2022 北京海淀初三一模

数　　学

2022．04

学校＿＿＿＿＿＿　　姓名＿＿＿＿＿＿准考证号＿＿＿＿＿＿

考生须知	1．本试卷共 8 页，共五道大题，24 道小题，满分 100 分。考试时间 150 分钟。 2．在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

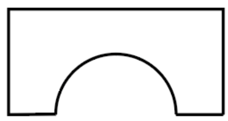
第一部分选择题

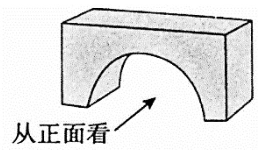
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1． 右图是一个拱形积木玩具，其主视图是





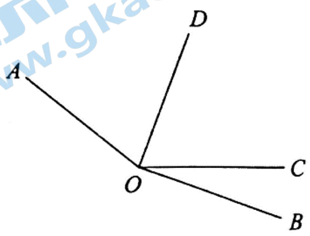


（A）　　（B）　　（C）　　（D）

2．2022 年北京打造了一届绿色环保的冬奥会。张家口赛区按照“渗、滞、蓄、净、用、排”的原则，在古杨树场馆群修建了 250000 立方米雨水收集池，用于收集雨水和融雪水，最大限度减少水资源浪费。将 250000 用科学记数法表示应为

（A）0.25×10^5　　（B）2.5×10^5　　（C）2.5×10^4　　（D）25×10^4

3．如图，$\angle AOB=160°$，$\angle COB=20°$．若 OD 平分 $\angle AOC$，则 $\angle AOD$



（A）20°　　（B）70°

（C）80°　　（D）140°

4．若一个多边形的每个外角都是 30°，则这个多边形的边数为

（A）6　　（B）8

（C）10　　（D）12

5．不透明的袋子中装有 2 个红球，3 个黑球，这些球除颜色外无其他差别。从袋子中随机摸出一个球，则摸出红球的概率是

（A）$\frac{2}{5}$　　（B）$\frac{3}{5}$　　（C）$\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{1}{2}$

6．实数 a,b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是

（A）$a<-1$　　（B）$|a|<|b|$　　（C）$a+b<0$　　（D）$b-a<0$

7．北京 2022 年冬奥会的开幕式上，各个国家和地区代人场所持的引导牌是中国结和雪花融合的造型，如图 1 是中国体育代表团的引导牌，观察发现，图 2 中的图案可以由图 3 中的图案经过对称、旋转等变换得到。下列关于图 2 和图 3 的说法中，不正确的是

图1

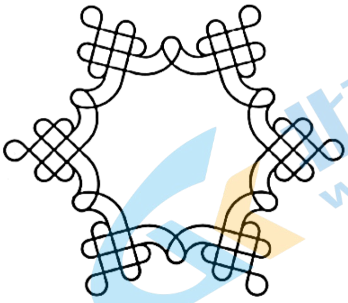


图2

图3

（A）图 2 中的图案是轴对称图形

（B）图 2 中的图案是中心对称图形

（C）图 2 中的图案绕某个固定点旋转 60°，可以与自身重合

（D）将图 3 中的图案绕某个固定点连续旋转若干次，每次旋转 120°，可以设计出图 2 中的图案

8．某校举办校庆晚会，其主舞台为一圆形舞台，圆心为 O． A,B 是舞台边缘上两个固定位置，由线段 AB 及优弧 AB 围成的区域是表演区。若在 A 处安装一台某种型号的灯光装置，其照亮区域如图 1 中阴影所示。若在 B 处再安装一台同种型号的灯光装置，恰好可以照亮整个表演区，如图 2 中阴影所示

