

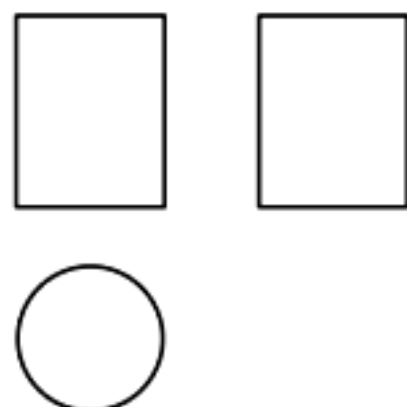
2023 北京广渠门中学初三（下）第一次月考

数 学

时间 120 分钟 卷面总分 100 分

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（ ）

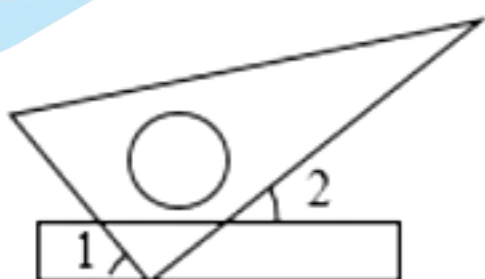


- A. 圆柱 B. 三棱柱 C. 长方体 D. 圆锥

2. 国家统计局发布 2021 年国内生产总值达到 1140000 亿元，比上年增长 8.1%。将 1140000 用科学记数法表示应为（ ）

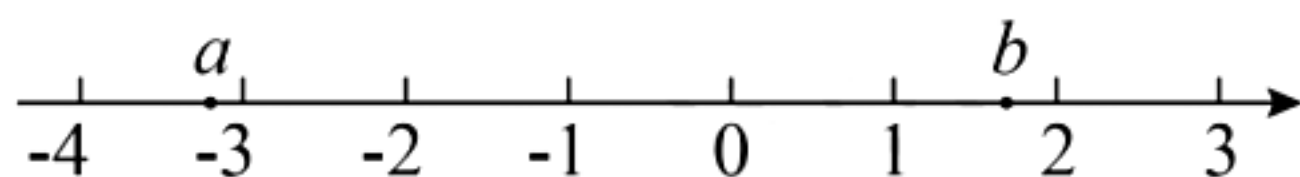
- A. 114×10^4 B. 11.4×10^5 C. 1.14×10^6 D. 1.14×10^5

3. 如图，将一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，若 $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是（ ）



- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

4. 实数 a , b 在数轴上对应的点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



- A. $a + b > 0$ B. $ab > 0$ C. $a - b > 0$ D. $|a| > |b|$

5. 五边形的内角和是（ ）

- A. 360° B. 540° C. 720° D. 1080°

6. 不透明的袋子中有 3 个小球，其中有 1 个红球，1 个黄球，1 个绿球，除颜色外 3 个小球无其他差别，从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次摸出的小球都是红球的概率是（ ）

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

7. 已知 a , b 表示下表第一行中两个相邻的数，且 $a < \sqrt{13} < b$ ，那么 a 的值是（ ）

x	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4
x^2	9	9.61	10.24	10.89	11.56	12.25	12.96	13.69	14.44	15.21	16

A. 3.5

B. 3.6

C. 3.7

D. 3.8

8. 用绳子围成周长为10m的矩形，记矩形的一边长为 x m，它的邻边长为 y m，矩形的面积为 S m²．当 x 在一定范围内变化时， y 和 S 都随 x 的变化而变化，则 y 与 x ， S 与 x 满足的函数关系分别是（ ）

A. 二次函数关系，一次函数关系

B. 正比例函数关系，二次函数关系

C. 二次函数关系，正比例函数关系

D. 一次函数关系，二次函数关系

二、填空题（共16分，每题2分）

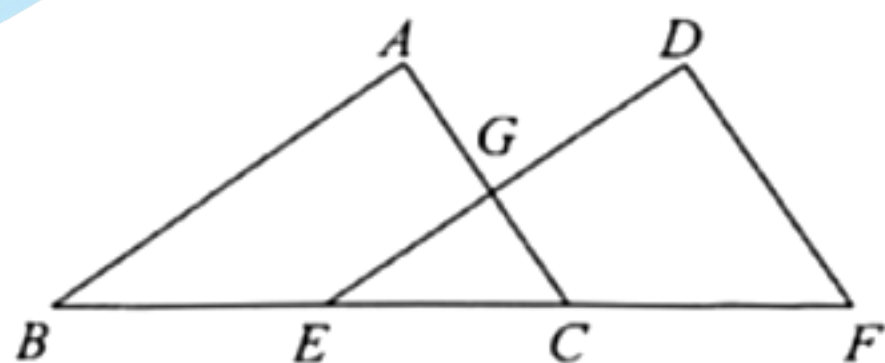
9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式： $xy^2 - x =$ _____.

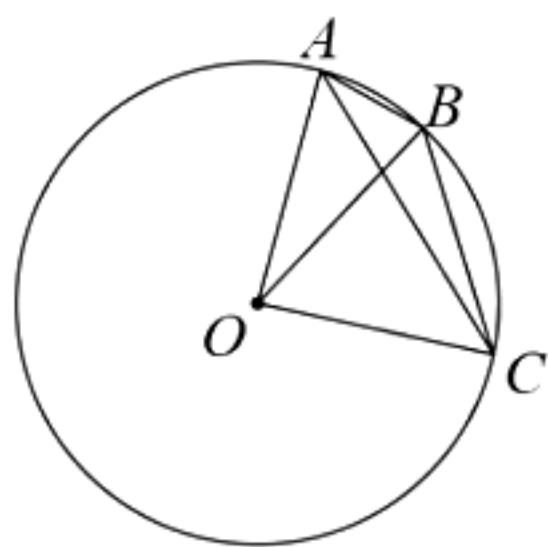
11. 方程 $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = ax$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(-1, 2)$ 和点 B ，则点 B 的坐标为_____.

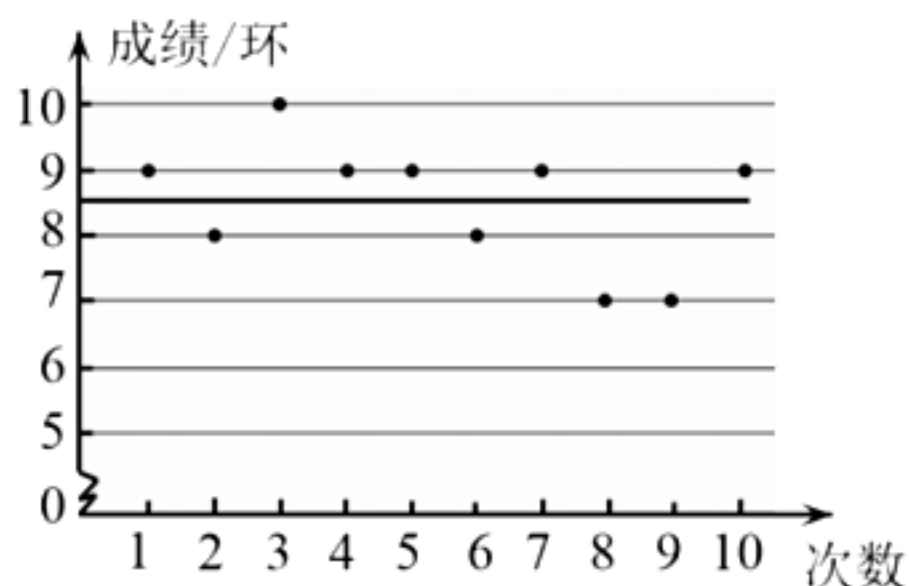
13. 如图，点 B, E, C, F 在一条直线上， $BC = EF$ ， $\angle B = \angle DEF$ ．只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，这个条件可以是_____（写出一个即可）．



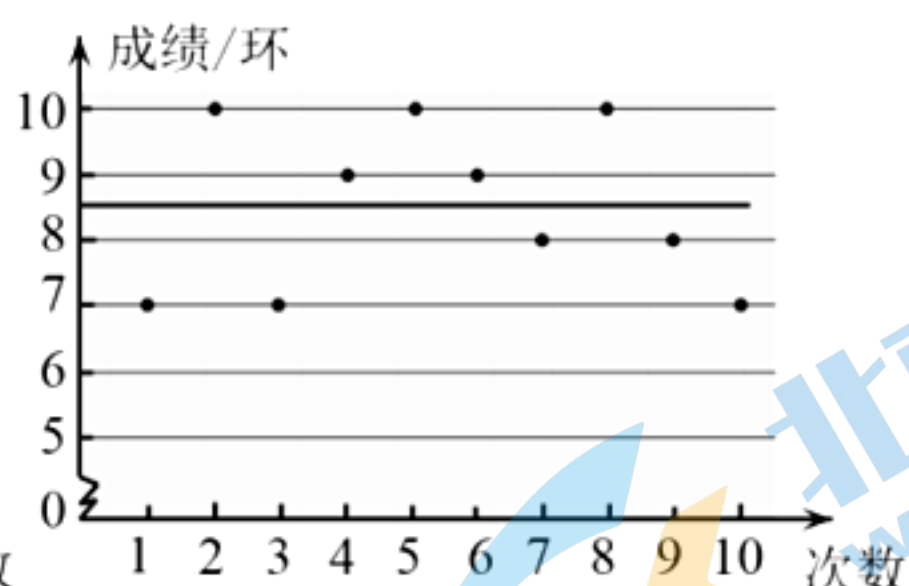
14. 如图，点 A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点．若 $\angle AOC = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数为_____.



