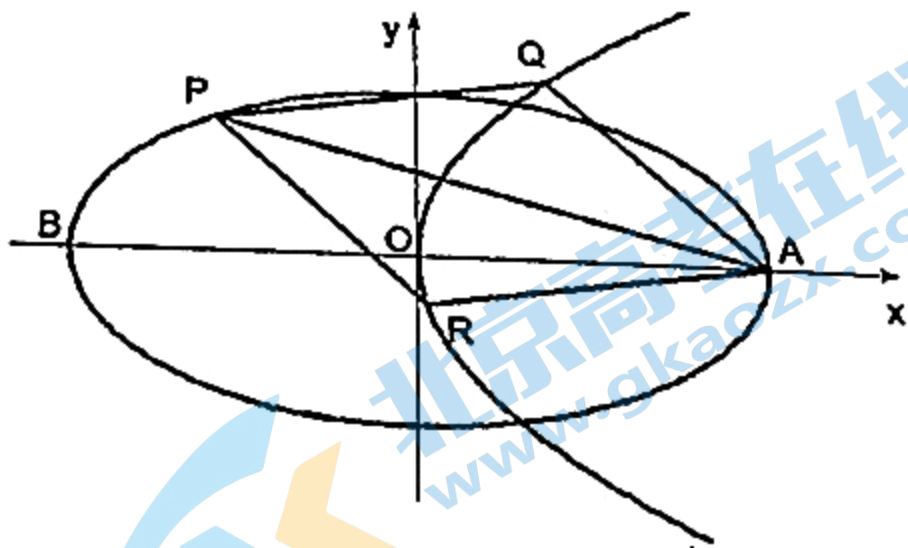
(1) $m > 0, n = 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 的单调性;

(2) $n = -1$ 时, 不等式 $f(x) \geq \frac{1}{3}mx + 1$ 对 $x \geq 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. (12分) 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 $ab = 2$.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 已知点 B, A 为椭圆 C_1 的左、右顶点, 点 P 为椭圆 C_1 上不同于 A, B 的任一点, 在抛物线 $C_2: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上存在两点 Q, R , 使得四边形 $AQPR$ 为平行四边形, 求 p 的最小值.



(第22题图)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