海淀区高三年级第二学期期末练习

数　　学

2020. 6

本试卷共6页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）若全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x<1\}$，$B=\{x\mid x>-1\}$，则

（A）$A\subseteq B$　　（B）$B\subseteq A$　　（C）$B\subseteq \complement_U A$　　（D）$\complement_U A\subseteq B$

（2）下列函数中，值域为 $[0,+\infty)$ 且为偶函数的是

（A）$y=x^2$　　（B）$y=|x-1|$　　（C）$y=\cos x$　　（D）$y=\ln x$

（3）若抛物线 $y^2=12x$ 的焦点为 F，点 P 在此抛物线上且横坐标为 3，则 $|PF|$ 等于

（A）4　　（B）6　　（C）8　　（D）10

（4）已知三条不同的直线 l,m,n 和两个不同的平面 α，β，下列四个命题中正确的为

（A）若 $m\parallel\alpha$，$n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$　　（B）若 $l\parallel m$，$m\subset\alpha$，则 $l\parallel\alpha$

（C）若 $l\parallel\alpha$，$l\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$　　（D）若 $l\parallel\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

（5）在△ABC 中，若 $a=7$，$b=8$，$\cos B=-\frac{1}{7}$，则∠A 的大小为

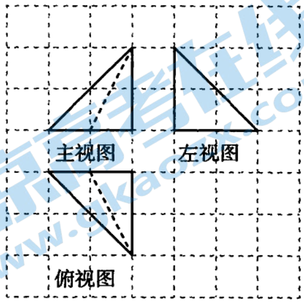
（A）$\frac{\pi}{6}$　　（B）$\frac{\pi}{4}$　　（C）$\frac{\pi}{3}$　　（D）$\frac{\pi}{2}$

（6）将函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)=$

（A）$\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　　（B）$\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$

（C）$\cos 2x$　　（D）$-\cos 2x$

（7）某三棱锥的三视图如图所示，如果网格纸上小正方形的边长为 1，那么该三棱锥的体积为



（A）$\frac{2}{3}$　　（B）$\frac{4}{3}$

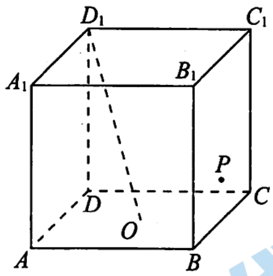
（C）2　　（D）4

（8）对于非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，“$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{a}^2$” 是 “$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$” 的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 O 为底面 $ABCD$ 的中心，点 P 在侧面 BB_1C_1C 的边界及其内部运动．若 $D_1O\perp OP$，则△ D_1C_1P 面积的最大值为



（A）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（B）$\frac{4\sqrt{5}}{5}$

（C）$\sqrt{5}$　　（D）$2\sqrt{5}$

（10）为了预防新型冠状病毒的传染，人员之间需要保持一米以上的安全距离．某公司会议室共有四行四列座椅，并且相邻两个座椅之间的距离超过一米，为了保证更加安全，公司规定在此会议室开会时，每一行、每一列均不能有连续三人就座．例如下图中第一列所示情况不满足条件（其中“√”表示就座人员）．根据该公司要求，该会议室最多可容纳的就座人数为

√			
√			
√			

（A）9　　（B）10　　（C）11　　（D）12

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）若复数 $(2-\mathrm{i})(a+\mathrm{i})$ 为纯虚数，则实数 $a=$________.

（12）已知双曲线 E 的一条渐近线方程为 $y=x$，且焦距大于 4，则双曲线 E 的标准方程可以为________.（写出一个即可）

（13）数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=2a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$. 若其前 k 项和为126，则 $k=$________.

（14）已知点 $A(2,0)$，$B(1,2)$，$C(2,2)$，$|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$，$O$ 为坐标原点，则 $|\overrightarrow{AP}|=$________，$\overrightarrow{OP}$ 与 $\overrightarrow{OA}$ 夹角的取值范围是________.

（15）已知函数 $f(x)=\begin{cases} ax+1, & x\leqslant 0, \\ |\ln x|, & x>0. \end{cases}$ 给出下列三个结论：

①当 $a=-2$ 时，函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,1)$；

②若函数 $f(x)$ 无最小值，则 a 的取值范围为 $(0,+\infty)$；

③若 $a<1$ 且 $a\neq 0$，则 $\exists b\in\mathbf{R}$，使得函数 $y=f(x)-b$ 恰有 3 个零点 x_1，x_2，x_3，且 $x_1x_2x_3=-1$.

