

2021 北京北大附中高一下期末

数 学

注意事项

1. 考试时间:90 分钟; 满分:100 分。
2. 所有试题答案都写在答题纸的规定位置超出范围无效。
3. 使用黑色字迹的签字笔或钢笔答题, 不得使用铅笔答题。不能使用涂改液、胶带纸、修正带修改。
4. 只呈交答题纸, 试卷自己留存。

I 卷(共 87 分)

一、选择题: 共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 在每小题的四个选项中, 选出符合条件的一项。

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ, AC=2, AB=2\sqrt{3}$, 则 $BC=()$

- A. $\sqrt{10}$ B. 2 C. $2\sqrt{7}$ D. 3

2. 已知复数 $z_1=1+i, z_2=3-2i$, 则复数 $z=z_1+z_2$ 在复平面内所表示的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 如右图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 面对角线条数、体对角线条数、与 AB 异面的棱数分别为()

- A. 8, 4, 5 B. 12, 8, 4
C. 12, 4, 4 D. 8, 8, 4

4. 已知圆锥的轴截面是边长为 1 的等边三角形, 则它的侧面展开图中圆心角大小为()

- A. $\sqrt{2}\pi$ B. $(\sqrt{2}+1)\pi$ C. π D. $\frac{\pi}{2}$

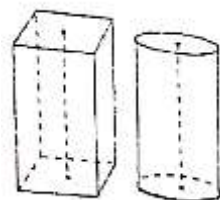
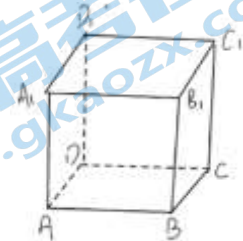
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $a=4, b=5$, 则当 $c=()$ 时,

$\triangle ABC$ 是钝角三角形.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 同为瓶装水, 有些瓶子的下半部分可以大致地看成是正四棱柱(比如某哈哈), 还有一些瓶子的下半部分可以大致地看成是圆柱(比如一层诚信水站的某山泉). 从数学角度来看, 不同的设计各有什么优点呢? 现在考虑两个等高、且均无上底面的圆柱和正四棱柱. 在正四棱柱中装满水后, 再将正四棱柱中的水全部倒入圆柱中, 发现这些水也恰好可以注满圆柱. 则此正四棱柱和圆柱的底面积、表面积的关系为()

- A. 底面积相等、表面积相等; B. 底面积相等、圆柱的表面积小;



C.底面积相等、圆柱的表面积大: D.底面积和表面积都是正四棱柱比较小.

二、填空题: 共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $c=1, b=\sqrt{2}, C=\frac{\pi}{6}$, 则 $B=$ _____.

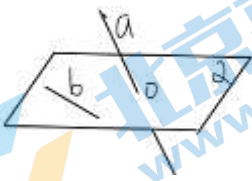
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=7, b=4\sqrt{3}, c=\sqrt{13}$, 则 $\triangle ABC$ 中最小角的大小为_____, $\triangle ABC$ 的面积为_____.

9. 已知 i 为虚数单位, 且复数 z 满足 $|z|=1$. 则 $|z-4i|$ 的最大值为_____.

10. 异面直线的判定方法,

文字语言描述为: 平面的一条交线与面内不经过交点的直线异面;

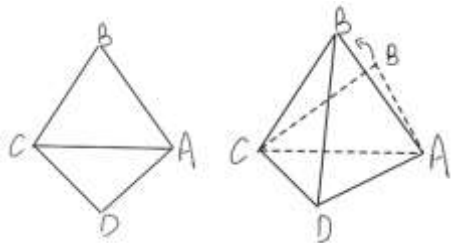
图形语言呈现为:



符号语言表达为: _____, 则直线 a 与 b 异面.

11. 已知正四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面边长为 2, 斜高为 $\sqrt{3}$, 则正四棱锥的体积为_____.

12. 平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC=CA=2, AD=DC, \angle CDA=90^\circ$, 把三角形 ABC 沿 AC 折起, 使得三角形 ABC 所在平面与三角形 ACD 所在平面垂直, 连接 BD , 则直线 BD 与平面 ACD 所成角的余弦值为_____, 点 C 到平面 ABD 的距离为_____.



