

期中调研试卷

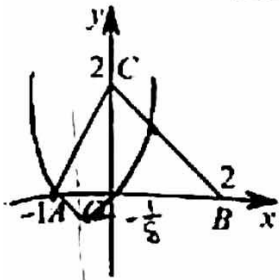
高一数学

本试卷共 4 页, 共 150 分, 调研时长 100 分钟第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题 (共 10 小题; 共 40 分)

1. 已知集合 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | (x+3)(x-1) \leq 0\}$, 则集合 $A \cup B = (\quad)$
 A. $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$
 B. $\{x | -3 \leq x < 0\}$
 C. $\{x | x \geq -3\}$
 D. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
2. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 (\quad)
 A. $\{a | a \geq 2\}$ B. $\{a | a \leq 1\}$ C. $\{a | a \geq 1\}$ D. $\{a | a \leq 2\}$
3. 下列函数中, 与函数 $y = x (x \geq 0)$ 有相同图象的是 (\quad)
 A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = \frac{x^2}{x}$ C. $y = \sqrt[3]{x^2}$ D. $y = (\sqrt{x})^2$
4. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1) = 2x$, 则 $f(x) = (\quad)$
 A. $2x+1$ B. $2x+2$ C. $2x-1$ D. $2x-2$
5. 下列函数中, 是偶函数且在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 (\quad)
 A. $y = x$
 B. $y = -x^2$
 C. $y = x^{\frac{1}{2}}$
 D. $y = |x| + 1$
6. 已知 a, b, c, d 为实数, 则 " $a+c > b+d$ " 是 " $a > b$ 且 $c > d$ " 的 (\quad)
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{8}{x} (x > 0)$ 在 $x = 4$ 处取得最小值, 则 a 等于 (\quad)
 A. 4 B. 2 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

8. 如图, 函数 $f(x)$ 的图象为折线 ACB , 则不等式 $f(x) \geq \frac{1}{2}x(x+1)$ 的解集是 ()



- A. $\{x | -1 < x \leq 0\}$
 B. $\{x | -1 < x \leq 1\}$
 C. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$
 D. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
9. $x \in \mathbb{R}$ 不等式 $kx^2 - 6kx + k + 8 \geq 0$ 成立, 则 k 的取值范围是 ()
 A. $0 < k \leq 1$
 B. $0 \leq k \leq 1$
 C. $k < 0$ 或 $k > 1$
 D. $k \leq 0$ 或 $k \geq 1$

10. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的函数, 若存在两个不等实数 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, 使得

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$$

, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 P . 根据上述定义以下函数:

① $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & (x \neq 0) \\ 0, & (x = 0) \end{cases}$

② $f(x) = x^3$; ③ $f(x) = |x^2 - 1|$; ④ $f(x) = x^2$ 中, \int

具有性质 P 的函数为 ()

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

二、填空题 (共 5 小题; 共 25 分)

11. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(2, \frac{1}{4})$, 则 $f(x) =$ _____.

12. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 的定义域为 _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{x}, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$ 则 $f(f(-2)) =$ _____, $f(x)$ 的值域是 _____.

14. 函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 给出下列两个条件:

① 对于 $x_1, x_2 \in D$, 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 总有 $f(x_1) \neq f(x_2)$;

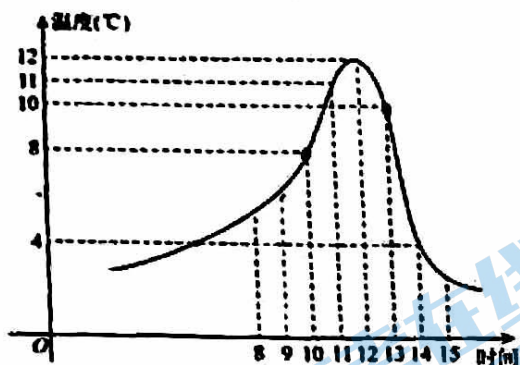
② 在定义域内不是单调函数.

请写出一个同时满足条件①②的函数 $f(x)$, 则 $f(x) =$ _____.

15. 某食品的保鲜时间 t (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系

$$t = \begin{cases} 64, & x \leq 0, \\ 2^{kx+6}, & x > 0. \end{cases} \quad \text{且该食品在 } 4^{\circ}\text{C} \text{ 的保鲜时间是 16 小时.}$$

已知甲在某日上午 10 时购买了该食品, 并将其遗放在室外, 且此日的室外温度随时间变化如图所示. 给出以下四个结论:



- ①. 该食品在 6°C 的保鲜时间是 8 小时;
- ②. 当 $x \in [-6, 6]$ 时, 该食品的保鲜时间 t 随着 x 增大而逐渐减少;
- ③. 到了此日 13 时, 甲所购买的食物还在保鲜时间内;
- ④. 到了此日 14 时, 甲所购买的食物已然过了保鲜时间.

