

数 学

2019 年 10 月

命题校：54 中 年级：高一科目：数学

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共 3 道大题，24 个小题，满分 100 分，第 II 卷在答题纸上，考试时间 90 分钟 2. 在试卷和答题纸上准确填写班级、姓名、学号。 3. 答案一律填写在答题纸上，在试卷上作答无效。 4. 考试结束，将试卷和答题纸一并交回。
------	--

第 I 卷

一、选择题（3 分*10=30 分）

1. 下列各组对象不能组成集合的是()

- A. 大于 6 的所有整数
- B. 高中数学的所有难题
- C. 被 3 除余 2 的所有整数
- D. 函数 $y = x + 1$ 图象上所有的点

2. 下列函数是偶函数的是 ()

- A. $y = x$
- B. $y = 2x^2 - 3$
- C. $y = \frac{1}{x}$
- D. $y = x^2, x \in [0, 1]$

3. 下列命题中是全称命题并且是真命题的是()

- A. 所有菱形的四条边都相等
- B. 若 $2x$ 为偶数，则任意 $x \in \mathbf{N}$
- C. 若对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，则 $x^2 + 2x + 1 > 0$
- D. π 是无理数

4. 下列各式正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- B. $\sqrt[4]{x^4} = x$
- C. $\sqrt{2^2} = 2$
- D. $a^0 = 1$

5. 与 $y = x$ 是相同的函数为 ()

- A. $y = (\sqrt{x})^2$
- B. $u = \sqrt[3]{v^3}$
- C. $y = \sqrt{x^2}$
- D. $m = \frac{n^2}{n}$

6. 命题“存在 $x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 3x + 4 > 0$ ”的否定是()

- A. 存在 $x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 3x + 4 < 0$
- B. 任意的 $x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 3x + 4 > 0$
- C. 任意的 $x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 3x + 4 \geq 0$
- D. 任意的 $x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 3x + 4 \leq 0$

7. $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则正确的是 ()

- A. $a > b \Rightarrow a - c > b - c$
- B. $a > b \Rightarrow ac > bc$
- C. $a > b \Rightarrow |a| > |b|$
- D. $a > b \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

8. “ $a > b$ ”是 $a^2 > b^2$ 的()

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分又不必要条件

9. 已知函数 $f(x)$ 中，满足对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ 的是()

- A. $f(x) = \frac{1}{x}$ B. $f(x) = (x-1)^2$ C. $f(x) = |x|$ D. $f(x) = x+1$

10. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，则 $f(-2), f(3), f(-\pi)$ 的大小顺序 ()

- A. $f(-\pi) > f(3) > f(-2)$ B. $f(-\pi) > f(-2) > f(3)$
C. $f(-2) > f(3) > f(-\pi)$ D. $f(3) > f(-2) > f(-\pi)$

二、填空题：（3分*8=24分）

11. 函数 $f(x) = 2x + \sqrt{x+1}$ 的定义域为_____.

12. 计算： $(x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}})^6 =$ _____.

13. 已知 $P = \{x | 2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$ ，已知集合 P 中恰有 3 个元素，则整数 $a =$ _____.

14. 已知幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(2, \sqrt{2})$ ，则函数的解析式为_____.

15. 已知 $x > 0$ ，则 $x + \frac{4}{x}$ 在 $x =$ _____ 时取得最小值为_____.

16. 函数 $f(x) = -x^2 + 6x - 10$ 在区间 $[0, 4]$ 的最大值是_____.

17. 下列命题：

- ① 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 必满足 $f(0) = 0$ ；
② $f(x) = (2x+1)^2 - 2(2x-1)$ 既不是奇函数又不是偶函数；
③ 偶函数的图象一定与 y 轴相交；
④ 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上是减函数。其中真命题有_____.

（把你认为正确的命题的序号都填在横线上）.