三、解答题: 共 4 小题, 共 51 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

13. 已知复数 $z=(m^2-m)+mi$ 其中 $m \in \mathbb{R}$,

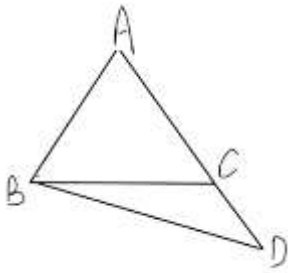
(1) 若已知 z 为纯虚数, 求 m 的值并求 z 的虚部;

(2) 当 $m=2$ 时, 求 $\frac{z}{1-i}$;

(3) 若 $z+|z|=x+3i$, 求实数 m, x 的值.

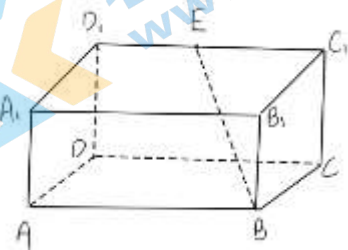
14. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在边 AC 的延长线上, 且 $AC=2CD$, $BD=2\sqrt{7}$, 求

- (1) CD 的长;
- (2) $\sin \angle ABD$;



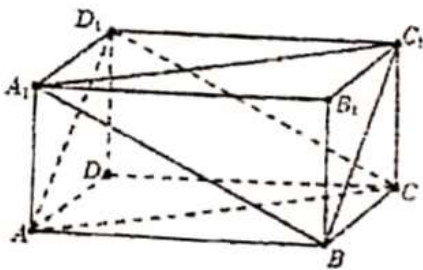
15. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $BC=BB_1=1$,

- (1) 若 E 是 C_1D_1 中点, 则 $EB=$ ____.

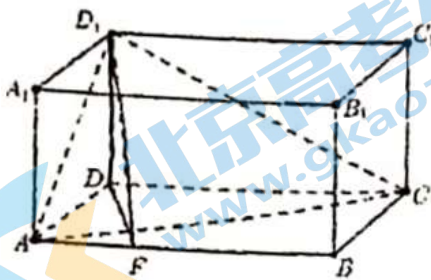


- (2) EB 与 CD 所成角的余弦值为 ____.

- (3) 求证: 面 $A_1C_1B \parallel$ 面 ACD_1 ;



- (4) 如图, 取线段 AB 上靠近点 A 的四等分点 F , 求证: 平面 $DD_1F \perp$ 面 ACD_1 .



16. 已知 $\triangle ABC$ 满足条件 $C = \frac{\pi}{6}$, 试从下列三条件① $a = \sqrt{2}c$. ② $\cos B = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $b = \sqrt{7}$ 中再选出两个,

(1) 若选出的两个条件与条件 $C = \frac{\pi}{6}$ 的组合使得 $\triangle ABC$ 不存在, 则选出的两个条件是_____.

并说明理由.

(2) 若选出的两个条件与条件 $C = \frac{\pi}{6}$ 的组合使得 $\triangle ABC$ 存在且唯一, 则选出的两个条件是_____.

并求 AB 的长度.

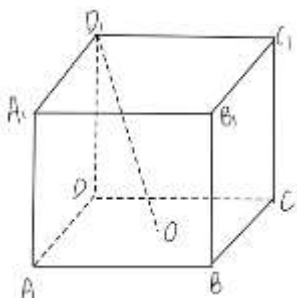
II 卷(共 13 分)

一、选择题: 共 2 小题, 每小题 2 分, 其 4 分在每小题的四个选项中, 选出符合条件的一项.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a\cos B - b\cos A = c$, 则 $\triangle ABC$ 为()三角形.

- A. 锐角 B. 直角 C. 钝角 D. 无法确定

18. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 O 为底面 $ABCD$ 的中心, 点 P 在侧面 BB_1C_1C 的边界及其内部运动, 且 $D_1O \perp OP$, 则 $\triangle D_1C_1P$ 面积的最大值为().

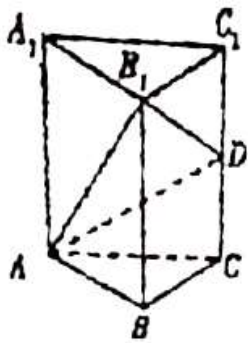


- A. $\sqrt{5}$ B. 2
C. $\sqrt{3}$ D. 1

二、填空题: 共 2 小题, 每小题 2 分, 共 4 分

19. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3$, $b=2\sqrt{6}$, $\angle B=2\angle A$, 则 $\cos A =$ _____, $c =$ _____.