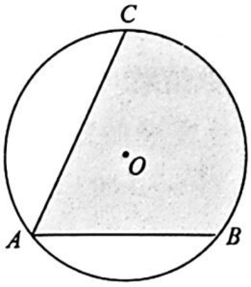


图 1

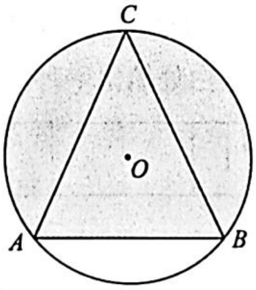


图 2

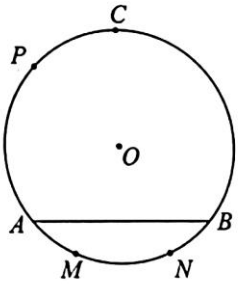


图 3

若将灯光装置改放在如图 3 所示的点 M,N 或 P 处，能使表演区完全照亮的方案可能是

①在 M 处放置 2 台该型号的灯光装置

②在 M,N 处各放置 1 台该型号的灯光装置

③在 P 处放置 2 台该型号的灯光装置

（A）①②　　　　（B）①③　　　　（C）②③　　　　（D）①②③

第二部分非选择题

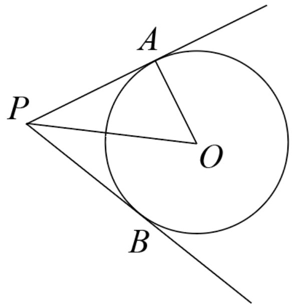
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若代数式，$\dfrac{2}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

10．已知 $\sqrt{2}<m<\sqrt{11}$，且 m 是整数，请写出一个符合要求的 m 的值__________.

11．分解因式：$3m^2-3n^2=$__________.

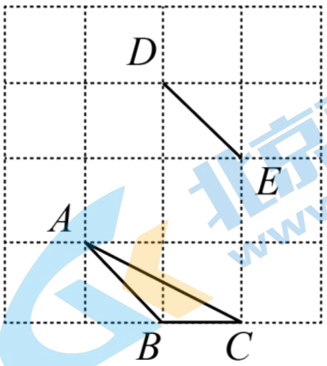
12．如图，PA,PB 是 $\odot O$ 的切线，A,B 为切点。若 $\angle APB=60°$，则 $\angle AOP$ 的大小为__________.



13．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 没有实数根，则 m 的取值范围是__________.

14．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=ax$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于点 $A\left(-1,2\right)$ 和点 B，则点 B 的坐标为

__________.



15．如图，在 4×4 的正方形网格中，A,B,C,D,E 是网格线交点，请画出一个 $\triangle DEF$，使得 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 全等。

16．甲、乙在下图所示的表格中从左至右依次填数。如图，已知表中第一个数字是 1，甲、乙轮流从 2,3,4,5,6,7,8,9 中选出一个数字填入表中（表中已出现的数字不再重复使用）。每次填数时，甲会选择填入后使表中数据方差最大的数字，乙会选择填入后使表中数据方差最小的数字。甲先填，请你在表中空白处填出一种符合要求的填数结果。

1				

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$\sqrt{3}\tan 60^{\circ}-\sqrt{8}+|-\sqrt{2}|-(1-\pi)^0$.

18．解不等式组：$\begin{cases}4(x-1)<3x,\\ \dfrac{5x+3}{2}>x,\end{cases}$

19．已知 $m^2-2mn-3=0$，求代数式 $(m-n)^2+(m+n)(m-n)-m^2$ 的值.

20．《元史·天文志》中记载了元朝著名天文学家郭守敬主持的一次大规模观测，称为“四海测验”．这次观测主要使用了“立杆测影”的方法，在二十七个观测点测量出的各地的“北极出地”与现在人们所说的“北纬”完全吻合。利用类似的原理，我们也可以测量出所在地纬度。如图 1 所示．

①春分时，太阳光直射赤道。此时在 M 地直立一根杆子 MN，在太阳光照射下，杆子 MN 在地面上形成影子。通过测量杆子与它的影子的长度，可以计算出太阳光与杆子 MN 所成的夹角 α；

②由于同一时刻的太阳光线可以近似看成是平行的，所以根据太阳光与杆子 MW 所成的夹角 α 可以推算得到 M 地的纬度，即 $\angle MOB$ 的大小.