18. 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上定义两种运算 \oplus 和 \otimes 如下：

\oplus	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

\otimes	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	a
d	a	d	a	d

那么 $b \otimes (a \oplus c) =$ _____.

三、解答题：

19. 计算（每小题 4 分，共 8 分）

- (1) $2\sqrt{3} \times \sqrt[5]{12} \times \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (2) $(2\frac{3}{4})^0 + 2^{-2} \cdot (2\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} - (0.01)^{0.5}$

20. 解下列不等式（每小题 4 分，共 8 分）

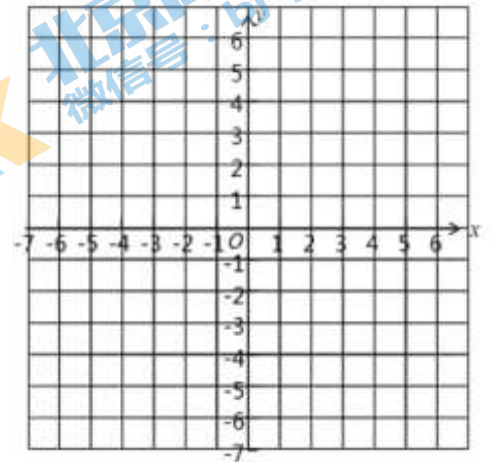
- (1) $x^2 - 2x - 3 > 0$ (2) $-x^2 + 4x - 4 < 0$

21. 已知集合 $A = \{x | 3x - 6 < 0\}$, $B = \{x | 0 < x < 5\}$, $C = \{x | x < a\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$,

求: (1) $A \cap B$; (2) $C_R A \cap B$. (3) 如果 $B \cap C \neq \varnothing$, 求 a 的取值范围. (8分)

22. 已知函数 $f(x) = |x - 1| + 1$.

- (1) 用分段函数的形式表示该函数;
- (2) 画出该函数的图象;
- (3) 写出该函数的值域. (6分)



23. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- (1) 证明 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数;
- (2) 求 $f(x)$ 在 $[1, 4]$ 上的最大值及最小值. (8分)

24. 已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 且 $f(0) = f(2) = 3$.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[2a, a + 1]$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 在区间 $[-1, 1]$ 上, $y = f(x)$ 的图象恒在 $y = 2x + 2m + 1$ 的图象上方, 试确定实数 m 的取值范围. (8分)

第 II 卷

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）.

11. $\{x|x \geq -1\}$ 12. $\frac{x^3}{y^2}$ 13. 6

14. $y = f(x) = \sqrt{x}$ 15. 2, 4; 16. -1

17. ① 18. c

三、解答题

19. 计算（每小题 4 分，共 8 分）

(1) 解：原式 = $2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times (2^2 \cdot 3)^{\frac{1}{6}} \times (\frac{3}{2})^{\frac{1}{3}}$
 $= 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$
 $= 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} \times 2^{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}}$
 $= 6$

解：原式 = $(\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{9}{4})^{-\frac{1}{2}} - (\frac{1}{100})^{\frac{1}{2}}$
 $= 1 + (\frac{1}{4}) \cdot (\frac{2}{3})^{2 \cdot (\frac{1}{2})} - (\frac{1}{10})^{2 \cdot (\frac{1}{2})}$
 $= 1 + (\frac{1}{4}) \cdot (\frac{2}{3}) - (\frac{1}{10})$
 $= \frac{16}{15}$

20. 解下列不等式（每小题 4 分，共 8 分）

(1) $(x+1)(x-3) < 0$
 $-1 < x < 3$
 解集为 $\{x | -1 < x < 3\}$

(2)
 $x^2 - 4x + 4 > 0$
 $(x-2)^2 > 0$
 解集为 $\{x | x \neq 2\}$

21.
 解：∵ $A = \{x | 3x - 6 < 0\}$
 $\therefore A = \{x | x < 2\}$
 又 ∵ $B = \{x | 0 < x < 5\}$
 $\therefore A \cap B = \{x | 0 < x < 2\}$

