

2023 北京交大附中初三 12 月月考

数 学

2023.11

班级：_____ 姓名：_____ 考号：_____

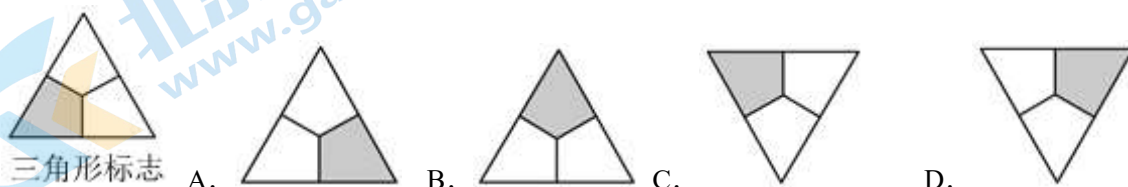
一. 选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 各学科的图形都蕴含着对称美，下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



2. 如图，在平面内将三角形标志绕其中心旋转 180° 后得到的图案（ ）



3. 下列事件中，属于必然事件的是（ ）

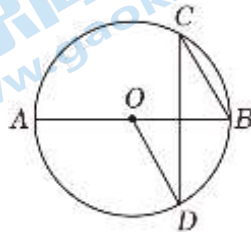
- A. 在一个只装有黑球的箱子里摸到白球
 B. 蒙上眼睛射击正中靶心
 C. 打开电视机，正在播放综艺节目
 D. 在 1 个标准大气压下，水加热到 100 摄氏度沸腾

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - x + c = 0$ ，其中 a, c 在数轴上的对应点如图所示，则这个方程根的情况是（ ）



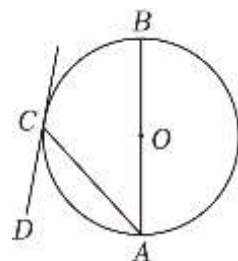
- A. 没有实数根
 B. 有两个相等的实数根
 C. 有两个不相等的实数根
 D. 无法确定

5. 如图所示， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是圆上两点，且 $\angle DCB = 30^\circ$ ，则 $\angle BOD =$ （ ）



- A. 60°
 B. 120°
 C. 30°
 D. 45°

6. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的切线，切点为 C ，连接 AC ，若 $\angle BAC = 40^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数为（ ）



- A. 30°
 B. 40°
 C. 50°
 D. 60°

7. 在一个不透明的盒子里装着除颜色外完全相同的黑、白两种小球共 40 个。小颖做摸球试验，她将盒子里面的球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色后放回，不断重复上述过程，多次试验后，得到表中的数据，并得出了以下四个结论，

则其中正确的结论是（ ）

摸球的次数 n	100	200	300	500	800	1000	3000
-----------	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

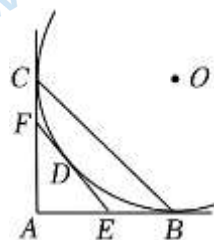
摸到白球的次数 m	70	128	171	302	481	599	1806
摸到白球的频率	0.75	0.64	0.57	0.604	0.601	0.599	0.602

- A. 这个盒子中的白球一定有 28 个
 B. 从该盒子中任意摸出一个小球，摸到白球的概率为 0.6
 C. 试验 1500 次摸到白球的频率比试验 800 次的更接近 0.6
 D. 当试验次数 n 为 2000 时，摸到白球的次数 m 一定等于 1200

8. 如图，过点 A 作 $\odot O$ 的切线 AB, AC ，切点分别是 B, C ，连接 BC 。

过 \widehat{BC} 上一点 D 作 $\odot O$ 的切线，交 AB, AC 于点 E, F 。若 $\angle A = 90^\circ$ ，
 $\triangle AEF$ 的周长为 4，则 BC 的长为 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

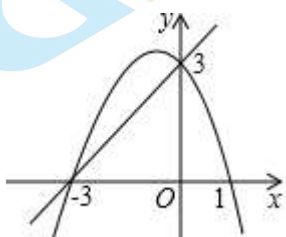


二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

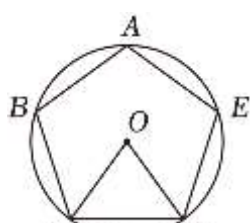
9. 若点 $M(1, 2), N(5, 2)$ 在抛物线 $y = (x - h)^2 + k$ 上, 则 h 的值为_____.