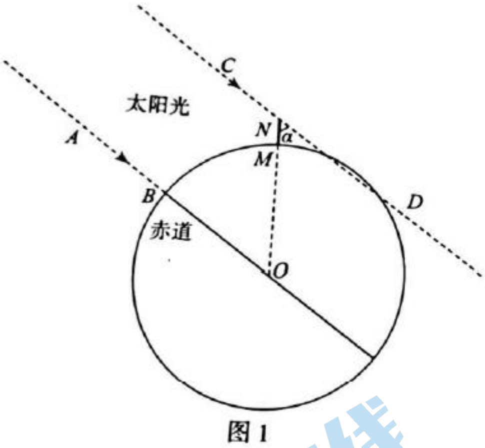


图 1

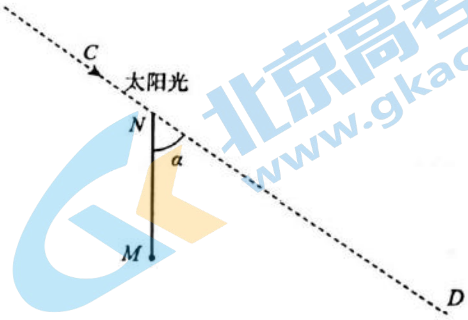


图 2

（1）图 2 是①中在 M 地测算太阳光与杆子 MN 所成夹角 α 的示意图。过点 M 作 MN 的垂线与直线 CD 交于点 Q，则线段 MQ 可以看成是杆子 MN 在地面上形成的影子。使用直尺和圆规，在图 2 中作出影子 MQ（保留作图痕迹）；

（2）依据图 1 完成如下证明。

证明：$AB//CD$，

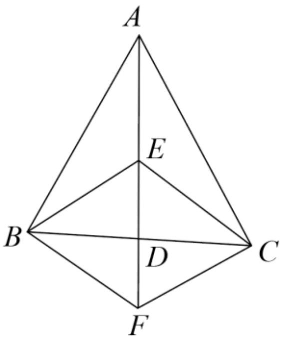
$\therefore$ $\angle MOB=$________ $=\alpha$（______________）（填推理的依据）.

$\therefore$（M 地的纬度为 α .）

21．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 是 BC 的中点，点 E,F 在射线 AD 上，且 $DE=DF$.

（1）求证：四边形 $BECF$ 是菱形；

（2）若 $AD=BC=6$，$AE=BE$，求菱形 $BECF$ 的面积。



22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=\frac{1}{2}x$，的图象平移得到，且经过点 $(-2,0)$.

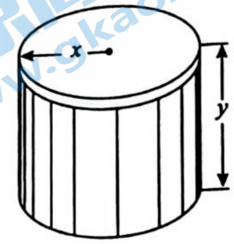
（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当 $x>m$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=3x-4$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接且经过点写出 m 的取值范围.

23．数学学习小组的同学共同探究体积为330mL圆柱形有盖容器（如图所示）的设计方案。他们想探究容器表面积与底面半径的关系．

具体研究过程如下，请补充完整：

（1）建立模型：设该容器的表面积为$S\text{cm}^2$？，底面半径为$x$cm，高为$y$cm，则



$330=\pi x^2 y$，①

$S=2\pi x^2+2\pi xy$，②

由①试得 $y\frac{330}{\pi x^2}$，，代人②式得

$S=2\pi x^2+\frac{660}{x}$③

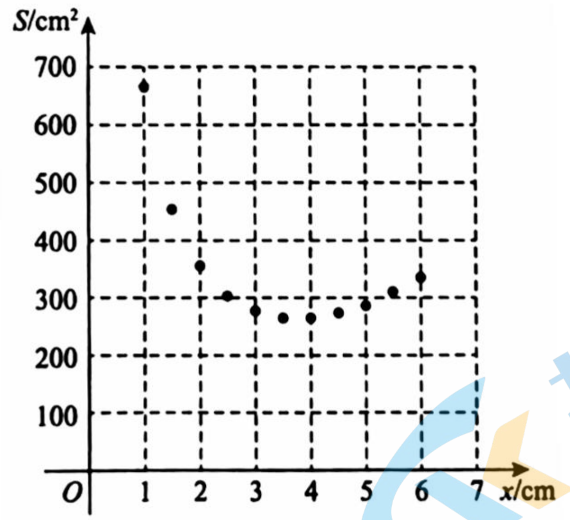
可知，S 是 x 的函数，自变量 x 的取值范围是 $x>0$．

（2）探究函数：

根据函数解析式③，按照下表中自变量 x 的值计算（精确到个位），得到了 S 与 x 的几组对应值：

x/cm	…	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	…
S/cm^2	…	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	…