15. 如图是甲、乙两名射击运动员10次射击训练成绩的统计图，如果甲、乙这10次射击成绩的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2$ ， $s_{\text{乙}}^2$ ，那么 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ （填“>”，“<”或“=”）．



甲的射击成绩统计图



乙的射击成绩统计图

16. 如图是某剧场第一排座位分布图：甲、乙、丙、丁四人购票，所购票分别为2，3，4，5. 每人选座购票时，只购买第一排的座位相邻的票，同时使自己所选的座位之和最小. 如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序购票，那么甲购买1，2号座位的票，乙购买3，5，7号座位的票，丙选座购票后，丁无法购买到第一排座位的票. 若丙第一购票，要使其他三人都能购买到第一排座位的票，写出一种满足条件的购票的先后顺序_____.



三、解答题（本题共68分，第17—20题，每小题5分，第21题6分，第22题5分，第23—24题，每小题6分，第25题5分，第26题6分，第27—28题，每小题7分）

17. 计算： $(\pi-1)^0 + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |-3|$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x-3 > 2x \\ \frac{2x-1}{3} < \frac{x}{2} \end{cases}$$

19. 已知 $m^2 - m = 1$ ，求代数式 $(2m+1)(2m-1) - m(m+3)$ 的值.

20. 已知：线段 AB .



求作： $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使得 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$.

作法：

①分别以点 A 和点 B 为圆心， AB 长为半径作弧，两弧交于点 D ；

②连接 BD ，在 BD 的延长线上截取 $DC = BD$ ；

③连接 AC .

则 $\triangle ABC$ 为所求作的三角形.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明：连接 AD .

$$\because AB = AD = BD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形 (). (填推理的依据)

$$\therefore \angle B = \angle ADB = 60^\circ.$$

$$\because CD = BD,$$

$$\therefore AD = CD.$$

$$\therefore \angle DAC = \underline{\hspace{2cm}} \quad (). \quad (填推理的依据)$$

$$\therefore \angle ADB = \angle C + \angle DAC = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ.$$

在 $\triangle ABC$ 中,

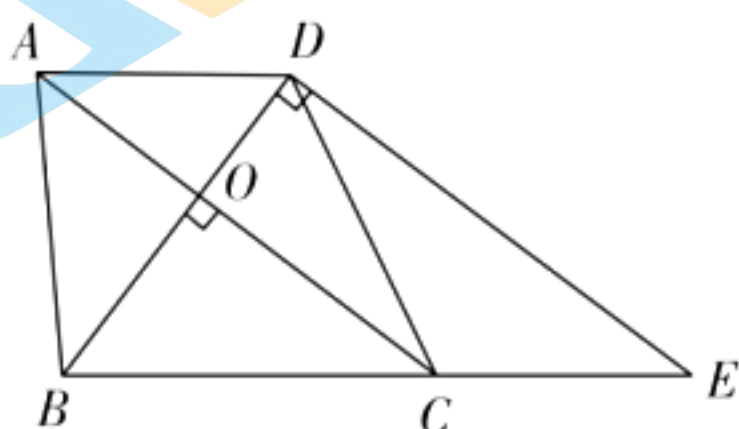
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 90^\circ.$$

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 k 为正整数, 且方程的两个根均为整数, 求 k 的值及方程的两个根.

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC \perp BD$, 垂足为 O , 过点 D 作 BD 的垂线交 BC 的延长线于点 E .



(1) 求证: 四边形 $ACED$ 是平行四边形;

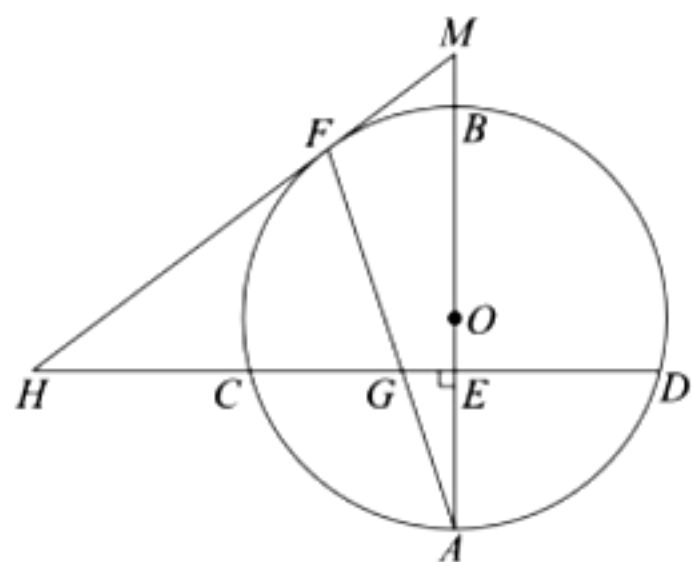
(2) 若 $AC=4$, $AD=2$, $\cos \angle ACB = \frac{4}{5}$, 求 BC 的长.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$, 且经过点 $A(2, 2)$.

(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值大于函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值, 直接写出 m 的取值范围.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 F 在 BC 上, AF 与 CD 交于点 G , 点 H 在 DC 的延长线上, 且 $HG = HF$, 延长 HF 交 AB 的延长线于点 M .



(1) 求证: HF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin M = \frac{4}{5}$, $BM = 1$, 求 AF 的长.

25. 如图 1 是某条公路的一个单向隧道的横断面. 经测量, 两侧墙 AD 和与路面 AB 垂直, 隧道内侧宽 $AB = 4$ 米. 为了确保隧道的安全通行, 工程人员在路面 AB 上取点 E , 测量点 E 到墙面 AD 的距离和到隧道顶面的距离 EF . 设 $AE = x$ 米, $EF = y$ 米. 通过取点、测量, 工程人员得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

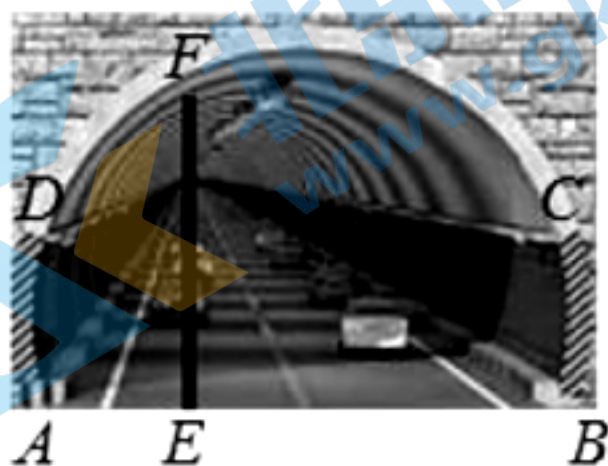
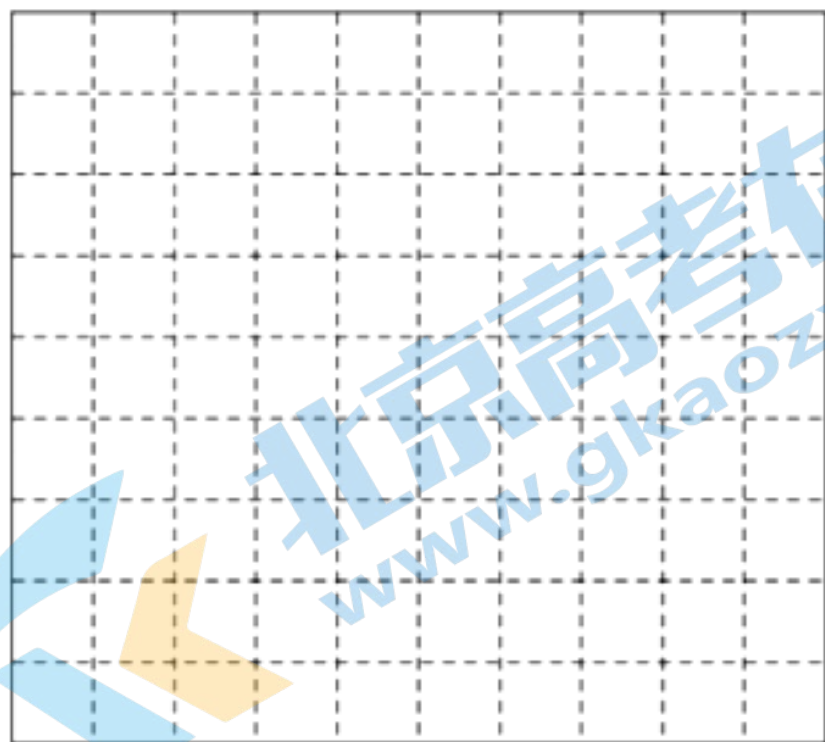


图1

x (米)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y (米)	3.00	3.44	3.76	3.94	3.99	3.92	3.78	3.42	3.00

(1) 隧道顶面到路面 AB 的最大高度为_____米;

(2) 请你帮助工程人员建立平面直角坐标系, 描出上表中各对对应值为坐标的点, 画出可以表示隧道顶面的图象.



(3) 今有宽为 2.4 米, 高为 3 米的货车准备在隧道中间通过 (如图 2). 根据隧道通行标准, 其车厢最高点

到隧道顶面的距离应大于 0.5 米. 结合所画图象, 请判断该货车是否安全通过: _____ (填写“是”或“否”).

