

北京十二中 2019-2020 学年度第一学期高一年级数学月考试题

一、选择题

1. 下列说法正确的是( )

- A. 我校爱好足球的同学组成一个集合  
 B.  $\{1, 2, 3\}$  是不大于 3 的自然数组成的集合  
 C. 集合  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  和  $\{5, 4, 3, 2, 1\}$  表示同一个集合

D. 由  $1, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{\frac{1}{4}}$  组成的集合有 5 个元素

2. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x | x^2 < 9\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       B.  $\{1, 2\}$       C.  $\{x | 0 < x < 3\}$       D.  $\{x | -3 < x < 3\}$

3. 命题 “ $\exists x_0 \in R$ , 使得  $x_0^2 - x_0 - 2 < 0$ ” 的否定形式是( )

- A.  $\forall x \in R$ , 都有  $x^2 - x - 2 < 0$       B.  $\exists x_0 \in R$ , 使得  $x_0^2 - x_0 - 2 \geq 0$   
 C.  $\exists x_0 \in R$ , 使得  $x_0^2 - x_0 - 2 > 0$       D.  $\forall x \in R$ , 都有  $x^2 - x - 2 \geq 0$

4. 下列集合中表示同一集合的是( )

- A.  $M = \{(2, 3)\}$ ,  $N = \{(3, 2)\}$       B.  $M = \{2, 3\}$ ,  $N = \{3, 2\}$   
 C.  $M = \{(x, y) | y = x + 1\}$ ,  $N = \{y | y = x + 1\}$       D.  $M = \{y | y = x + 1\}$ ,  $N = \{y | y = x^2 + 1\}$

5. 下列五个写法: ①  $\{0\} \in \{1, 2, 3\}$ ; ②  $\emptyset \subseteq \{0\}$ ; ③  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{2, 3, 1\}$ ; ④  $0 \in \emptyset$ ; ⑤  $\{0\} \cap \emptyset = \emptyset$ . 其中正确写法的个数为( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

6. 下列结论正确的是( )

- A. 若  $ac < bc$ , 则  $a < b$       B. 若  $a^2 < b^2$ , 则  $a < b$   
 C. 若  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ , 则  $a > b$       D. 若  $a > b$ ,  $c < 0$ , 则  $ac < bc$

7. 已知  $-1 \leq a \leq 3$ ,  $2 \leq b \leq 4$ , 则  $2a - b$  的取值范围是( )

- A.  $[-6, 4]$       B.  $[0, 10]$       C.  $[-4, 2]$       D.  $[-5, 1]$

8. 集合  $M = \left\{ y \mid y = \frac{8}{x+3}, x \in N, y \in N \right\}$  的元素个数是( )

- A. 2      B. 4      C. 6      D. 8



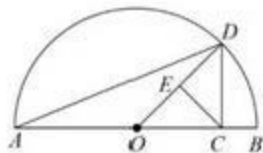
9. 已知命题  $p: \exists x_0 \in R, \text{使得 } x_0^2 + 2ax_0 + a + 2 \leq 0$ , 若命题  $p$  是假命题, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[-1, 2]$       B.  $(-1, 2)$       C.  $(-2, 1)$       D.  $(0, 2]$

10. 已知  $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ , 则  $x(1-4x)$  取最大值时  $x$  的值是 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{8}$       D.  $\frac{1}{10}$

11. 《几何原本》中的几何代数法(以几何方法研究代数问题)成为了后世数学家处理问题的重要依据. 通过这一原理, 很多的代数的公理或定理都能够通过图形实现证明, 也称之为无字证明. 如图所示的图形, 在  $AB$  上取一点  $C$ , 使得  $AC = a$ ,  $BC = b$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$  交圆于  $D$ , 连接  $OD$ , 作  $CE \perp OD$  交  $OD$  于  $E$ . 则下列不等式可以表示  $CD \geq DE$  的是 ( )



- A.  $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b} (a > 0, b > 0)$       B.  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} (a > 0, b > 0)$   
 C.  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} (a > 0, b > 0)$       D.  $a^2 + b^2 \geq 2ab (a > 0, b > 0)$

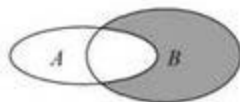
12. 对于集合  $M, N$ , 定义  $M - N = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$ ,  $M * N = (M - N) \cup (N - M)$ , 设

$M = \{y | y = x^2 - 3x\}$ ,  $N = \left\{y \mid y = \frac{1}{x}, x < 0\right\}$ , 则  $M * N = ( )$

- A.  $\left(-\infty, -\frac{9}{4}\right) \cup [0, +\infty)$       B.  $\left[-\frac{9}{4}, 0\right)$   
 C.  $\left[-\frac{9}{4}, 0\right]$       D.  $\left(-\infty, -\frac{9}{4}\right) \cup (0, +\infty)$

## 二、填空题

13. 如图, 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ , 则图中阴影部分表示的集合为 \_\_\_\_\_ (用列举法表示).



14. 不等式  $\frac{2}{x+1} > 3$  的解集是 \_\_\_\_\_.

15. 已知集合  $A = \left\{ x \mid x = \frac{2n+1}{3}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ ,  $B = \left\{ x \mid x = \frac{2\pi}{3} + 1, n \in \mathbb{Z} \right\}$ , 则集合  $A$ 、 $B$  的关系为\_\_\_\_\_.

16. 含有三个实数的集合既可表示成  $\left\{ a, \frac{b}{a}, 1 \right\}$ , 又可表示成  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2018} + b^{2019} =$ \_\_\_\_\_.

17. 设  $a > 1$ ,  $b > 0$ , 若  $a + b = 2$ , 则  $\frac{2}{a-1} + \frac{1}{b}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

18. 若对  $\forall x \in \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ ,  $\exists t \in \{t \mid 1 \leq t \leq 2\}$ , 使得  $x + 2 > t + m$  成立, 则实数  $m$  的取值范围是

\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

19. 已知全集  $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 其中  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 5\}$ .

(1) 求  $A \cap B$  和  $(C_I A) \cup B$ ;

(2) 写出集合  $B$  的所有子集.

20. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x - 10 < 0\}$ ,  $B = \{x \mid a + 1 < x < 2a + 1\}$ .

(1) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $x \in A$  是  $x \in B$  的充分不必要条件, 求实数  $a$  的取值范围.

21. 党的十九大报告指出，建设生态文明是中华民族永续发展的千年大计，而清洁能源的广泛使用将为生态文明建设提供更有力的支撑。沼气作为取之不尽，用之不竭的生物清洁能源，在保护绿水青山方面具有独特功效。通过办沼气带来的农村“厕所革命”，对改善农村人居环境等方面，起到立竿见影的效果。为了积极响应国家推行的“厕所革命”，某农户准备建造一个深为2米，容积为32立方米的长方体沼气池，如果池底每平方米的造价为150元，池壁每平方米的造价为120元，沼气池盖子的造价为3000元，问怎样设计沼气池能使总造价最低？最低总造价是多少元？

22. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + (a-2)x - 2 \geq 0$ ， $a \in R$  解集为  $A$ 。

(1) 若  $A = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ ，求  $a$  的值。

(2) 解关于  $x$  的不等式  $ax^2 + (a-2)x - 2 \geq 0$ ， $a \in R$ 。