10. 二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象如图所示, 则满足 $ax^2 + bx + c > mx + n$ 的 x 的取值范围是_____.

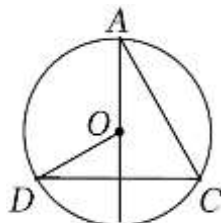
11. 如图, 正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$, 连接 OC, OD , 则 $\angle COD =$ _____.



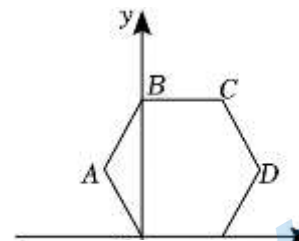
第 10 题



第 11 题



第 12 题



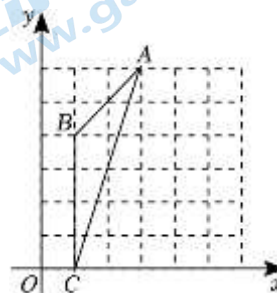
第 14 题

12. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, $CD \perp AB$, $\angle ACD = 60^\circ$, $OD = 2$, 那么 DC 的长等于_____.

13. 关于 x 的一元二次方程 $(a - 2)x^2 + x + a^2 - 4 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为_____.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 正六边形 $OABCDE$ 的边长是 4, 则它的内切圆圆心 M 的坐标_____.

15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(3, 6), B(1, 4), C(1, 0)$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心_____.



第 15 题

16. 某跨学科综合实践小组准备购买一些盒子存放实验材料. 现有 A, B, C 三种型号的盒子, 盒子容量和单价如表所示:

盒子型号	A	B	C
盒子容量/升	2	3	4
盒子单价/元	5	6	9

其中 A 型号盒子做促销活动：购买三个及三个以上可一次性返现金 4 元，现有 28 升材料需要存放且每个盒子要装满材料。

(1) 若购买 A, B, C 三种型号的盒子的个数分别为 2, 4, 3, 则购买费用为 _____ 元;

(2) 若一次性购买所需盒子且使购买费用不超过 58 元, 则购买 A, B, C 三种型号的盒子的个数分别为 _____。(写出一种即可)

三. 解答题 (共 68 分, 第 18、19、24、25 题每题 6 分, 第 17、20~23、25 每题 5 分, 第 27~28 每题 7 分)

17. 在一个不透明的口袋里装有若干个相同的红球, 为了估计袋中红球的数量, 八(1)班学生在数学实验室分组做摸球试验: 每组先将 10 个与红球大小形状完全相同的白球装入袋中, 搅匀后从中随机摸出一个球并记下颜色, 再把它放回袋中, 不断重复. 下表是这次活动统计汇总各小组数据后获得的全班数据统计表:

摸球的次数 s	150	300	600	900	1200	1500
摸到白球的频数 n	63	a	247	365	484	606
摸到白球的频率 $\frac{n}{s}$	0.420	0.410	0.412	0.406	0.403	b

(1) 按表格数据格式, 表中的 $a =$ _____; $b =$ _____;

(2) 请估计: 当次数 s 很大时, 摸到白球的频率将会接近 _____ (精确到 0.1);

(3) 请推算: 摸到红球的概率是 _____ (精确到 0.1);

(4) 试估算: 这一个不透明的口袋中红球有 _____ 个.

18. 已知: $\odot O$ 和圆外一点 P , 求作: 过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

作法: ①作射线 PO , 交 $\odot O$ 于点 M, N ;

②以 P 为圆心, PO 为半径作 $\odot P$, 以 O 为圆心,

MN 的长为半径画弧交 $\odot P$ 于点 A ;

③连接 PA, OA, OA 交 $\odot O$ 于点 B ;

④作直线 PB .