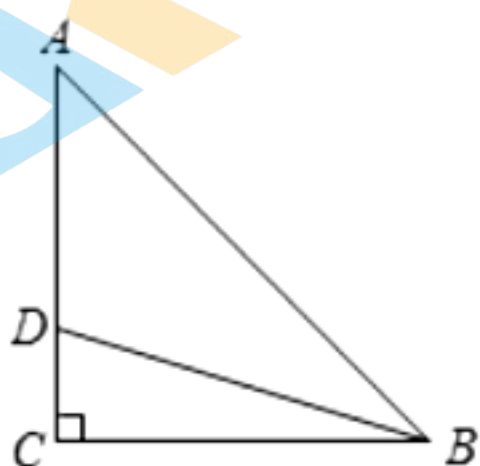


图2

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-3, m)$, $B(x_0, n)$ 在抛物线 $y = -x^2 + (2a-2)x - a^2 + 2a$ 上.

- (1) 求抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示);
- (2) 若存在 $-1 < x_0 < 1$, 使得 $m < n$, 求 a 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在边 AC 上, 将射线 BD 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到射线 BM , 过点 D 作 $DE \perp BM$ 于 E , 延长 CB 到 F , 使 $BF = AD$, 连接 EF .



- (1) 依题意, 补全图形, 判断线段 AE 与 EF 的位置关系与数量关系, 并证明;
- (2) 若 H 为线段 BD 的中点, 连接 AH , 请用等式表示线段 AE 与 AH 之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2. 对于直线 $l: y = x + 1$ 和线段 BC , 给出如下定义: 若将线段 BC 沿直线 l 翻折可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B' , C' 分别是 B , C 的对应点), 则称线段 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”. 例如: 在图 1 中, 线段 BC 的是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”.

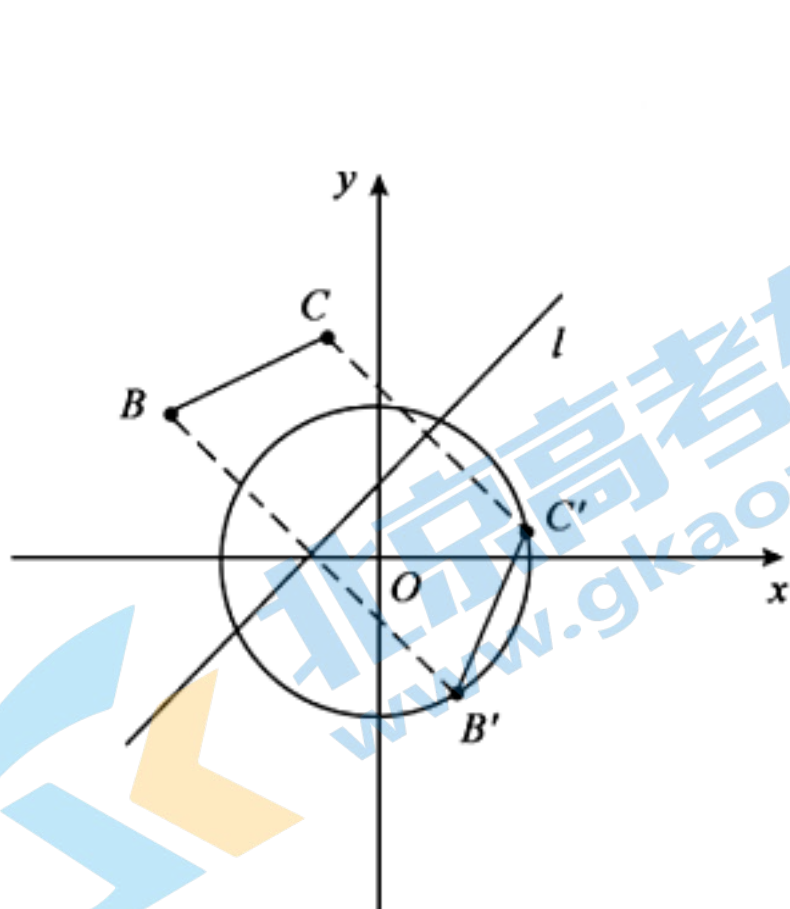


图 1

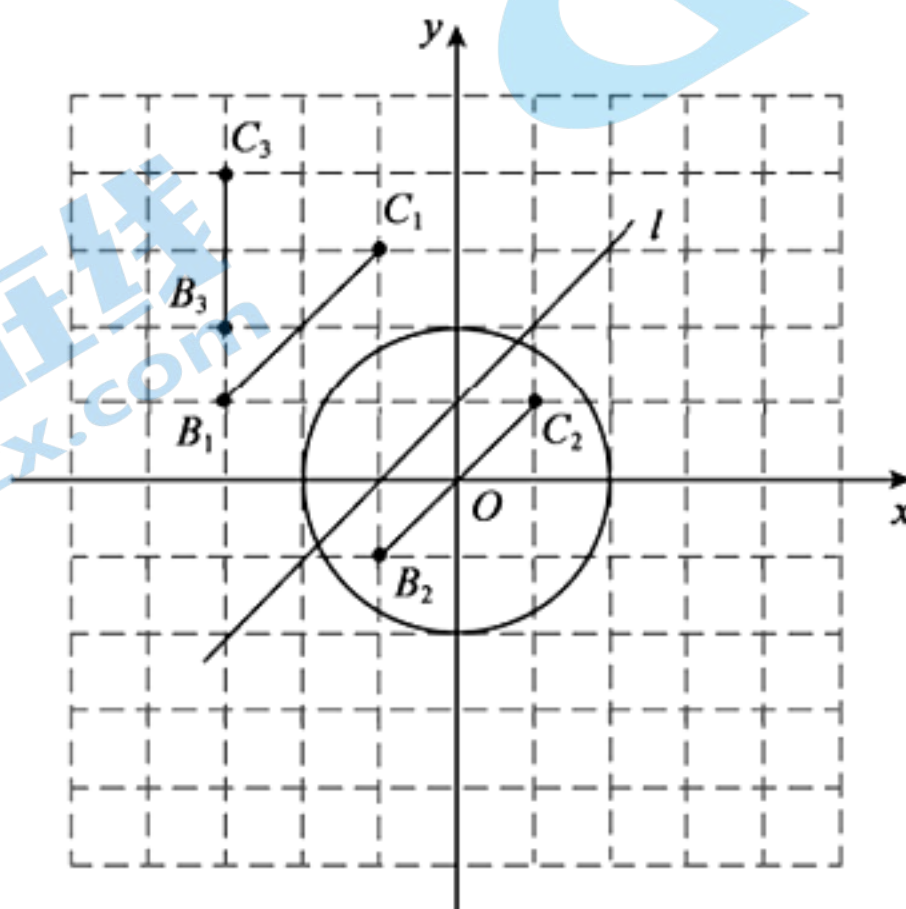


图 2

(1) 如图 2, 点 $B_1, C_1, B_2, C_2, B_3, C_3$ 的横、纵坐标都是整数. 在线段 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 中, 以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”是_____;

(2) $\triangle ABC$ 是边长为 a 的等边三角形, 点 $A(0,1)$, 若 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 求 a 的值;

(3) 如果经过点 $P(-1,5)$ 的直线上存在以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 直接写出这条直线与 y 轴交点的纵坐标 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据主视图和左视图都是高度相等的长方形，可判断该几何体是柱体，进而根据俯视图的形状，可判断柱体底面形状，得到答案.

【详解】解： $\because$ 几何体的主视图和左视图都是高度相等的长方形，

故该几何体是一个柱体，

又 $\because$ 俯视图是一个圆形，

故该几何体是一个圆柱，

故选：A.

【点睛】本题考查的知识点是三视图，如果有两个视图为三角形，该几何体一定是锥，如果有两个矩形，该几何体一定柱，其底面由第三个视图的形状决定.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】1140000 用科学记数法表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $a = 1.14$ ， $n = 6$ ，代入可得结果.

【详解】解：1140000 的绝对值大于 10 表示成 $a \times 10^n$ 的形式，

$\because a = 1.14$ ， $n = 7 - 1 = 6$ ，

$\therefore 1140000$ 表示成 1.14×10^6 ，

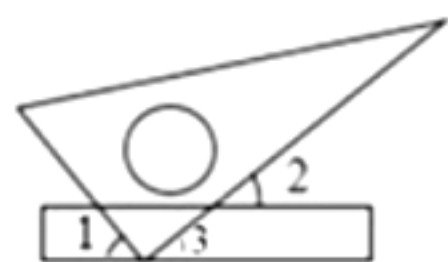
故选 C.

【点睛】本题考查了科学记数法. 解题的关键在于确定 a 、 n 的值.

3. 【答案】B

【解析】

【详解】如图，



$\because \angle 2 = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

故选 B.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据数轴上的位置确定 a, b 的正负和绝对值大小，再根据实数运算法则判断即可.

【详解】解：根据实数 a, b 在数轴上对应点的位置可知， $a < 0, b > 0, |a| > 3 > |b|$ ，
所以， $a + b < 0, ab < 0, a - b < 0, |a| > |b|$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查了实数在数轴上表示和实数的运算法则，解题关键是树立数形结合思想，熟练运用实数运算法则判断式子符号.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】根据 n 边形的内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，将 $n = 5$ 代入，计算求解即可.

【详解】解：由题意知，五边形的内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查了多边形的内角和，解题的关键在于明确 n 边形的内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】利用列表法或树状图法列出所有结果，找出满足条件的结果，即可得出结果.