在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；



（3）解决问题：根据图表回答，

①半径为2.4cm的圆柱形容器比半径为4.4cm的圆柱形容器表面积________（填"大"或"小"）；

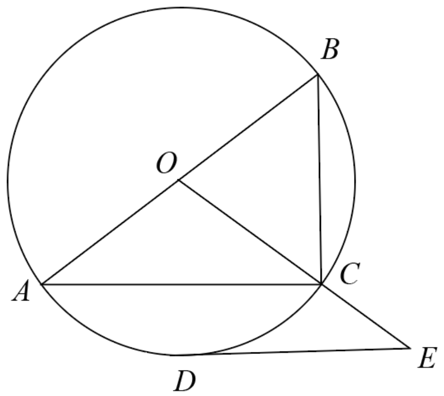
②若容器的表面积为300cm²，容器底面半径约为________cm（精确到0．1）。

24．如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AB 是⊙O 的直径。点 D 为 AC 的中点．⊙O 的切线 DE 交 OC 的延长线于点 E．

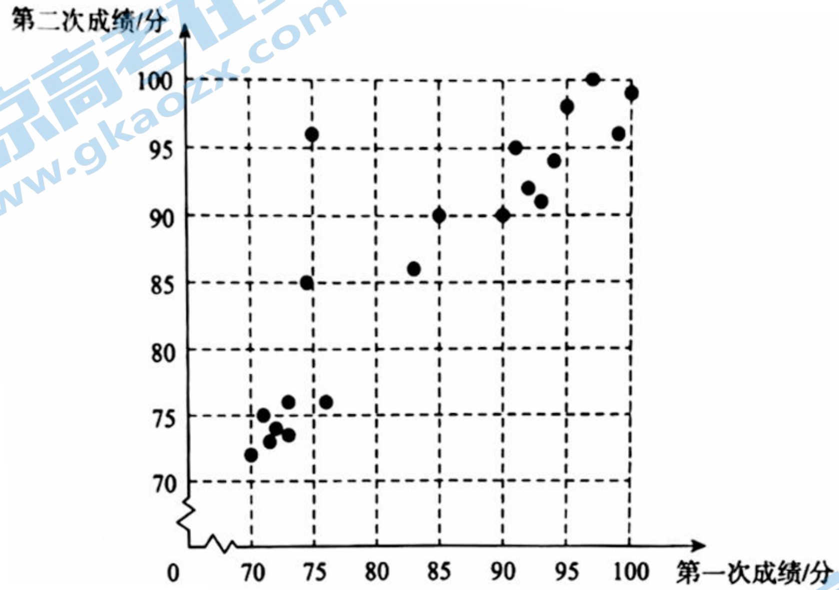
（1）求证：$DE // AC$；

（2）连接 BD 交 AC 于点 P，若 $AC=8$．$\cos A=\frac{4}{5}$．

求 DE 和 BP 的长．



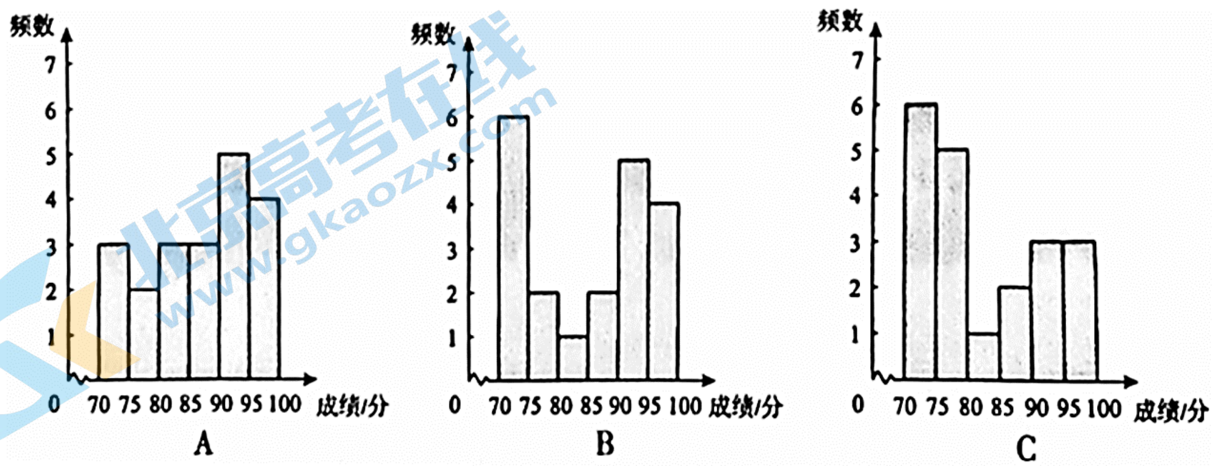
25．为增进学生对营养与健康知识的了解，某校开展了两次知识问答活动，从中随机抽取了 20 名学生两次活动的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、指述和分析。下图是这 20 名学生第一次活动和第二次活动成绩情况统计图。