所以直线 PB 为 $\odot O$ 的切线.

(1) 使用直尺和圆规进行尺规作图, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because OA = MN, OB = OM,$

$$\therefore OB = \frac{1}{2} OA.$$

$\because PO = PA,$

$\therefore PB \perp OA.$ (_____) (填推理的依据)

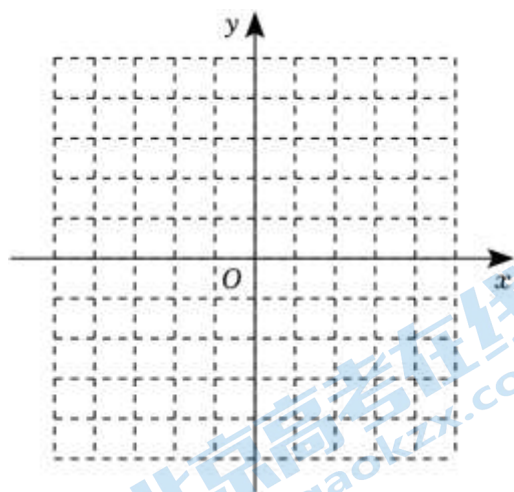
\therefore 半径 $OB \perp BP.$

\therefore 直线 PB 为 $\odot O$ 的切线. (_____) (填推理的依据)

19. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3.$



- (1) 二次函数 $y=x^2 - 4x+3$ 图象与 x 轴的交点坐标是 _____, y 轴的交点坐标是 _____, 顶点坐标是 _____;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出二次函数 $y=x^2 - 4x+3$ 的图象;
- (3) 当 $1 < x < 4$ 时, 结合函数图象, 直接写出 y 的取值范围 _____.



20. “圆”是中国文化的一个重要精神元素, 在中式建筑中有着广泛的应用, 例如古典园林中的门洞. 如图1, 其数学模型为如图2所示. 园林中的一个圆弧形门洞的地面跨径 $AB=1$ 米, D 为圆上一点, $DC \perp AB$ 于点 C , 且 $CD=BC=0.7$ 米, 则门洞的半径是多少?



图1

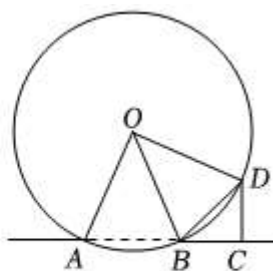
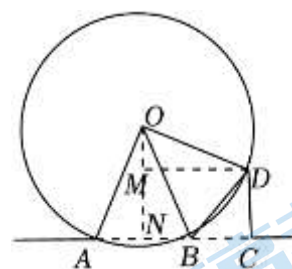
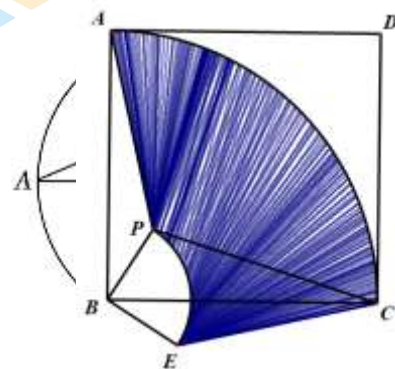


图2



21. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中有一点 P , 连接 AP 、 BP , 旋转 $\triangle APB$ 到 $\triangle CEB$ 的位置.

- (1) 若正方形的边长是 10, $PB=4$. 则阴影部分面积为 _____;
- (2) 若 $PB=4$, $PA=7$, $\angle APB=135^\circ$, 求 PC 的长.



22. 如图, AB 是半径为 5 的 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 是 $\odot O$ 上的点, 且 $OD \parallel BC$, AC 分别与 BD 、 OD 相交于点 E 、 F .