【详解】解：列表如下，

	红	黄	绿
红	(红, 红)	(红, 黄)	(红, 绿)
黄	(黄, 红)	(黄, 黄)	(黄, 绿)
绿	(绿, 红)	(绿, 黄)	(绿, 绿)

由表可知，共有 9 种等可能结果，其中满足条件的两次都是红球的结果只有 1 种，

$$\therefore P(\text{两次都是红球}) = \frac{1}{9},$$

故选：D.

【点睛】题目主要考查利用列表法或树状图法求概率，熟练掌握列表法或树状图法是解题关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据无理数的估算以及表格内的数即可得到答案.

【详解】 $\because a, b$ 表示下表第一行中两个相邻的数，且 $a < \sqrt{13} < b$

$$\therefore a^2 < 13 < b^2$$

由表得 $12.96 < 13 < 13.69$

$$\therefore a = 3.6$$

故选：B.

【点睛】本题考查了无理数的估算，熟练掌握估算方法-夹逼法是解题的关键.

8. 【答案】D

【解析】

【分析】根据长方形的周长公式和面积公式得出 y 与 x 、 S 与 x 的关系式即可做出判断.

【详解】解：由题意可得： $2x+2y=10$ ， $S=xy$ ，

即： $y=5-x$ ， $S=x(5-x)=-x^2+5x$ ，

$\therefore y$ 与 x 是一次函数关系， S 与 x 是二次函数关系，

故选：D.

【点睛】本题考查二次函数与一次函数的识别、矩形的周长与面积公式，理清题中的数量关系，熟练掌握二次函数与一次函数的解析式是解答的关键.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件即可解得.

【详解】解： $\because \sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，

$\therefore x-2 \geq 0$ ，

$\therefore x \geq 2$.

故答案为： $x \geq 2$.

【点睛】此题考查了二次根式的意义，解题的关键是列出不等式求解.

10. 【答案】 $x(y+1)(y-1)$

【解析】

【分析】首先提取公因式，再根据平方差公式计算，即可得到答案.

【详解】 xy^2-x

$=x(y^2-1)$

$=x(y+1)(y-1)$

故答案为： $x(y+1)(y-1)$.

【点睛】本题考查了因式分解的知识；解题的关键是熟练掌握平方差公式的性质，从而完成求解.

11. 【答案】 $x=5$

【解析】

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x+5)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解，再进行检验即可得解.

【详解】解： $\frac{2}{x+5} = \frac{1}{x}$

方程的两边同乘 $x(x+5)$, 得: $2x=x+5$, 解得: $x=5$, 经检验: 把 $x=5$ 代入 $x(x+5)=50 \neq 0$.

故答案为: $x=5$.

【点睛】此题考查了分式方程的求解方法, 注意掌握转化思想的应用, 注意解分式方程一定要验根.

12. 【答案】 $(1, -2)$

【解析】

【分析】先将 A 点坐标分别代入两个解析式中求解得到正比例函数与反比例函数的解析式, 然后联立求解即可得到交点坐标.

【详解】解: 将 $A(-1, 2)$ 代入 $y=ax$ 得 $-a=2$

解得 $a=-2$

$\therefore y=-2x$

将 $A(-1, 2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $-k=2$

解得 $k=-2$

$\therefore y=-\frac{2}{x}$

联立直线与双曲线得
$$\begin{cases} y=-2x \\ y=-\frac{2}{x} \end{cases}$$

$\therefore -2x=-\frac{2}{x}$

整理得 $x^2=1$

解得 $x=1$ 或 $x=-1$

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

$\therefore B(1, -2)$

故答案为: $1, -2$.

【点睛】本题考查了待定系数法求解析式, 正比例函数与反比例函数的交点坐标. 解题的关键在于求出函数解析式.

13. 【答案】 $AB=DE$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理结合图形即可得出结果.

【详解】解: 添加条件为 $AB=DE$,

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE, \\ \angle B = \angle DEF, \\ BC = EF, \end{cases}$$

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS),

故答案为 $AB=DE$ (答案不唯一).

【点睛】题目主要考查全等三角形的判定定理，熟练掌握全等三角形的判定是解题关键.

14. 【答案】 30° ## 30° 度

【解析】

【分析】首先根据圆周角定理求得 $\angle BOC$ 的度数，根据 $\angle AOC$ 的度数求 $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC$ 即可.

【详解】解： $\because \angle BAC = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$,
 $\because \angle AOC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

故答案为： 30° .

【点睛】本题考查了圆周角定理及两锐角互余性质，求得 $\angle BOC$ 的度数是解题的关键.

15. 【答案】 $<$

【解析】

【分析】利用折线统计图可判断乙运动员的成绩波动较大，然后根据方差的意义可得到甲乙的方差的大小.

【详解】解：由折线统计图得乙运动员的成绩波动较大，
 所以 $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$.

故答案为： $<$

【点睛】本题考查了条形统计图：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来. 也考查了方差的意义.

16. 【答案】 丙，丁，甲，乙

【解析】

【分析】根据甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数量分别为 2，3，4，5 可得若丙第一购票，要使其他三人都能购买到第一排座位的票，那么丙选座要尽可能得小，因此丙先选择：1，2，3，4. 丁所购票数最多，因此应让丁第二购票，据此判断即可.

【详解】解：丙先选择：1，2，3，4.

丁选：5，7，9，11，13.

甲选：6，8.

乙选：10，12，14.

$\therefore$ 顺序为丙，丁，甲，乙.

(答案不唯一)

【点睛】本题考查有理数的加法，认真审题，理解题意是解题的关键.

三、解答题(本题共 68 分，第 17—20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23—24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每小题 7 分)

17. 【答案】4

【解析】

【分析】根据零次幂、特殊角的正弦值、二次根式和去绝对值即可求解.

【详解】解: $(\pi-1)^0 + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |-3|$.

$$= 1 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 3$$

$$= 4.$$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，掌握零次幂、特殊角的正弦值、二次根式的化简及去绝对值是解题的关键.

18. 【答案】 $1 < x < 2$

【解析】

【分析】分别解每一个不等式，然后即可得出解集.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} 5x-3 > 2x & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} < \frac{x}{2} & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得: $x > 1$,

解不等式②得: $x < 2$,

∴此不等式组的解集为 $1 < x < 2$.

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，掌握不等式的解法是解题关键.

19. 【答案】2

【解析】

【分析】根据平方差公式、合并同类项，化简代数式即可求解.

【详解】解: $(2m+1)(2m-1) - m(m+3)$

$$= 4m^2 - 1 - m^2 - 3m$$

$$= 3(m^2 - m) - 1$$

$$\because m^2 - m = 1$$

$$\therefore \text{原式} = 3 \times 1 - 1 = 2$$

【点睛】本题考查了代数式、整式加减、合并同类项、平方差公式等知识点，熟练的正确运算是解决问题的关键.

20. 【答案】(1) 见解析 (2) 等边三角形的定义; $\angle C$; 三角形中等边对等角

【解析】

【分析】(1)根据题意和作法即可画出图形；

(2)连接 AD ，根据等边三角形的定义及性质，可得 $\angle B = \angle ADB = 60^\circ$ ，再根据三角形中等边对等角，可证得 $\angle DAC = \angle C$ ，根据三角形外角的性质即可求得 $\angle C = 30^\circ$ ，据此即可证得 $\triangle ABC$ 为所求作的三角形。

【小问 1 详解】

解：如图：

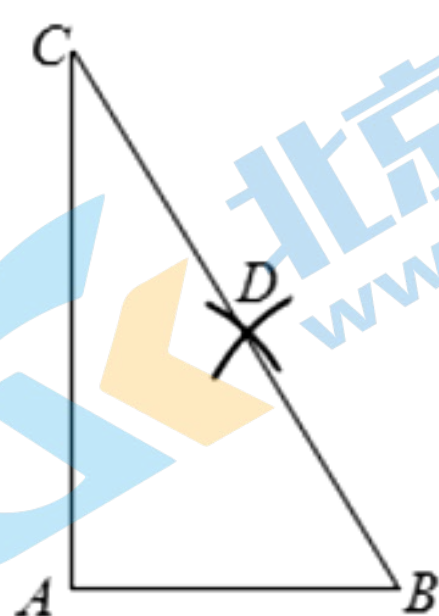
作法：

①分别以点 A 和点 B 为圆心， AB 长为半径作弧，两弧交于点 D ；

②连接 BD ，在 BD 的延长线上截取 $DC = BD$ ；

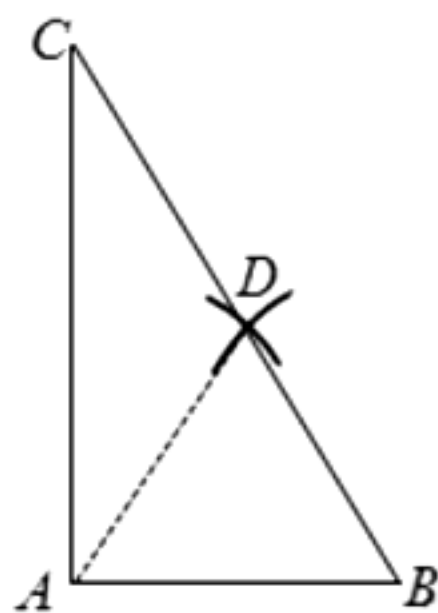
③连接 AC 。

则 $\triangle ABC$ 为所求作的三角形。



【小问 2 详解】

证明：如图：连接 AD 。



$\because AB = AD = BD$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形（等边三角形的定义）。

$\therefore \angle B = \angle ADB = 60^\circ$ 。

$\because CD = BD$ ，

$\therefore AD = CD$ 。

$\therefore \angle DAC = \angle C$ （三角形中等边对等角）。

$\because \angle ADB = \angle C + \angle DAC = 60^\circ$ 。

$\therefore \angle C = 30^\circ$ 。

在 $\triangle ABC$ 中，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ.$$

【点睛】本题考查了作直角三角形，等边三角形的判定及性质，等边对等角，三角形内角和定理及外角的性质，按要求作出图形是解决本题的关键.

