# 石景山区 2020-2021 学年第二学期高一期末试卷

# 数 学

| | |
|---|---|
| 考生须知 | 1．本试卷共 4 页，共三道大题，20 道小题，满分 100 分．考试时间 120 分钟．<br>2．在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名．<br>3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题、作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效． |

**一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求．**

1．复数 $Z=\dfrac{1}{i-1}$ 的模为

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

2．若 $\alpha$ 为第四象限角，则

A．$\cos 2\alpha>0$　　B．$\cos 2\alpha<0$　　C．$\sin 2\alpha>0$　　D．$\sin 2\alpha<0$

3．已知扇形的面积为 $2$，扇形圆心角的弧度数是 $4$，则扇形的周长为

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

4．以角 $\theta$ 的顶点为坐标原点，始边为 $x$ 轴的非负半轴，建立平面直角坐标系，角 $\theta$ 终边过点 $P(2,4)$，则 $\tan\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=$

A．$-3$　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．3

5．下列函数中，最小正周期为 $\pi$ 且图象关于原点对称的函数是

A．$y=\cos(2x+\dfrac{\pi}{2})$　　B．$y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{2})$

C．$y=\sin 2x+\cos 2x$　　D．$y=\sin x+\cos x$

6．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 $60^\circ$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{a}-2\vec{b}|=2$，则 $|\vec{b}|=$

A．4　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

7．欧拉公式为$e^{ix}=\cos x+i\sin x$,(i 是虚数单位)是由瑞士著名数学家欧拉发现的，它将指数函数的定义域扩大到复数，建立了三角函数和指数函数的关系，它在复变函数论里非常重要，被誉为“数学中的天桥”．根据欧拉公式可知，$e^{\frac{\pi}{3}i}$表示的复数所对应的点位于复平面中的

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

8．要得到函数$y=4\sin(4x-\frac{\pi}{3})$的图像，只需要将函数$y=4\sin 4x$的图像

A．向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位　　B．向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位

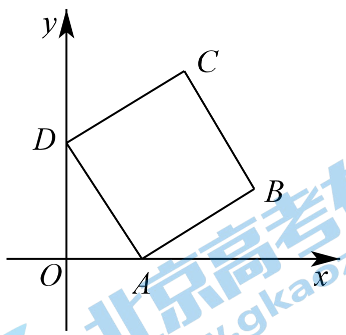
C．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　D．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位

9．已知函数$f(x)=2\sin x+\cos 2x$，则$f(x)$的最大值是

A．$\sqrt{5}$　　B．3　　C．$\frac{3}{2}$　　D．1

10.如图所示，边长为1的正方形$ABCD$的顶点$A$，$D$分别在$x$轴，$y$轴正半轴上移动，则$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$的最大值是

A．2　　B.$1+\sqrt{2}$　　C.3　　D.4



**二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.**

11．函数 $f(x)=\cos^2 2x$ 的最小正周期是 ________.

12．已知向量 $\vec{a}=(-4,3)$ ,$\vec{b}=(6,m)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $m=$ __________.

13．已知 $\tan\alpha=-2$， $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{7}$，则 $\tan\beta$ 的值为________.

14．$\triangle ABC$ 的内角 $A$，B，C 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，若 $2b\cos B=a\cos C+c\cos A$，

则 $B=$_______.

15．设 $f(x)=a\sin 2x+b\cos 2x$，其中 $a,b\in\mathbf{R}$，$ab\neq 0$，若 $f(x)\leqslant\left|f(\dfrac{\pi}{6})\right|$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则对于以下四个结论:

① $f(\dfrac{11\pi}{12})=0$ ；　② $\left|f(\dfrac{7\pi}{10})\right|<\left|f(\dfrac{\pi}{5})\right|$ ；

③ $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数；

④ $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi+\dfrac{\pi}{6},k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right](k\in Z)$.

正确的是_______　(写出所有正确结论的编号).

**三、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分．应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

16.（本小题满分 7 分）

已知平面上三点 $A,B,C$. $\overrightarrow{BC}=(2-k,3)$，$\overrightarrow{AC}=$（2,－4）.

（Ⅰ）若三点 $A,B,C$ 不能构成三角形，求实数 $k$ 应满足的条件；

（Ⅱ）若△ $ABC$ 中角 $C$ 为钝角，求 $k$ 的取值范围.

17．(本小题满分 7 分)

已知 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

（Ⅰ）求 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值；　　（Ⅱ）求 $\cos\left(2\alpha-\dfrac{5\pi}{6}\right)$ 的值.

18．（本小题满分 8 分）

在$\triangle ABC$中，$D$为边$BC$上一点，$AD=6$，$BD=3$，$DC=2$.

（Ⅰ）如图 1，若$\angle ADB=\dfrac{\pi}{2}$，求$\angle BAC$的大小;

（Ⅱ）如图 2，若$\angle ADB=\dfrac{2\pi}{3}$，求$\triangle ABC$的面积.

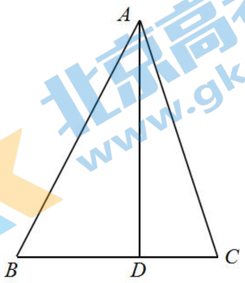



图 1

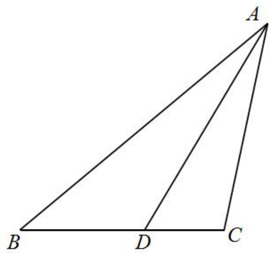



图 2

19．(本小题满分 9 分)

已知函数$f(x)=2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的最小正周期;

（Ⅱ）求函数$f(x)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$上的最小值和最大值.

