昌平区 2020—2021 学年第二学期高二年级期末质量抽测

数 学 试 卷

2021. 7

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

第一部分（选择题 共 50 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

（1）已知全集 $A=\{x|x^2\leqslant 4\}$，$B=\{x\in \mathbf{Z}|x>-1\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1,2\}$　（B）$\{1,2\}$　（C）$\{-1,0,1,2\}$　（D）$\{x|-1<x\leqslant 2\}$

（2）已知 $x,y\in\mathbf{R}$，且 $x>0$，$y>0$，$x+y=2$，那么 xy 的最大值为

（A）$\frac{1}{4}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）1　（D）2

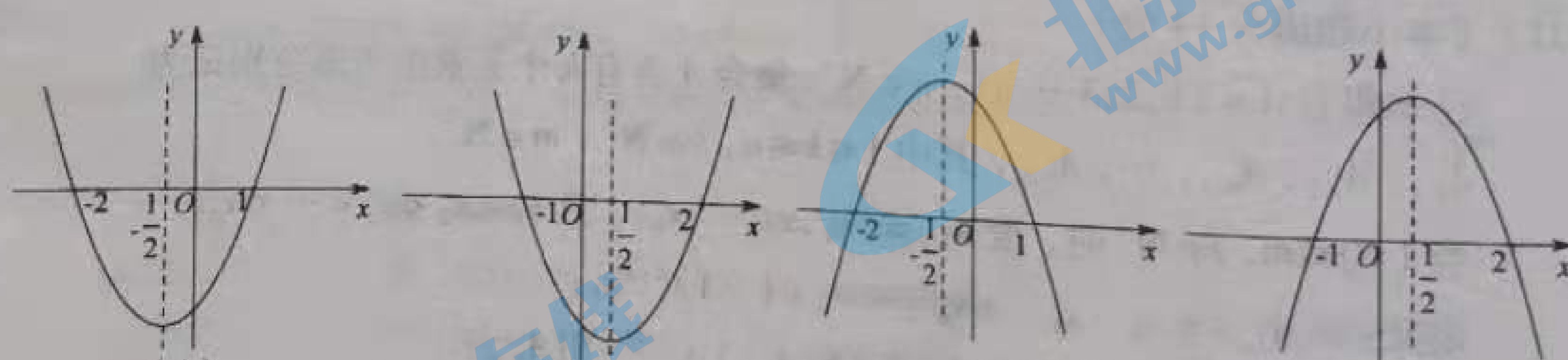
（3）下列函数中，既是偶函数，又在区间 $(0,1)$ 上单调递增的是

（A）$y=1-x^2$　（B）$y=2^{|x|}$　（C）$y=\sqrt{x}$　（D）$y=\ln x$

（4）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5=4$，数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项的和为

（A）4　（B）8　（C）36　（D）72

（5）若不等式 $ax^2-x-c>0$ 的解集为 $\{x|-1<x<\frac{1}{2}\}$，则函数 $f(x)=cx^2-x-a$ 的图象可以为



（A）　（B）　（C）　（D）

（6）为了调查某地区老人是否需要志愿者提供帮助与性别之间的关系，用简单随机抽样的方法从该地区调查了 500 位老年人，结果如表：

	男	女
需要志愿者	40	30
不需要志愿者	160	270

经计算可得 $\chi^2\approx 9.967$. 由 $P(\chi^2\geqslant 6.635)=0.01$，下列结论正确的是：

（A）有 99% 的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别无关

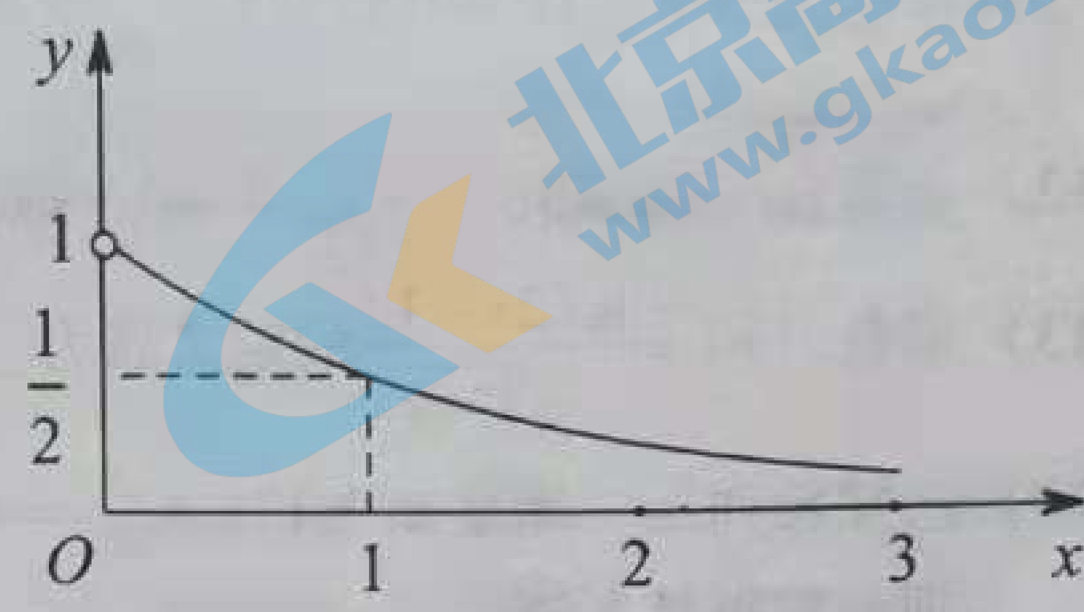
（B）有 99% 的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关