21. 【答案】(1) $k < 3$

(2) $k=2$ ，方程的两个根为 $x_1=0$ ， $x_2=2$

【解析】

【分析】(1)根据题意和一元二次方程根的判别式得到 $\Delta = (-2)^2 - 4(k-2) > 0$ ，解不等式即可求得；

(2)首先根据(1)可知， k 的值只能是 1 或 2，分别代入方程，解方程，再根据方程的两个根均为整数，即可解答.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4(k-2) > 0$$

解得 $k < 3$

故 k 的取值范围为 $k < 3$

【小问 2 详解】

解： $\because k < 3$ 且 k 为正整数

$\therefore k$ 的值只能是 1 或 2

当 $k=1$ 时，方程为 $x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\text{解得 } x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-1)}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$\because$ 方程的两个根均为整数

$\therefore k=1$ 不合题意，舍去

当 $k=2$ 时，方程为 $x^2 - 2x = 0$

$$\text{解得 } x_1 = 0, x_2 = 2$$

方程的两个根均为整数，符合题意

故 $k=2$ ，方程的两个根为 $x_1=0$ ， $x_2=2$

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式及解一元二次方程的方法，熟练掌握和运用一元二次方程根的判别式及解一元二次方程的方法是解决本题的关键.

22. 【答案】(1) 证明见解析

(2) BC 的长为 3

【解析】

【分析】(1) 先判定 $AC \parallel DE$ ，再根据题中所给 $AD \parallel BC$ 的条件即可利用平行四边形判定定理证出；

(2) 根据三角函数值设 $OC = 4x$, $BC = 5x$, 利用平行四边形性质得到平行及线段相等, 从而根据 $\triangle BOC \sim \triangle BDE$ 确定的相似比代值求解即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because AC \perp BD$, $DE \perp BD$,

$$\therefore \angle BOC = \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \parallel DE,$$

在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形;

【小问 2 详解】

解: 在 $Rt\triangle BOC$ 中, $\cos \angle ACB = \frac{4}{5}$, 设 $OC = 4x$, $BC = 5x$,

在 $\square ACDE$ 中, $AC \parallel DE$, $AC = DE = 4$, $AD = CE = 2$,

$$\therefore \triangle BOC \sim \triangle BDE,$$

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{OC}{DE}, \text{ 即 } \frac{5x}{5x+2} = \frac{4x}{4}, \text{ 解得 } x=0 \text{ (舍弃) 或 } x=\frac{3}{5},$$

$$\therefore BC = 5x = 5 \times \frac{3}{5} = 3.$$

【点睛】本题考查了平行线的判定、平行四边形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、锐角三角函数定义等知识, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键.

23. 【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x + 1$

(2) $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

【解析】

【分析】(1) 根据题意一次函数为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 代入 $A(2, 2)$, 根据待定系数法即可求得.

(2) 根据点 $A(2, 2)$, 结合图象即可解得.

【小问 1 详解】

$\because$ 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$,

$$\therefore k = \frac{1}{2},$$

$\because$ 函数图象经过点 $A(2, 2)$,

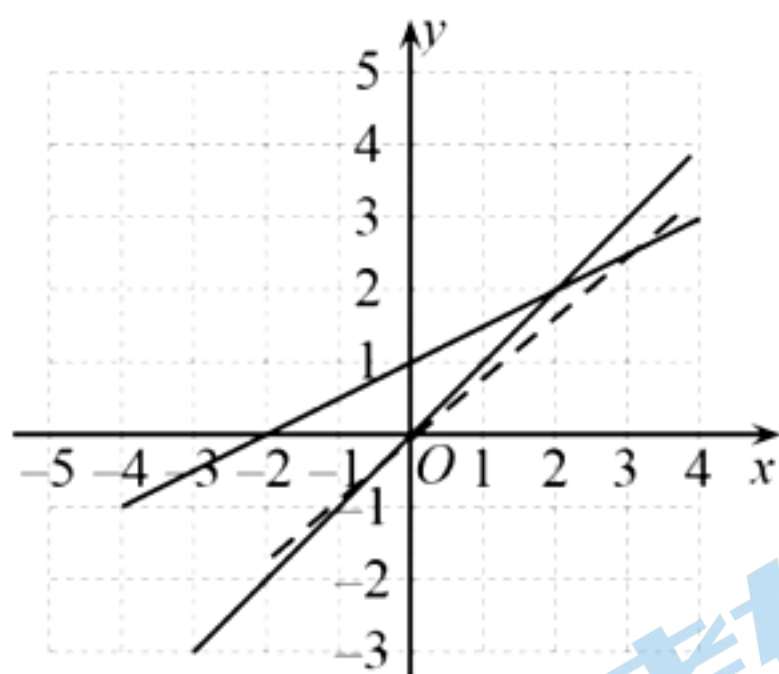
$$\therefore 2 = \frac{1}{2} \times 2 + b,$$

$$\therefore b = 1,$$

∴一次函数的表达式为： $y = \frac{1}{2}x + 1$.

【小问2详解】

如图所示：



把 $A(2, 2)$ 代入 $y = mx (m \neq 0)$ 中,

$$\therefore 2 = 2m,$$

$$\therefore m = 1,$$

∴当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值大于函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值,

$$\frac{1}{2} \leq m \leq 1.$$

【点睛】本题考查了两条直线相交或平行问题, 待定系数法求一次函数的解析式, 一次函数与系数的关系, 数形结合是解题的关键.

24. 【答案】(1) 见解析 (2) $AF = \frac{12\sqrt{10}}{5}$.

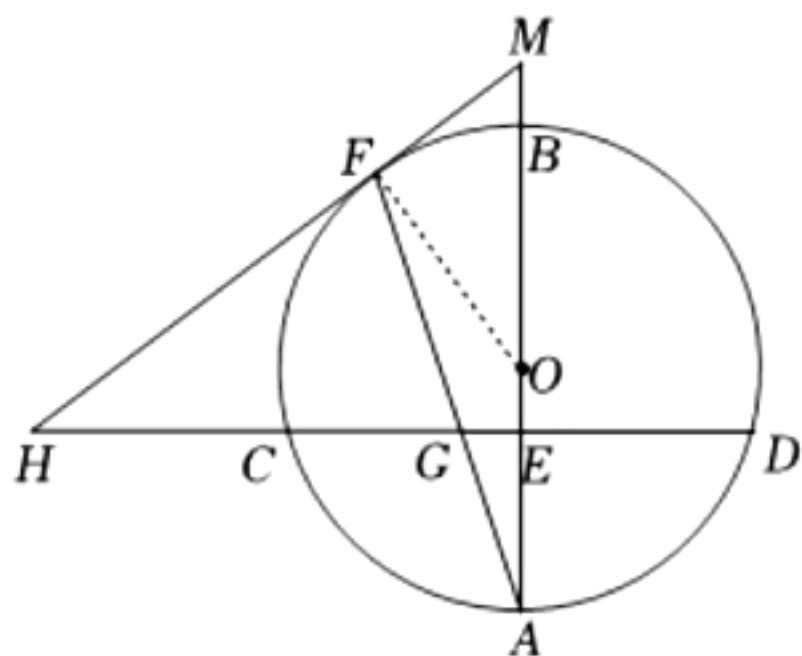
【解析】

【分析】(1) 连接 OF , 根据 $CD \perp AB$, 可得 $\angle A + \angle AGE = 90^\circ$, 再由 $HG = HF$, 可得 $\angle HFG = \angle AGE$, 然后根据等腰三角形的性质及切线的判定定理可得结论;

(2) 连接 BF , 先证得 $\triangle BFM \sim \triangle FAM$, 再根据 $\sin M = \frac{4}{5}$ 可得 $OM = 5$, $AM = 9$, 从而得 BF 的长, 然后由勾股定理可得答案.