（1）①学生甲第一次成绩是 85 分，则该生第二次成绩是______分，他两次活动的平均成绩是______分；

②学生乙第一次成绩低于 80 分，第二次成绩高于 90 分，请在图中用“○”圈出代表乙的点；

（2）为了解每位学生两次活动平均成绩的情况，A，B，C 三人分别作出了每位学生两次活动平均成绩的频数分布直方图（数据分成 6 组：$70 \le x < 75$，$75 \le x < 80$，$80 \le x < 85$，$85 \le x < 90$，$90 \le x < 95$，$95 \le x \le 100$）：



已知这三人中只有一人正确作出了统计图，则作图正确的是__________；

（3）假设有 400 名学生参加此次活动，估计两次活动平均成绩不低于 90 分的学生人数为_______.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-2ax(a\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,3)$。

（1）求该二次函数的解析式以及图象顶点的坐标；

（2）一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过点 A，点 (m,y_1) 在一次函数 $y=2x+6$ 的图象上，点 $(m+4,y_2)$ 在二次函数 $y=a^2-2ax$ 的图象上．若 $y_1>y_2$，求 m 的取值范围．

27．在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$，D 为边 BC 上一动点，点 E 在边 AC 上，$CE=CD$．点 D 关于点 B 的对称点为点 F，连接 AD，P 为 AD 的中点，连接 PE,PF,EF．

（1）如图 1，当点 D 与点 B 重合时，写出线段 PE 与 PF 之间的位置关系与数量关系；

（2）如图 2，当点 D 与点 B,C 不重合时，判断（1）中所得的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明，若不成立，请举出反例。

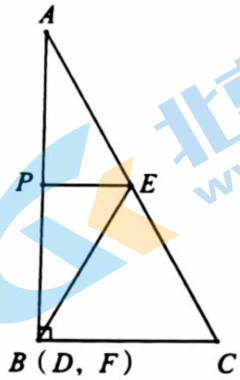


图 1

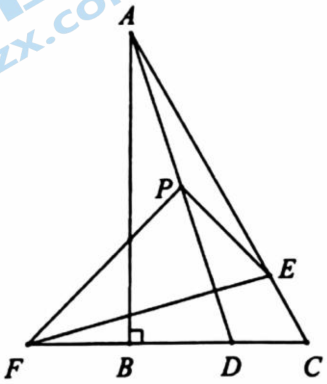


图 2

8．在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x_1,\ y_1)$，给出如下定义：当点 $Q(x_2,\ y_2)$ 满足 $x_1+x_2=y_1+y_2$ 时，称点 Q 是点 P 的等和点。

已知点 $P(2,0)$

（1）在 $Q_1(0,2),Q_2(-2,-1),Q_3(1,3)$ 中，点 P 的等和点有__________；

（2）点 A 在直线 $y=-x+4$ 上，若点 P 的等和点也是点 A 的等和点，求点 A 的坐标；

（3）已知点 $B(b,0)$ 和线段 MN，对于所有满足 $BC=1$ 的点 C，线段 MN 上总存在线段 PC 上每个点的等和点．若 MN 的最小值为 5，直接写出 b 的取值范围。

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	B	D	A	B	D	A

第二部分 非选择题

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \neq 3$　　10．不唯一，m 的值为 2 或 3　　11．$3(m+n)(m-n)$　　12．$60°$

13．$m>4$　　14．（1，-2）

15．不唯一，符合题意即可　16．不唯一，填 9-5-2-4 或 9-5-8-6 均可

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．（本题满分 5 分）

解：原式$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$=2-\sqrt{2}$.