(C) 在犯错误的概率不超过1%的前提下，可以认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别无关

(D) 在犯错误的概率不超过5%的前提下，可以认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别无关

(7) 已知奇函数 $y=\begin{cases}f(x), & x>0,\\ g(x), & x<0\end{cases}$.

如果 $x>0$ 时，$f(x)=a^x(a>0$ 且 $a\neq1)$ 对应的图象如图所示，那么 $x<0$ 时，$g(x)=$



(A) $(\frac{1}{2})^{-x}$

(B) $-(\frac{1}{2})^{x}$

(C) 2^{-x}

(D) -2^{x}

(8) "克拉茨猜想"又称"$3n+1$ 猜想"，是德国数学家洛萨·克拉茨在1950年世界数学家大会上公布的一个猜想：任给一个正整数 n，如果 n 是偶数，就将它减半；如果 n 为奇数就将它乘3加1. 不断重复这样的运算，经过有限步后最终都能够得到1，得到1即终止运算. 已知正整数 k，经过6次运算后得到1，则 k 的值为

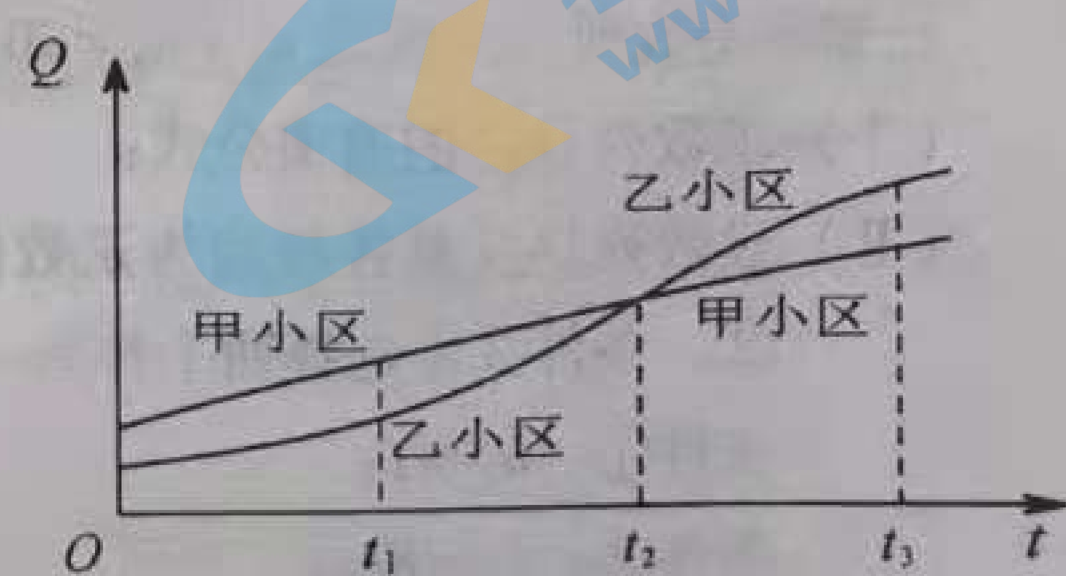
(A) 32　　(B) 32或5　　(C) 64　　(D) 64或10

(9) 设无穷等比数列 $\{a_n\}$，则"$0<a_2<a_1$"是"$\{a_n\}$ 为递减数列"的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(10) 2020年5月1日，北京市开始全面实施垃圾分类，家庭厨余垃圾的分出量不断增加. 已知甲、乙两个小区在 $[0,t]$ 这段时间内的家庭厨余垃圾的分出量 Q 与时间 t 的关系如图所示.