- (1) 求证: 点 D 为 \widehat{AC} 的中点;
- (2) 若 $CB=4$, 求 DF 的长;

23. 人工智能是数字经济高质量发展的引擎，也是新一轮科技革命和产业变革的重要驱动。人工智能市场分为决策类人工智能，人工智能机器人，语音类人工智能，视觉类人工智能四大类型，将四个类型的图标依次制成 A, B, C, D 四张卡片（卡片背面完全相同），将四张卡片背面朝上洗匀放置在桌面上。



A. 决策类人工智能



B. 人工智能机器人



C. 语音类人工智能



D. 视觉类人工智能

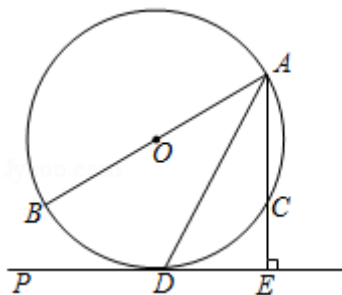
(1) 随机抽取一张，抽到决策类人工智能的卡片的概率为_____；

(2) 从中随机抽取一张，记录卡片的内容后放回洗匀，再随机抽取一张，请用列表或画树状图的方法求抽取到的两张卡片内容一致的概率。

24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上的点， P 是 $\odot O$ 外一点， $AC \perp PD$ 于点 E ， AD 平分 $\angle BAC$ 。

(1) 求证： PD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $DE = \sqrt{3}$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，求 $\odot O$ 的半径。



25. 中新社上海 3 月 21 日电（记者缪璐）21 日在上海举行的 2023 年全国跳水冠军赛女子单人 10 米跳台决赛中，陈芋汐以 416.25 分的总分夺得冠军，全红婵位列第二，掌敏洁获得铜牌。在精彩的比赛过程中，全红婵选择了一个极具难度的 207C（向后翻腾三周半抱膝）。如图 2 所示，建立平面直角坐标系 xOy 。如果她从点 $A(3, 10)$ 起跳后的运动路线可以看作抛物线的一部分，从起跳到入水的过程中，她的竖直高度 y （单位：米）与水平距离 x （单位：米）近似满足函数关系式 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a < 0$)。



图1

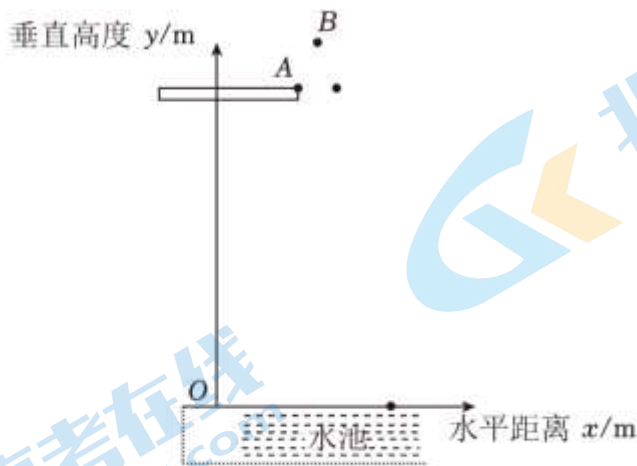


图2

(1) 在平时训练完成一次跳水动作时，全红婵的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	3	3.5	4	4.5
竖直高度 y/m	10	10	k	10	6.25

根据上述数据，直接写出 k 的值为_____，直接写出满足的函数关系式：_____；

(2) 比赛当天的某一次跳水中, 全红婵的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -5x^2 + 40x - 68$, 记她训练的入水点的水平距离为 d_1 ; 比赛当天入水点的水平距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”);

(3) 在(2)的情况下, 全红婵起跳后到达最高点 B 开始计时, 若点 B 到水平面的距离为 c , 则她到水面的距离 y 与时间 t 之间近似满足 $y = -5t^2 + c$, 如果全红婵在达到最高点后需要 1.6 秒的时间才能完成极具难度的 270C 动作, 请通过计算说明, 她当天的比赛能否成功完成此动作?