(2) $\because A = \{x|x < 2\}$

$\therefore C_R A = \{x|x \geq 2\}$

又 $\because B = \{x|0 < x < 5\}$

$\therefore C_R A \cap B = \{x|x > 0\}$

(3) $\because B = \{x|0 < x < 5\}, C = \{x|x < a\}, B \cap C \neq \varnothing$

$\therefore a > 0$

$\therefore \{a|a > 0\}$

22. 解: (1)

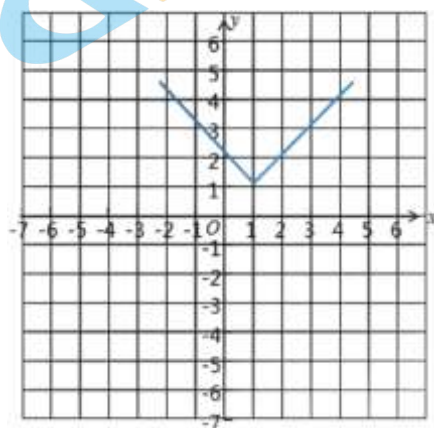
$f(x) = |x - 1| + 1$

$= \begin{cases} x - 1 - 1(x \geq 1) \\ -(x - 1) - 1(x < 1) \end{cases}$

$= \begin{cases} x - 2(x \geq 1) \\ -x(x < 1) \end{cases}$

(2) 如图所示

(3) 由图像可知值域为 $\{y|y \geq 1\}$



23.

设: $\forall x_1, x_2 \in [1, +\infty)$, 且 $\forall x_1 < x_2$

则 $f(x_1) - f(x_2) = (x_1 + \frac{1}{x_1}) - (x_2 + \frac{1}{x_2})$

$= (x_1 - x_2) + (\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$

$= (x_1 - x_2) + (\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2})$

$= (x_1 - x_2) - (\frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2})$

$= (x_1 - x_2)(1 - \frac{1}{x_1 x_2})$

$= (x_1 - x_2)(\frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2})$

$\because 1 \leq x_1 < x_2$

$\therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 1$ 即 $x_1 x_2 - 1 > 0$

$\therefore (x_1 - x_2)(\frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2}) < 0$

即 $f(x_1) - f(x_2) < 0$

$\therefore f(x_1) < f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数

(2) $\because f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数

$\therefore f(x)$ 在 $[1,4]$ 单调递增

\therefore 当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 有最小值为 $f(1) = 2$

当 $x = 4$ 时, $f(x)$ 有最大值为 $f(2) = \frac{17}{4}$

(1) 由题设: $f(x) = a(x-1)^2 + 1$

将 $f(0) = 3$ 代入上得: $3 = a + 1$ 即: $a = 2$

$\therefore f(x) = 2(x-1)^2 + 1$ (或 $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$)

(2) $\because f(x) = 2(x-1)^2 + 1$ 在区间 $[2a, a+1]$ 上不单调

$\therefore \begin{cases} 1 < a+1 \\ 2a < 1 \end{cases}$ 即: $\begin{cases} a > 0 \\ a < \frac{1}{2} \end{cases}$

$\therefore 0 < a < \frac{1}{2}$

(3) 由题可知: $2(x-1)^2 + 1 > x + 2m + 1$

$2x^2 - 4x + 3 > x + 2m + 1$

$2x^2 - 6x + 2 > 2m$

$x^2 - 3x + 1 > m$

即: $m < x^2 - 3x + 1$

设 $g(x) = x^2 - 3x + 1$

对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2}$

$\therefore x \in [-1, 1]$ 时 $g(x)$ 单调递减

$\therefore x = 1$ 时 $g(x)$ 有最小值为 $g(1) = -1$

要使得 $m < x^2 - 3x + 1$, 则 $m < -1$

$\therefore \{x | m < -1\}$