18．（本题满分 5 分）

解：原不等式组为$\begin{cases}4(x-1)<3x, ① \\ \dfrac{5x+3}{2}>x. ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<4$.

解不等式②，得 $x>-1$.

∴ 原不等式组的解集为$-1<x<4$.

19．（本题满分 5 分）

解：原式 $= m^2-2mn+n^2+m^2-n^2-m^2$

$= m^2-2mn$.

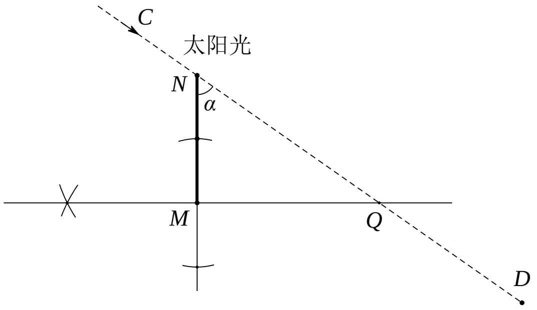
∵ $m^2-2mn-3=0$，

∴ $m^2-2mn=3$.

∴ 原式 $=3$.

20．（本题满分 5 分）

（1）如图所示，线段 MQ 即为所求.



（2）$\angle OND$，

两直线平行，内错角相等.

21．（本题满分 6 分）

（1）证明：

∵ D 是 BC 的中点，

∴ $BD=CD$.

∵ $DE=DF$，

∴ 四边形 $BECF$ 是平行四边形.

∵ $AB=AC$，D 是 BC 中点，

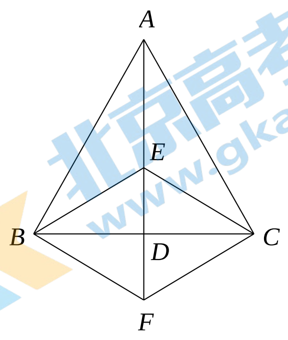
∴ $AD\perp BC$.

∴ 平行四边形 $BECF$ 是菱形.

（2）解：

∵ $BC=6$，D 为 BC 中点，

∴ $BD=\frac{1}{2}BC=3$.



设 $DE=x$，

∵ $AD=6$，

∴ $AE=AD-DE=6-x$.

∴ $BE=AE=6-x$.

∵ $AD\perp BC$，

∴ $\angle BDE=90°$.

∴ 在 Rt△BDE 中，$BD^2+DE^2=BE^2$.

∴ $3^2+x^2=(6-x)^2$.

解得：$x=\frac{9}{4}$，即 $DF=DE=\frac{9}{4}$.

∴ $EF=DF+DE=\frac{9}{2}$.

∴ $S_{菱形BECF}=\frac{1}{2}BC\cdot EF=\frac{27}{2}$.

22．（本题满分 5 分）

（1）解：

∵ $y=kx+b$（$k\neq0$）的图象由 $y=\frac{1}{2}x$ 平移得到，

∴ $k=\frac{1}{2}$.

∵ 函数图象过（-2，0），

∴ $-2k+b=0$，即 $-1+b=0$.

∴ $b=1$.

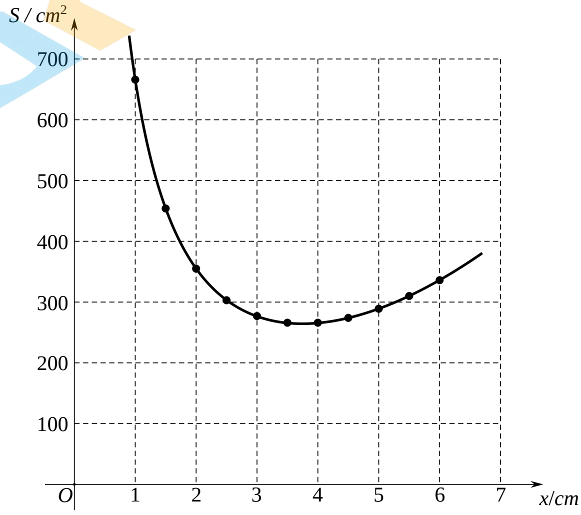
∴ 这个一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$.