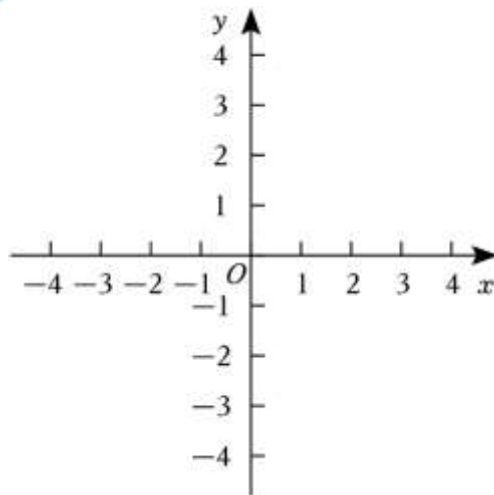
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 过点 $(2, 1)$.

(1) 求 b (用含 a 的式子表示);

(2) 抛物线过点 $M(-2, m)$, $N(1, n)$, $P(3, p)$,

①证明: $(m - 1)(n - 1) < 0$;

②若 M, N, P 恰有两个点在 x 轴上方, 求 a 的取值范围.



27. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在射线 BC 上 (不与点 B, C 重合), 连接 DB, DE , 将 DE 绕点 E 逆时针旋转 90° 得到 EF , 连接 BF .

(1) 如图 1, 点 E 在 BC 边上.

①依题意补全图 1;

②若 $AB = 6, EC = 2$, 求 BF 的长;

(2) 如图 2, 点 E 在 BC 边的延长线上, 用等式表示线段 BD, BE, BF 之间的数量关系.

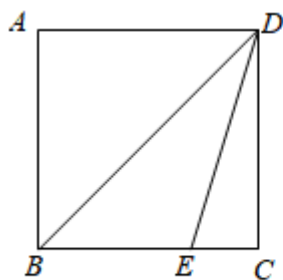


图 1

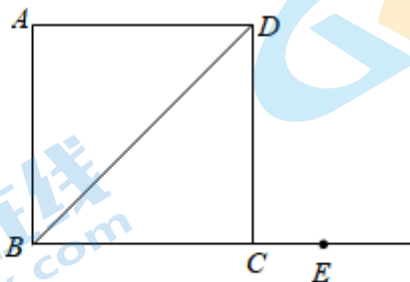


图 2

28.定义：对于一次函数 $y_1=ax+b$ 、 $y_2=cx+d$ ，我们称函数 $y=m(ax+b)+n(cx+d)$ ($ma+nc \neq 0$) 为函数 y_1 、 y_2 的“组合函数”。

(1) 若 $m=3$ ， $n=1$ ，试判断函数 $y=5x+2$ 是否为函数 $y_1=x+1$ 、 $y_2=2x-1$ 的“组合函数”，并说明理由；

(2) 设函数 $y_1=x-p-2$ 与 $y_2=-x+3p$ 的图象相交于点 P 。

①若 $m+n>1$ ，点 P 在函数 y_1 、 y_2 的“组合函数”图象的上方，求 p 的取值范围；

②若 $p \neq 1$ ，函数 y_1 、 y_2 的“组合函数”图象经过点 P 。是否存在大小确定的 m 值，对于不等于 1 的任意实数 p ，都有“组合函数”图象与 x 轴交点 Q 的位置不变？若存在，请求出 m 的值及此时点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

参考答案

一. 选择题 (共 8 小题)

1. C. 2. D. 3. D. 4. C.
5. A. 6. C. 7. B. 8. B.

二. 填空题 (共 8 小题)

9. 3 10. $-3 < x < 0$ 11. 72° 12. $2\sqrt{3}$.
13. -2. 14. $(2, 2\sqrt{3})$ 15. $(5, 2)$.

16. 61; 2, 8, 0 或 4, 4, 2 或 3, 6, 1 或 5, 6, 0 或 0, 8, 1

三. 解答题 (共 12 小题)

17. (1) 解: 如图所示.