给出下列四个结论：

①在 $[t_1,t_2]$ 这段时间内，甲小区的平均分出量比乙小区的平均分出量大；

②在 $[t_2,t_3]$ 这段时间内，乙小区的平均分出量比甲小区的平均分出量大；

③在 t_2 时刻，甲小区的分出量比乙小区的分出量增长的慢；

④甲小区在 $[0,t_1]$，$[t_1,t_2]$，$[t_2,t_3]$ 这三段时间中，在 $[t_2,t_3]$ 的平均分出量最大.

其中所有正确结论的序号是

(A) ①②　　(B) ②③　　(C) ①④　　(D) ③④

第二部分（非选择题　共 100 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（11）已知全集 $U=\{0,1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{3,4\}$，则 $(\complement_U A)\cup B=$ ______.

（12）命题 p：$\exists x>0$，$x^2+x-1\geqslant 0$，则 $\neg p$：______.

（13）函数 $f(x)=\dfrac{\lg(2x-1)}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为______.

（14）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=17$，$a_{n+1}=a_n-4$，则当 $n=$ ______时，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和取得最大值.

（15）已知函数 $f(x)=xe^{-x}$，则 $f'(1)=$ ______；若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有两个零点，则实数 m 的取值范围是______.

（16）数列 $\{a_n\}$：a_1，a_2，…，a_n，…；$\{b_n\}$：b_1，b_2，…，b_n，….

定义数列 $a_n\&b_n$：a_1，a_2，b_3，a_4，a_5，b_6，a_7，….

①设 $a_n=\begin{cases}-1, & n\text{ 为奇数},\\ 2, & n\text{ 为偶数}\end{cases}$，$b_n=1$，$1\leqslant n\leqslant 29$，则数列 $a_n\&b_n$ 的所有项的和等于______；

②设 $a_n=5n$，$b_n=4n-1$，$1\leqslant n\leqslant 29$，则数列 $a_n\&b_n$ 与 $b_n\&a_n$ 有______个公共项.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

（17）（本小题满分 14 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3+a_5=20$，$a_6=4a_2$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，$c_n=a_n+b_n$，再从条件①、条件②、条件③中选择两个作为一组已知条件，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

条件①：$b_1=1$；

条件②：$b_5=8b_2$；

条件③：$b_2+b_3=6$.

注：如果选择多组条件解答，按第一个解答计分.

(18)（本小题满分 14 分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$.

（Ⅰ）求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

（Ⅱ）求函数$f(x)$在$[-2,2]$上的最大值和最小值.

(19)（本小题满分 14 分）

记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若对于任意的正整数n，都有$S_n=\frac{3}{2}a_n-2n$.

（Ⅰ）求a_1，a_2；

（Ⅱ）设$b_n=a_n+2$，求证：数列$\{b_n\}$是等比数列；

（Ⅲ）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

(20)（本小题满分 14 分）

已知函数$f(x)=\ln x-(a+1)x+1$，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当$a=0$时，求证：$f(x)\leqslant 0$；

（Ⅱ）若函数$g(x)=f(x)+\frac{a}{2}x^2-1$在$x=1$处取得极大值，求实数$a$的取值范围.

(21)（本小题满分 14 分）

已知集合$A=\{1,2,3\cdots,n\}$，$n\in\mathbf{N}^*$. 集合A含有k个元素的子集分别记为

$A_{k,1}$，$A_{k,2}$，$A_{k,3}$，…，$A_{k,m}$，其中$1\leqslant k\leqslant n$，$k\in\mathbf{N}^*$，$m\in\mathbf{N}^*$.

当$1\leqslant j\leqslant m$，$j\in\mathbf{N}^*$时，设$A_{k,j}=\{x_1,x_2,\cdots,x_k\}$，且$x_1<x_2<x_3<\cdots<x_k$.

定义：$S(A_{k,j})=x_k-x_{k-1}+x_{k-2}-\cdots+(-1)^{k+1}x_1$；

$T[k]=S(A_{k,1})+S(A_{k,2})+S(A_{k,3})+\cdots+S(A_{k,m})$.

（Ⅰ）若$n=5$，

(i) 写出满足$S(A_{4,j})=2$的一个集合$A_{4,j}$，并写出j的最大值；

(ii) 求$T[1]+T[2]+T[3]$的值；

（Ⅱ）若存在唯一的$n\in\mathbf{N}^*$，使得$T[1]+T[2]+\cdots+T[n]=1024$，求$n$的值.