（2）$m\geq2$.

23. （本题满分 6 分）

（2）探究函数：

函数图象如图所示：



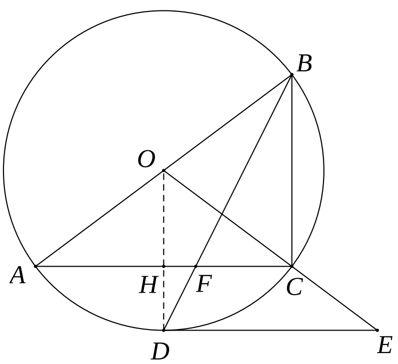
（3）解决问题：

① 大.

② 2.5 或 5.3.

24. （本题满分 6 分）

（1）解：连接 OD，与 AC 交于 H，如图.



∵ DE 是⊙O 的切线，

∴ $OD\perp DE$.

∴ $\angle ODE=90°$.

∵ D 为 AC 的中点，

∴ $AD=CD$.

∴ $\angle AOD=\angle COD$.

∵ $AO=CO$，

∴ $OH \perp AC$.

∴ $\angle OHC=90°=\angle ODE$.

∴ $DE // AC$.

（2）解：

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$.

∵ $AC=8$， $\cos A=\frac{4}{5}$，

∴ 在 Rt△ABC 中， $AB=\frac{AC}{\cos A}=10$.

∴ $OA=OB=OD=5$.

∵ $OH \perp AC$，

∴ $AH=CH=\frac{1}{2}AC=4$.

∴ $OH=\sqrt{AO^2-AH^2}=3$.

∵ $DE // AC$，

∴ $\triangle OCH \backsim \triangle OED$.

∴ $\frac{CH}{DE}=\frac{OH}{OD}=\frac{3}{5}$.

∴ $DE=\frac{20}{3}$.

∵ $\angle BCH=\angle DHC=90°$， $\angle AFD=\angle CFB$，

∴ $\triangle BCF \backsim \triangle DHF$.

∴ $\frac{BC}{DH}=\frac{CF}{HF}$.

∵ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=6$， $DH=OD-OH=2$，

∴ $CF=3HF$.

∵ $CF+HF=CH=4$，

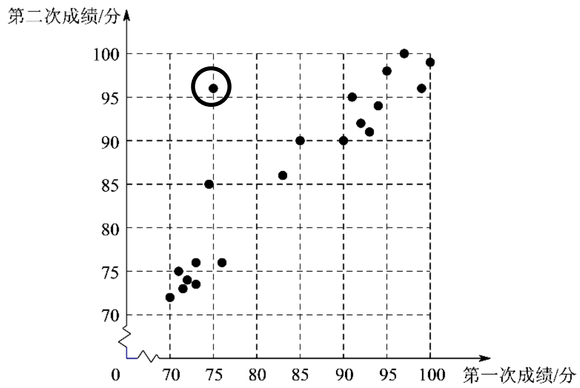
∴ $CF=3$.

∴ $BF=\sqrt{BC^2+CF^2}=3\sqrt{5}$.

25. （本题满分 5 分）

（1）① 90， 87.5.

② 如图所示



（2）B．

（3）180．

26．（本题满分 6 分）

（1）解：

∵ 二次函数 $y=ax^2-2ax$ 的图象过点 A（-1，3），

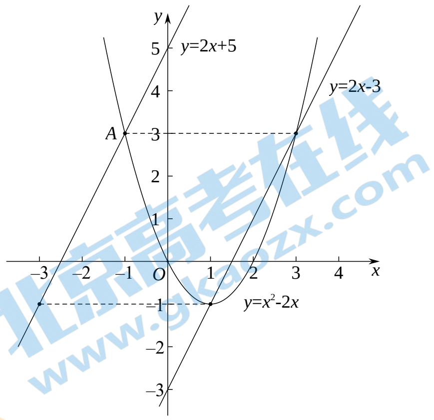
∴ $a+2a=3$，解得：$a=1$．

∴ 二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$．

∵ $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$，

∴ 顶点坐标为（1，-1）．

（2）解：



∵ 一次函数 $y=2x+b$ 的图象也经过点 A（-1，3），

∴ $-2+b=3$，解得：$b=5$．

∴ 一次函数的解析式为 $y=2x+5$．

如图，将函数 $y=2x+5$ 的图象向右平移 4 个单位长度，

得到函数 $y=2x-3$ 的图象.