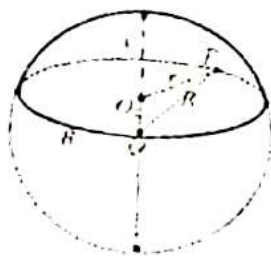
20. 已知 $ABC - A_1B_1C_1$ 是各棱长均等于 a 的正三棱柱, D 是侧棱 CC_1 的中点, 则平面 ABC 与平面 AB_1D 所成角的大小为_____.



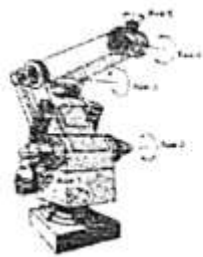
三、解答题(5分).

21.定义：球冠及其高：

球面与一个平面相交，被该平面截得的其中一个部分称为球冠，球与平面垂直的直径被平面分割的两条线段中，与球冠同侧的部分称为该球冠的高(如图)球冠的表面积 $S = 2\pi Rh$ ，其中 h 为球冠的高， R 为球半径。



2021年7月4日，中国天宫空间站宇航员首次执行了出舱活动，其中国首创的太空7轴智能机器臂起到了很好的辅助作用。多轴机器人，是以三维直角坐标系统为基本数学模型的机器人系统，可以完成在局部空间中任意一点的到达，并遵循可控的运动轨迹。机器臂结构中能够独立运动的关节，称为机器臂的轴，轴的数目称为机器臂的自由度。机器臂的空间几何特点是：轴臂末端可沿着固定线路往返运动，这些线路所在直线或平面之间平行或空间夹角为直角。目前工业用机器臂的自由度一般为3-7。



(1) 一种3轴机器臂(如图1)，它的三个轴可以允许机器人沿三个互相垂直的轴的方向进行直线运动，这种机器臂一般被用于简单的搬运工作，例如搬运码头货物的龙门吊和物流仓储立体库房的取货机器人。若该机器臂 x, y, z 轴长分别为 a, b, c 。求：底座固定时机器臂末端手能达到的空间体积。

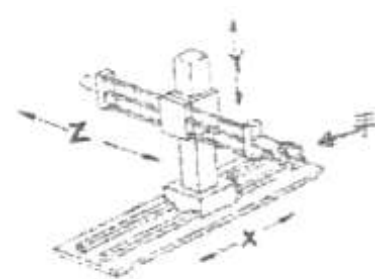


图 1

(2) 一种 2 轴测试用机器臂，结构简化如下(如图 2):第一节轴臂视为线段 OA ,其运动轨迹为以 O 为圆心，半径为 OA 的圆；第二节轴臂视为线段 AB ,其运动轨迹为以 A 为圆心，半径为 AB 的圆，且 $OA \perp AB$,两个圆所在平面互相垂直.若两臂长均为 1，描述机器臂末端点 B 能达到的空间区域特征,绘制出图形，并求出区域的面积.

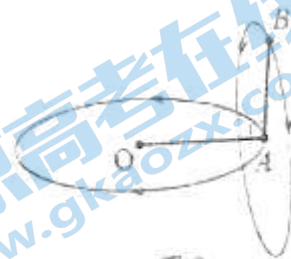


图 2

(3) 一种 3 轴测试用机器臂，结构简化如下(如图 3):第一节轴臂视为线段 OA ,其运动轨迹为以 O 为球心，半径为 OA 的球面；第二节轴臂视为线段 AB ,其运动轨迹为以 A 为圆心，半径为 AB 的圆，且始终保持 $OA \perp AB$ ；第三节轴臂视为线段 BC ,其运动轨迹为以 B 为圆心，半径为 BC 的圆，且始终保持 $AB \perp BC$ ；若三臂长 $OA=a$, $AB=b$, $BC=c$ 且 $a,b,c \in (0,1]$ ，问是否存在数组 b, c ,使得机器臂末端 C 能到达以 O 为球心的单位球体空间任意一点?若能，例举数组 (a, b, c) 并证明之；若不能，说明理由。

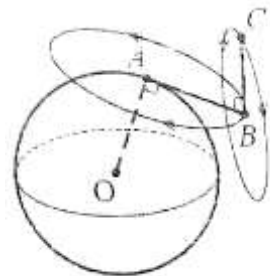


图 3

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: [bjgkzx](https://www.gkaozx.com)

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: [gaokzx2018](https://www.gkaozx.com)