【小问1详解】

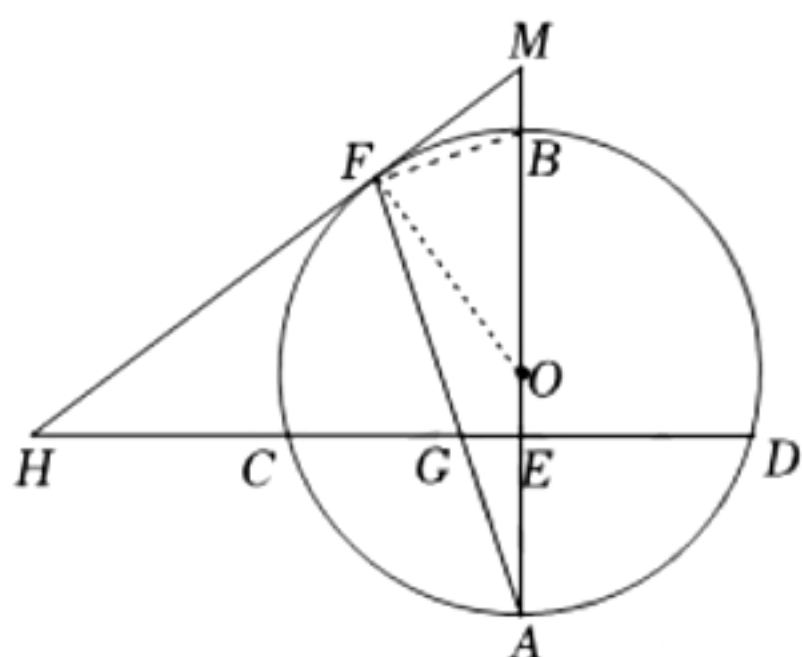
证明: 连接 OF ,



$\because CD \perp AB$,
 $\therefore \angle AEG = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle AGE = 90^\circ$,
 $\because HG = HF$,
 $\therefore \angle HFG = \angle HGF$,
 $\because \angle HGF = \angle AGE$,
 $\therefore \angle HFG = \angle AGE$,
 $\because OA = OF$,
 $\therefore \angle A = \angle OFA$,
 $\therefore \angle OFA + \angle HFG = 90^\circ$, 即 $\angle OFH = 90^\circ$,
 $\therefore HF$ 是 $\odot O$ 的切线;

【小问 2 详解】

解: 连接 BF ,



由 (1) 得, $\angle OFM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BFO + \angle BFM = 90^\circ$,
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle AFB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle ABF = 90^\circ$,
 $\because OB = OF$,
 $\therefore \angle ABF = \angle BFO$,
 $\therefore \angle BFM = \angle A$,

$$\because \angle M = \angle M,$$

$$\therefore \triangle BFM \sim \triangle FAM,$$

$$\therefore \frac{BF}{AF} = \frac{FM}{AM},$$

$$\because \sin M = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{OF}{OM} = \frac{4}{5},$$

$$\because BM = 1, OB = OF,$$

$$\therefore \frac{OF}{OB+1} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore OF = 4,$$

$$\therefore OM = 5, AM = 9, AB = 8,$$

$$\therefore FM = \sqrt{OM^2 - OF^2} = 3,$$

$$\therefore \frac{BF}{AF} = \frac{FM}{AM} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BF = \frac{1}{3} AF,$$

$$\because AF^2 + BF^2 = AB^2,$$

$$\therefore AF^2 + \left(\frac{1}{3} AF\right)^2 = 8^2,$$

$$\therefore AF = \frac{12\sqrt{10}}{5}.$$

【点睛】此题主要考查了圆的综合题目，熟练掌握切线的判定与性质，相似三角形的判定与性质，理解锐角三角函数是解题的关键.

25. 【答案】(1) 3.99

(2) 见解析 (3) 是

【解析】

【分析】(1) 根据二次函数的对称性可知：当 $x = 2$ 时， y 有最大值；

(2) 根据题意，以点 A 为原点， AB 为 x 轴， AD 为 y 轴建立直角坐标系；

(3) 在 $y = -0.2475(x-2)^2 + 3.99$ 中，令 $x = 0.8$ ，求得相应的 y 值，结合其车厢最高点到隧道顶面的距离应大于 0.5 米，从而判断该货车是否能安全通过.

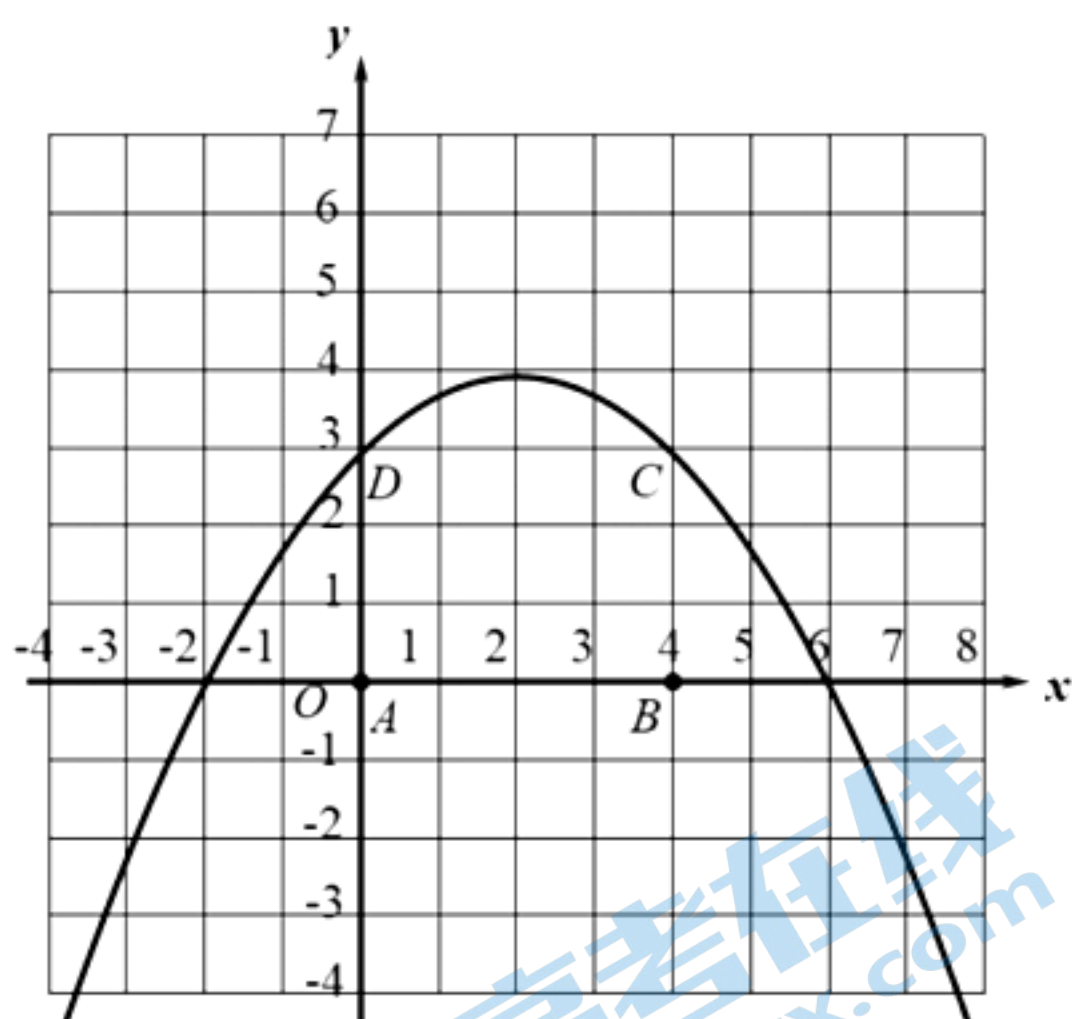
【小问 1 详解】

解：根据二次函数的对称性可知：当 $x = 2$ 时， y 有最大值为 3.99；

故答案为：3.99；

【小问 2 详解】

解：如图，建立直角坐标系，



【小问 3 详解】

解：将 $D(0, 3)$ 代入 $y = a(x-2)^2 + 3.99$ ，得：

$$4a + 3.99 = 3, \text{ 解得: } a = -0.2475,$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -0.2475(x-2)^2 + 3.99$;

在 $y = -0.2475(x-2)^2 + 3.99$ 中，令 $x = 0.8$ ，得：

$$y = -0.2475(0.8-2)^2 + 3.99 = 3.6336,$$

$$3.6336 - 3 = 0.6336 > 0.5$$

$\therefore$ 车厢最高点 to 隧道顶面的距离大于 0.5 米，

$\therefore$ 该货车能安全通过；

故答案为：是。

【点睛】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、理清题中的数量关系、熟练掌握待定系数法是解题的关键。

26. 【答案】(1) $a-1$

(2) $a > -1$

【解析】

【分析】(1) 根据对称轴公式即可求解；

(2) 根据题意得出 $x = -3$ ， $x = 1$ ， $x = -1$ ，根据 $m < n$ ，得出不等式，解不等式即可求解。

【小问 1 详解】

解：抛物线的对称轴为： $x = -\frac{2a-2}{2 \times (-1)} = a-1$ ，

【小问 2 详解】

解： $\because$ 点 $A(-3, m)$ ， $B(x_0, n)$ 在抛物线 $y = -x^2 + (2a-2)x - a^2 + 2a$ ，

当 $x = -3$ 时， $m = -9 - 3(2a-2) - a^2 + 2a = -a^2 - 4a - 3$ ，

$$\therefore AE = EF, \angle AED = \angle FEB,$$

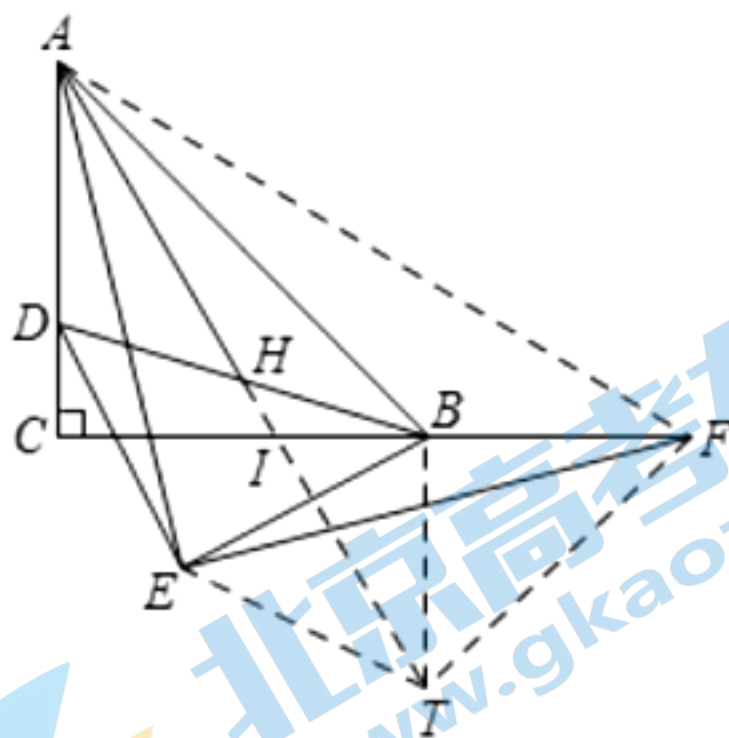
$$\therefore \angle AEB = \angle DEB = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = EF, \text{ 且 } AE \perp EF;$$