∴点（3，3）在函数 $y=2x-3$ 的图象上.

∵点（3，3）也在函数 $y=x^2-2x$ 的图象上，

∴函数 $y=2x-3$ 图象与 $y=x^2-2x$ 图象的交点为（1，-1）和（3，3）．

∵ 点（m，y_1）在函数 $y=2x+5$ 的图象上，

∴ 点（$m+4$，y_1）在函数 $y=2x-3$ 的图象上.

∵ 点（$m+4$，y_2）在函数 $y=x^2-2x$ 的图象上，

∴ 要使 $y_1>y_2$，只需 $1<m+4<3$．

∴ $-3<m<-1$．

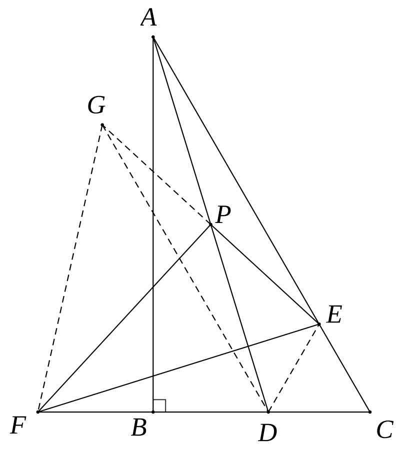
27．（本题满分 7 分）

（1）$PE \perp PF$，

$PF=\sqrt{3}PE$．

（2）仍然成立．

证明：连接 DE，延长 EP 到点 G，使得 $EP=PG$，连接 FG，FD．



∵ $\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$，

∴ $\angle C=90°-\angle BAC=60°$．

∵ $CD=CE$，

∴ $\triangle CDE$ 为等边三角形．

∴ $\angle CED=60°$，$DE=CE$．

∵ P 为 AD 中点，

∴ $AP=DP$．

∵ $EP=PG$，$\angle APE=\angle DPG$，

∴ $\triangle APE \cong \triangle DPG$．

∴ $\angle EAP=\angle PDG$，$AE=DG$．

∴ $AE \parallel DG$．

∴ $\angle EDG=\angle DEC=60°$．

∴ $\angle EDG=\angle C$．

设 $CD=CE=a$， $BD=b$，

∴ $BC=BD+CD=a+b$．

∵ $\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$，

∴ $AC=2BC=2a+2b$．

∴ $AE=AC-CE=a+2b$．

∵ D，F 关于 AB 对称，

∴ $BF=BD=b$．

∴ $CF=BC+BF=a+2b=AE$．

∴ $DG=CF$．

∴ $\triangle EDG \cong \triangle ECF$．

∴ $EG=EF$，$\angle CEF=\angle DEG$．

∴ $\angle FEG=\angle CED=60°$．

∴ $\triangle EFG$ 为等边三角形．

∵ P 为 EG 中点，

∴ $PF \perp EG$．

∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle PEF$ 中，$PF=PE\cdot\tan\angle PEF=\sqrt{3}PE$．

28．（本题满分 7 分）

（1）Q_1，Q_3．

（2）解：

∵ A 在直线 $y=-x+4$ 上，

∴ 设点 A 的坐标为（a，$4-a$）．

设点 P 的一个等和点为（m，n），

∴ m，n 满足 $m+2=n$．

由于点（m，n）也是点 A 的等和点，

∴ m，n 满足 $m+a=4-a+n$．

结合这两个式子，推出 $a-2=4-a$，即 $a=3$．

∴ A 的坐标为（3，1）．

（3）$b=2+4\sqrt{2}$ 或 $2-4\sqrt{2}$．