其中, 所有正确结论的序号是_____.

三、解答题 (共 6 小题; 共 85 分)

16. 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid 2m < x < 1 - m\}$

- (1). 当 $m = -1$ 时, 求 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B$;
- (2). 若不等式 $x^2 - ax + b < 0$ 的解集为 A , 求 $a + b$ 的值;
- (3). 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

17. 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$, 且 $f(1) = 2$

- (1). 求实数 a 的值;
- (2). 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并用定义证明;
- (3). 用定义证明 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 是增函数, 并求 $f(x)$ 在区间 $[1, 5]$ 的最大值与最小值.

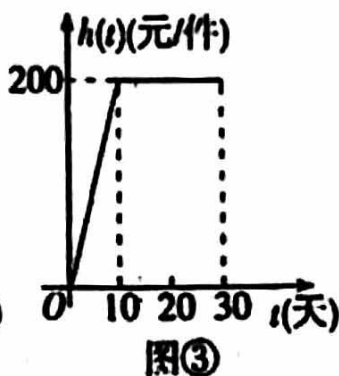
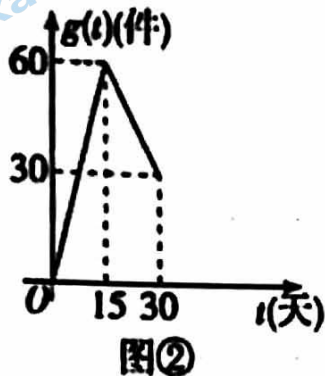
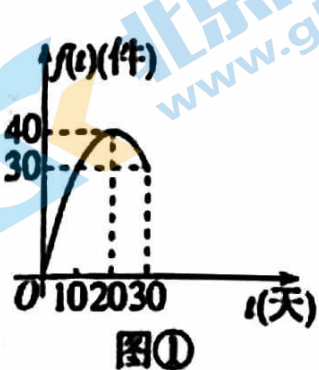
18. 已知 $f(x)$ 是二次函数, 若 $f(0) = 0$, 且 $f(x+1) = f(x) + x + 1$

- (1). 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2). 解关于 x 的不等式 $2f(x) \geq ax^2$ ($a \in \mathbb{R}$).

19. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ x^2 + mx, & x < 0, \end{cases}$ 是奇函数.

- (1). 求实数 m 的值;
- (2). 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, a-2]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围.
- (3). $\exists x \in (0, +\infty)$, 使 $k \leq \frac{f(x)-1}{x}$ 成立, 求实数 k 的取值范围.

20. 某公司研发出一款新产品, 批量生产前同时向甲、乙两城市销售 30 天进行市场调查, 调查发现: 甲城市的日销售量 $f(t)$ (单位: 件) 与天数 t (单位: 天) 的对应关系服从图①所示的函数关系; 乙城市的日销售量 $g(t)$ (单位: 件) 与天数 t (单位: 天) 的对应关系服从图②所示的函数关系; 每件产品的销售利润 $h(t)$ (单位: 元/件) 与天数 t (单位: 天) 的对应关系服从图③所示的函数关系, 图①是抛物线的一部分.



- (1) 设该产品的销售时间为 t 天 ($0 \leq t \leq 30, t \in \mathbb{N}$), 日销售利润为 $Q(t)$ 元, 求 $Q(t)$ 的解析式;
 - (2) 若在 30 天的销售中, 日销售利润至少有一天超过 2 万元, 则可以投入批量生产, 该产品是否可以投入批量生产? 请说明理由.
21. 设集合 $A_{2n} = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$). 如果对于 A_{2n} 的每一个含有 m ($m \geq 4$) 个元素的子集 P , P 中必有 4 个元素的和等于 $4n+1$, 称正整数 m 为集合 A_{2n} 的一个“相关数”.
- (1) 当 $n=3$ 时, 判断 5 和 6 是否为集合 A_6 的“相关数”, 说明理由;
 - (2) 若 m 为集合 A_{2n} 的“相关数”, 证明: $m-n-3 \geq 0$;
 - (3) 给定正整数 n , 求集合 A_{2n} 的“相关数” m 的最小值.