其中，所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

（16）（本小题共 14 分）

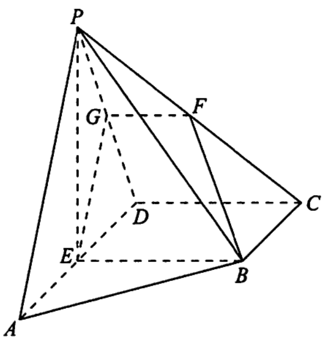
已知 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的无穷等差数列，其前 n 项和为 S_n. 又________，且 $S_5=40$，是否存在大于 1 的正整数 k，使得 $S_k=S_1$？若存在，求 k 的值；若不存在，说明理由．

从① $a_1=4$，② $d=-2$ 这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

注：如果选择两个条件分别解答，按第一个解答计分。

（17）（本小题共 14 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$BC//AD$，$\angle ADC=90°$，$BC=CD=\frac{1}{2}AD=1$，E 为线段 AD 的中点，$PE\perp$ 底面 $ABCD$，点 F 是棱 PC 的中点，平面 BEF 与棱 PD 相交于点 G.



（Ⅰ）求证：$BE//FG$；

（Ⅱ）若 PC 与 AB 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$，求直线 PB 与平面 BEF 所成角的正弦值.

(18)(本小题共 14 分)

为了推进分级诊疗，实现“基层首诊、双向转诊、急慢分治、上下联动”的诊疗模式，某地区自 2016 年起全面推行家庭医生签约服务．已知该地区居民约为 2000 万，从 1 岁到 101 岁的居民年龄结构的频率分布直方图如图 1 所示．为了解各年龄段居民签约家庭医生的情况，现调查了 1000 名年满 18 周岁的居民，各年龄段被访者签约率如图 2 所示．

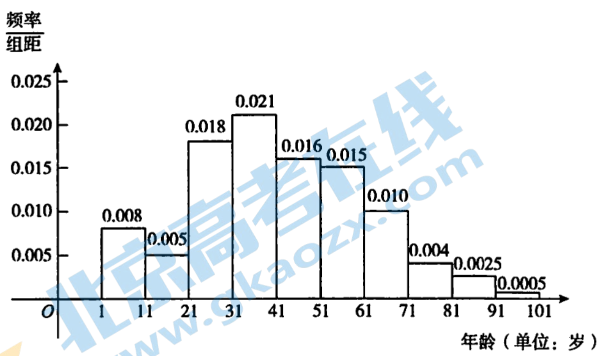


图 1

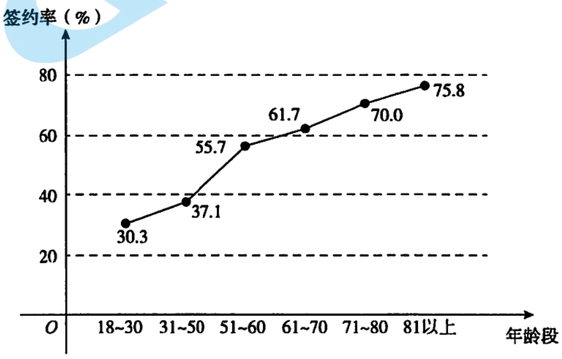


图 2

(Ⅰ)估计该地区年龄在 71~80 岁且已签约家庭医生的居民人数；

(Ⅱ)若以图 2 中年龄在 71~80 岁居民签约率作为此地区该年龄段每个居民签约家庭医生的概率，则从该地区年龄在 71~80 岁居民中随机抽取两人，求这两人中恰有 1 人已签约家庭医生的概率；

(Ⅲ)据统计，该地区被访者的签约率约为 44%. 为把该地区年满 18 周岁居民的签约率提高到 55% 以上，应着重提高图 2 中哪个年龄段的签约率？并结合数据对你的结论作出解释．

（19）（本小题共 15 分）

已知椭圆 W: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）过 A（0, 1），B（0, −1）两点，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 W 的方程；

（Ⅱ）过点 A 的直线 l 与椭圆 W 的另一个交点为 C，直线 l 交直线 $y=2$ 于点 M，记直线 BC，BM 的斜率分别为 k_1，k_2，求 k_1k_2 的值．

（20）（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）求证：曲线 $y=f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上有且只有一条斜率为 2 的切线．

（21）（本小题共 14 分）

在平面直角坐标系中，O 为坐标原点．对任意的点 $P(x,\ y)$，定义 $\|OP\|=|x|+|y|$．任取点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，记 $A'(x_1,\ y_2)$，$B'(x_2,\ y_1)$，若此时 $\|OA\|^2+\|OB\|^2\geqslant\|OA'\|^2+\|OB'\|^2$ 成立，则称点 A，B 相关．

（Ⅰ）分别判断下面各组中两点是否相关，并说明理由；

①$A(-2,\ 1)$，$B(3,\ 2)$；②$C(4,\ -3)$，$D(2,\ 4)$．

（Ⅱ）给定 $n\in\mathbf{N}^*$，$n\geqslant 3$，点集 $\Omega_n=\{(x,\ y)\mid -n\leqslant x\leqslant n,\ -n\leqslant y\leqslant n,\ x,\ y\in\mathbf{Z}\}$．

（ⅰ）求集合 Ω_n 中与点 $A(1,\ 1)$ 相关的点的个数；

（ⅱ）若 $S\subseteq\Omega_n$，且对于任意的 A，$B\in S$，点 A，B 相关，求 S 中元素个数的最大值．

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯（ID：bj-gaokao）
扫码关注获取更多