【小问2详解】

解: $AE = \sqrt{2}AH$. 理由见解析,

延长 AH 到点 T , 使 $HT = AH$, 连接 BT 、 ET 、 FT 、 AF ,



$$\because H \text{ 为线段 } BD \text{ 的中点}, HT = AH, \angle AHD = \angle THB,$$

$$\therefore \triangle AHD \cong \triangle THB (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = BT, \angle CAT = \angle BTI,$$

$$\because \angle AIC = \angle TIB,$$

$$\therefore \angle ACI = \angle TBI = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle TBF = 90^\circ,$$

$$\therefore BF = AD = BT,$$

$$\because \angle ABT = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ, \angle ABF = 360^\circ - 90^\circ - 135^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle ABT = \angle ABF = 135^\circ,$$

$$\text{又 } \because BT = BF, AB = AB,$$

$$\therefore \triangle ABT \cong \triangle ABF (\text{SAS}),$$

$$\therefore AT = AF,$$

$$\therefore AF = 2AH,$$

由 (1) 得 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AF = \sqrt{2}AE,$$

$$\therefore AE = \sqrt{2}AH.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的判定和性质, 勾股定理, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

28. 【答案】(1) B_1C_1, B_2C_2 ,

$$(2) \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{2}$$

$$(3) m < 5 - \sqrt{3} \text{ 或 } m > 5 + \sqrt{3}$$

【解析】

【分析】(1) 根据定义作 O 关于 l 的对称点，若线段是 $\odot O$ 的弦，则再次对称（依题意定义）即为 $\odot O$ 的弦，据此求解即可；

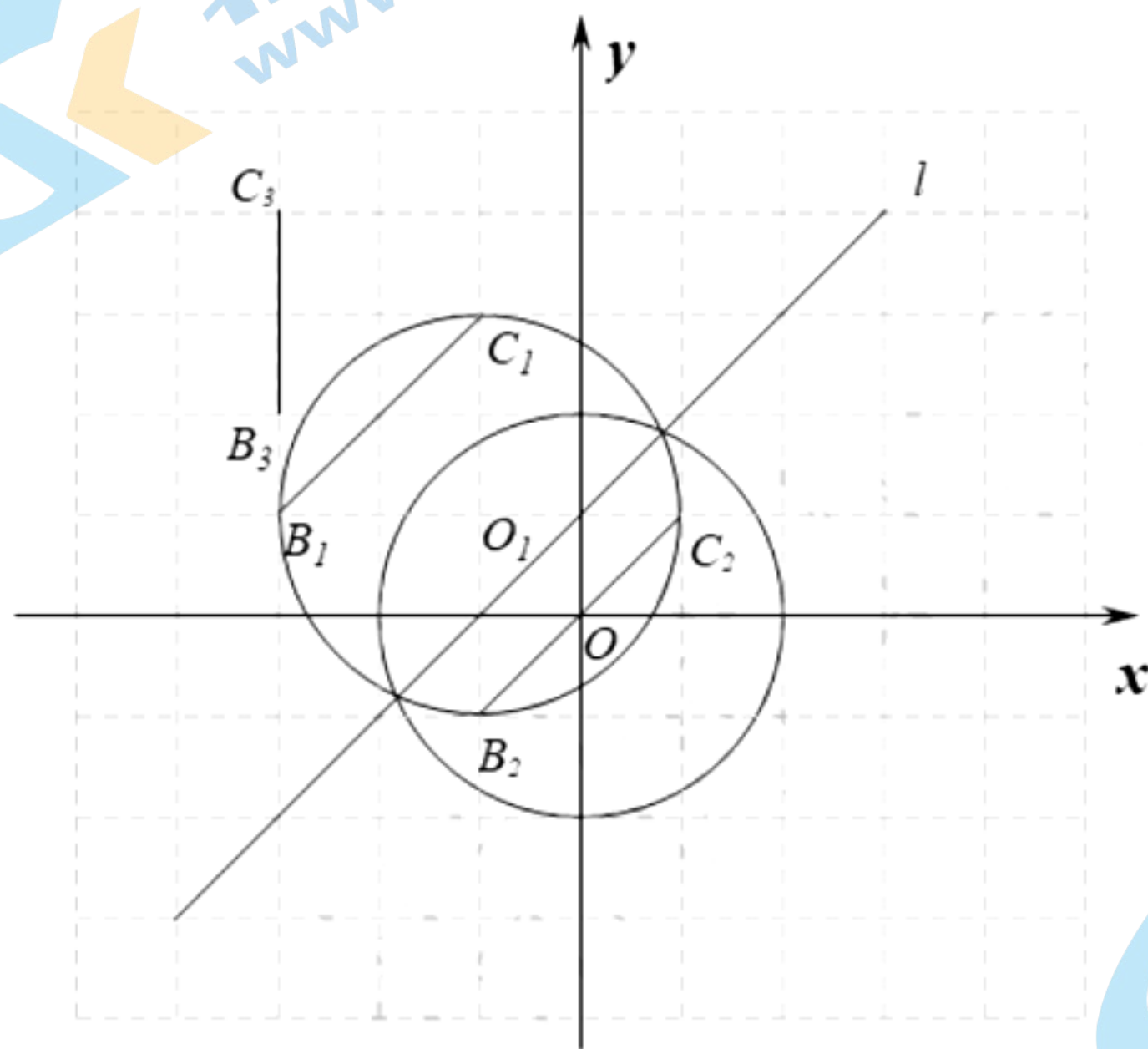
(2) 根据 (1) 的方法，根据等边三角形的对称性，可知 $BC \parallel y$ 轴，设 $\odot O$ 交 y 轴于点 D ， AB 交 O_1D 于点 E ，解 $Rt\triangle AO_1E, Rt\triangle BO_1E$ ，进而求得 AB 的长，即 a 的值；

(3) 根据题意，作 $\odot O_1$ 的切线， PS, PR ，求得直线 PS, PR 解析式，即可求得 m 的取值范围。

【小问 1 详解】

根据定义作 O 关于 l 的对称点，若线段是 $\odot O$ 的弦，则再次对称（依题意定义）即为 $\odot O$ 的弦，如图，

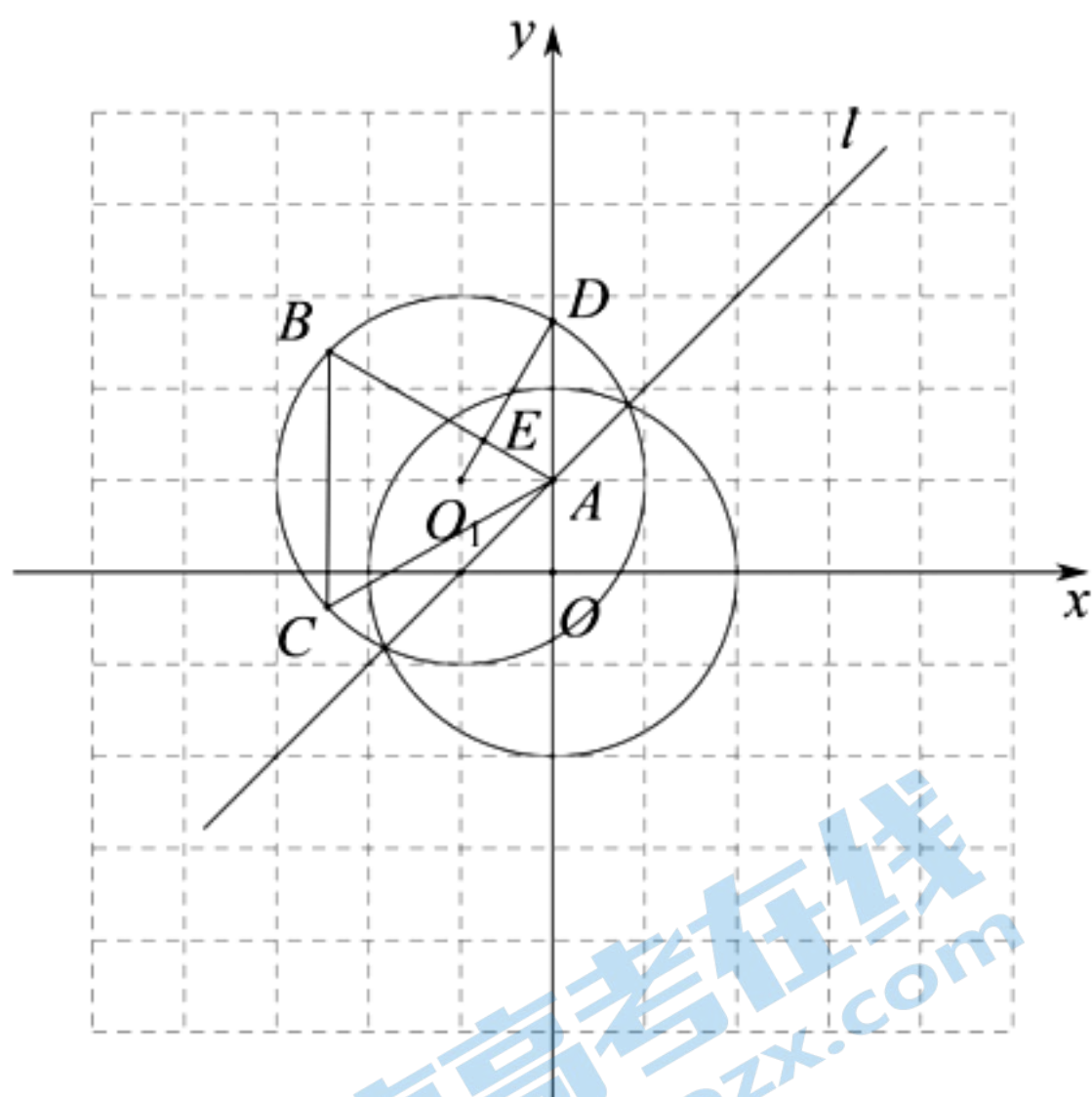
B_1C_1, B_2C_2 是 $\odot O_1$ 的弦， $\odot O_1$ 与 $\odot O$ 关于 l 轴对称，则 B_1C_1, B_2C_2 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”