20．(本小题满分 9 分)

在$\Delta ABC$中，$\cos A=\dfrac{7}{8}$，$c=3$，且$b\neq c$，再从条件①、条件②中选择一个作为已知，求：（Ⅰ）$b$的值;　　（Ⅱ）$\Delta ABC$的面积.

条件①　$\sin B=2\sin A$;

条件②　$\sin A+\sin B=2\sin C$.

*注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.*

# 石景山区 2020—2021 学年第二学期高一期末

# 数学试卷答案及评分参考

**一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | $B$ | $D$ | $C$ | $C$ | $A$ | $D$ | $A$ | $B$ | $C$ | $A$ |

**二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分.**

| 题号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | $\frac{\pi}{2}$ | 8 | 3 | $\frac{\pi}{3}$ | ①③ |

**三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分. 解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

16. (本小题满分 7 分)

解：（Ⅰ）由三点 $A,B,C$ 不能构成三角形，得 $A,B,C$ 在同一直线上，

即向量 $\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 平行，所以 $-4(2-k)-2\times 3=0$，解得 $k=\frac{7}{2}$. ………3 分

（Ⅱ）当角 $C$ 是钝角时，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}<0$， ……………4 分

所以 $2\times(2-k)+3\times(-4)<0$，解得 $k>-4$ . ……………6 分

综上得 $k$ 的取值范围是 $k>-4$ 且 $k\neq\frac{7}{2}$ . ……………7 分

17. (本小题满分 7 分)

解:（Ⅰ）因为 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . ……………1 分

$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4}+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$； ……3 分

（Ⅱ）因为 $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{3}{5}$， ……5 分

所以 $\cos\left(2\alpha-\frac{5\pi}{6}\right)=\cos 2\alpha\cos\frac{5\pi}{6}+\sin 2\alpha\sin\frac{5\pi}{6}=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$.

………7 分

18．(本小题满分 8 分)

解：（Ⅰ）设 $\angle BAD=\alpha$， $\angle CAD=\beta$，

则 $\tan\alpha=\frac{BD}{AD}=\frac{1}{2}$， $\tan\beta=\frac{CD}{AD}=\frac{1}{3}$ . …………1 分

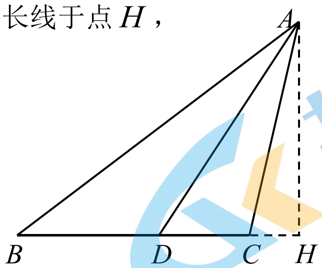
所以 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$ . …………3 分

因为 $\alpha+\beta\in(0,\pi)$，

所以 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$.

即 $\angle BAC=\frac{\pi}{4}$. …………5 分

（Ⅱ）过点 $A$ 作 $AH\perp BC$ 交 $BC$ 的延长线于点 $H$，




因为 $\angle ADB=\frac{2\pi}{3}$，

所以 $\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，

所以 $AH=AD\cdot\sin\frac{\pi}{3}=3\sqrt{3}$； …………6 分

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AH=\frac{15\sqrt{3}}{2}$. …………8 分

19．(本小题满分 9 分)

解：（Ⅰ） $f(x)=2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$

$$=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$$

$$=2(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x)$$

$$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$$ ………………4 分

所以最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$． ………………5 分

（Ⅱ）因为 $\frac{\pi}{2}\le x\le\pi$，

所以 $\frac{7\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{13\pi}{6}$． ………………7 分

所以当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{13\pi}{6}$，即 $x=\pi$ 时，$f(x)_{\max}=1$．

当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$，即 $x=\frac{2}{3}\pi$ 时，$f(x)_{\min}=-2$． …………9 分

20．(本小题满分 9 分)

解：选条件①：$\sin B=2\sin A$．

（Ⅰ）在 $\Delta ABC$ 中，因为 $\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}$，所以 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}=2a$． ………1 分

因为 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，且 $c=3$，$\cos A=\frac{7}{8}$，$b=2a$，所以 $\frac{4a^2+9-a^2}{12a}=\frac{7}{8}$．

化简得 $2a^2-7a+6=0$，解得 $a=2$ 或 $a=\frac{3}{2}$． …………5 分

当 $a=\frac{3}{2}$ 时，$b=2a=3=c$，与题意矛盾．

所以 $a=2$，所以 $b=4$． …………6 分

（Ⅱ）因为 $\cos A=\frac{7}{8}$，$A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\frac{\sqrt{15}}{8}$． …………7 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times\frac{\sqrt{15}}{8}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$. …………9 分

选条件②：$\sin A+\sin B=2\sin C$.

（Ⅰ）在 $\Delta ABC$ 中，因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，所以由 $\sin A+\sin B=2\sin C$

得 $a+b=2c=6$. …………2 分

因为 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，且 $c=3$，$\cos A=\frac{7}{8}$，$a=6-b$，

所以 $\frac{b^2+9-(6-b)^2}{6b}=\frac{7}{8}$.

解得 $b=4$. …………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $b=4$，所以 $a=6-b=2$. …………7 分

因为 $\cos A=\frac{7}{8}$，$A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A=\frac{\sqrt{15}}{8}$. …………8 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times\frac{\sqrt{15}}{8}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$. …………9 分

**（以上解答题，若用其它方法，请酌情给分）**

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。