故答案为： B_1C_1, B_2C_2

【小问 2 详解】

如图，设 $\odot O_1$ 交 y 轴于点 D ， AB 交 O_1D 于点 E ，



$\because \odot O, \odot O_1$ 的半径为 2

$$\therefore O_1D = 2$$

$\because A(0,1), O_1(-1,1)$, 则 $AO_1 = 1$

在 $Rt\triangle O_1AD$ 中, $\cos \angle DO_1A = \frac{O_1A}{O_1D} = \frac{1}{2}$

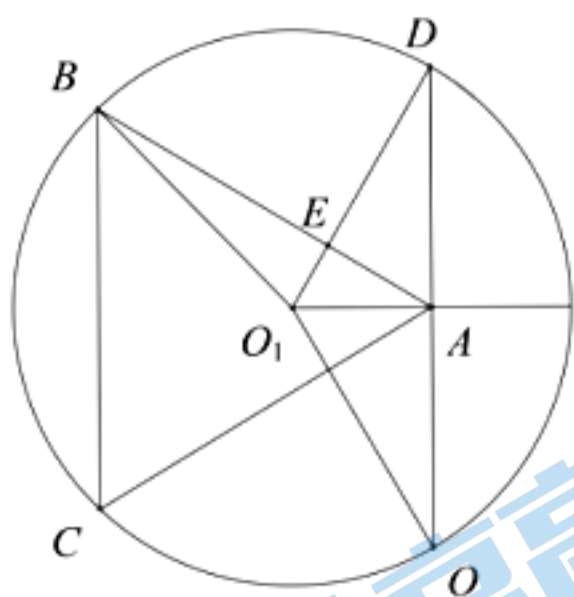
$$\therefore \angle DO_1A = 60^\circ$$

$\therefore AO_1$ 所在直线是等边三角形 $\triangle ABC$ 的对称轴, 则 $\angle O_1AE = 30^\circ$

$$\therefore \angle AEO_1 = 90^\circ$$

$$\therefore AB \perp O_1D$$

$$\therefore AE = AO_1 \cdot \sin \angle EO_1A = AO_1 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad O_1E = O_1A \cdot \cos \angle EO_1A = \frac{1}{2}$$

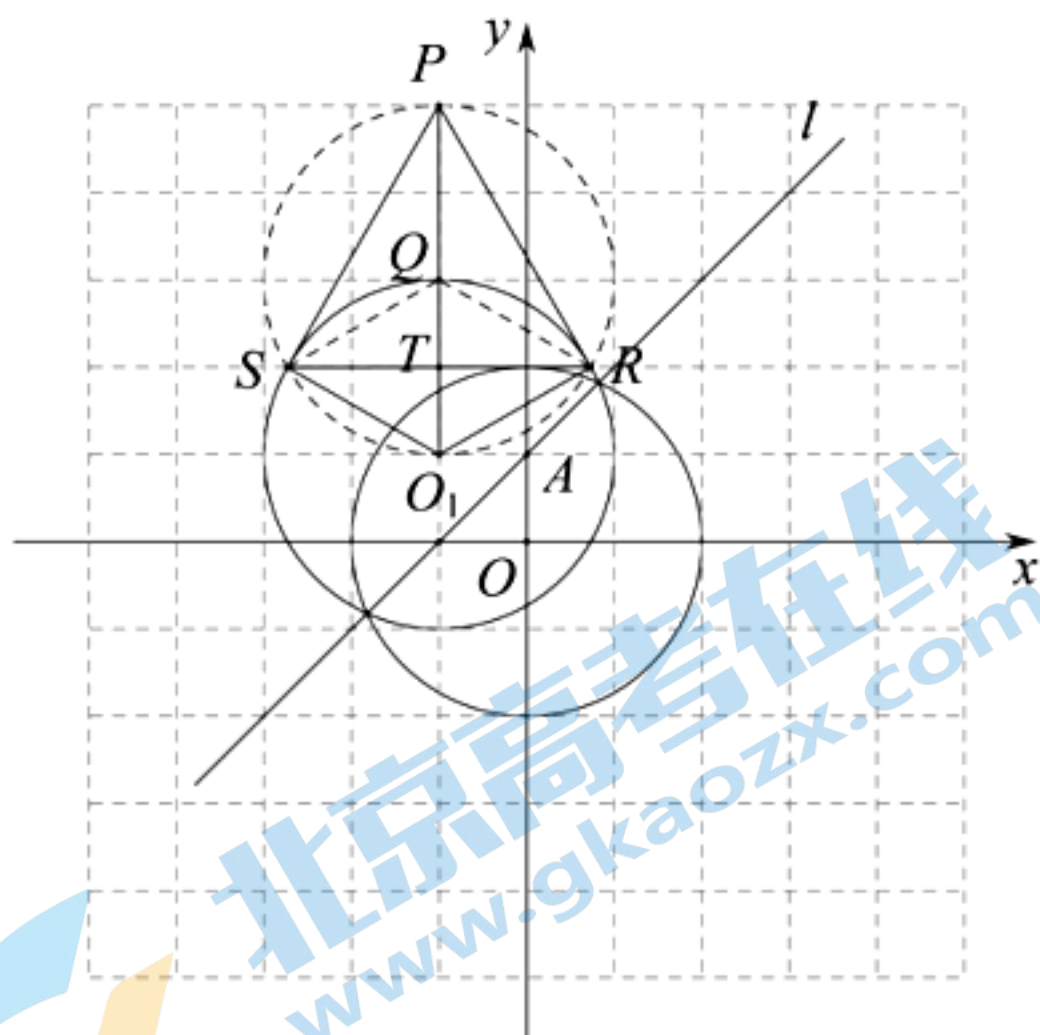


在 $Rt\triangle BO_1E$ 中, $BE = \sqrt{BO_1^2 - O_1E^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$$\therefore AB = AE + EB = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{2}$$

【小问3详解】

如图，过点 P 作 $\odot O_1$ 的切线 PS, PR ， SR 与 O_1P 交于点 T ，取 O_1P 的中点 $Q(-1,3)$ ，连接 QS, QR, SO_1, RO_1 ，



$$\because O_1(-1,1), P(-1,5)$$

$$\therefore PO_1 = 4$$

$$\because \odot O_1 \text{ 的半径为 } 2,$$

$$\because PS \perp O_1S, PR \perp O_1R$$

$$\therefore S, R \text{ 是 } \odot Q \text{ 与 } \odot O_1 \text{ 的交点}$$

$$\therefore QS = 2, QO_1 = O_1S = 2$$

$$\therefore \triangle O_1SQ \text{ 是等边三角形}$$

$$\text{同理 } \triangle QRO_1 \text{ 也是等边三角形}$$

$$\therefore \angle SQR = 120^\circ$$

$$\therefore \angle SPR = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle PSR \text{ 是等边三角形}$$

$$\therefore PR = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore QT = \frac{1}{2}SQ = 1, PT = 3$$

$$\therefore T(-1,2)$$

$$\therefore TS = TR = \sqrt{3}$$

$$\therefore S(-\sqrt{3}-1,2), R(\sqrt{3}-1,2)$$

$$\text{设直线 } PS \text{ 的解析式为 } y = kx + b, PR \text{ 的解析式为 } y = cx + d$$

$$\therefore \begin{cases} 5 = -k + b \\ 2 = -(\sqrt{3} + 1)k + b \end{cases}, \begin{cases} 5 = -c + d \\ 2 = (\sqrt{3} - 1)c + d \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = 5 + \sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} c = -\sqrt{3} \\ d = 5 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 PS 的解析式为 $y = \sqrt{3}x + 5 + \sqrt{3}$ ， PR 的解析式为 $y = -\sqrt{3}x + 5 - \sqrt{3}$

根据定义可知，经过点 $P(-1, 5)$ 的直线上存在以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”，则直线与 $\odot O_1$ 相交，

$\therefore m < 5 - \sqrt{3}$ 或 $m > 5 + \sqrt{3}$

【点睛】本题考查了新定义问题，轴对称的性质，解直角三角形，圆的性质，待定系数法求解析式，等边三角形的性质，勾股定理，切线的性质，理解定义，将圆心对称是解题的关键。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