(2) 证明: $\because OA = MN, OB = OM,$

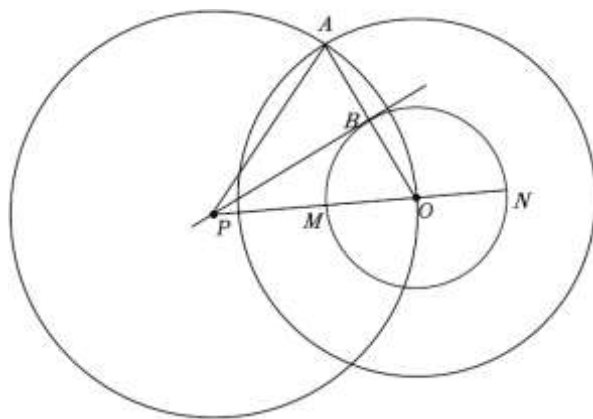
$$\therefore OB = \frac{1}{2}OA.$$

$\because PO = PA,$

$\therefore PB \perp OA.$ (等腰三角形三线合一)

\therefore 半径 $OB \perp BP.$

\therefore 直线 PB 为 $\odot O$ 的切线. (经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线)



18. 解: (1) $a = 300 \times 0.41 = 123, b = 606 \div 1500 = 0.404;$

(2) 当次数 s 很大时, 摸到白球的频率将会接近 0.40;

(3) 摸到红球的概率是 $1 - 0.4 = 0.6;$

(4) 设红球有 x 个, 根据题意得: $\frac{x}{x+10} = 0.6,$ 解得: $x = 15;$

19. 解: (1) $(1, 0), (3, 0); (0, 3); (2, -1);$

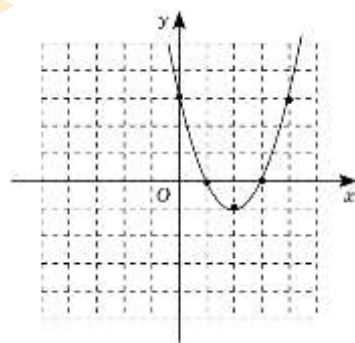
(2) 由 (1) 可画图象如下:

(3) 由题意, 当 $x = 2$ 时抛物线有最小值 $y = -1;$

当 $x = 4$ 时, $y = 3;$

当 $x = 1$ 时, $y = 0,$

由图象可知, 当 $1 < x < 4$ 时, $-1 \leq y < 3.$



20. 解: 过 O 作 $ON \perp AB$ 于 N , 过 D 作 $DM \perp ON$ 于 M , 由垂径定理得 $AN = BN = \frac{1}{2}AB = 0.5$ (米), 再证四边形 $DCNM$ 是矩形, 则 $MN = CD = 0.7$ 米, $DM = CN = BC + BN = 1.2$ (米), 设该圆的半径长为 r 米, 然后由题意列出方程或方程组, 解方程 (组) 可得 $r = 1.3$ 米.

21. 解：(1) ∵把 $\triangle APB$ 旋转到 $\triangle CEB$ 的位置，

$$\therefore \triangle APB \cong \triangle CEB,$$

$$\therefore BP = BE, \angle ABP = \angle EBC,$$

以 B 为圆心， BP 画弧交 AB 于 F 点，如图，

$$\therefore \text{扇形 } BFP \text{ 的面积} = \text{扇形 } BEQ,$$

$$\therefore \text{图形 } ECQ \text{ 的面积} = \text{图形 } AFP \text{ 的面积},$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } BAC} - S_{\text{扇形 } PBE} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 10^2}{360} - \frac{90 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} = 21\pi;$$

(2) 连 PE ,

$$\therefore \triangle APB \cong \triangle CEB,$$

$$\therefore BP = BE = 4, \angle ABP = \angle EBC, PA = EC = 7, \angle BEC = \angle APB = 135^\circ,$$

∴ $\triangle PBE$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle BEP = 45^\circ, PE = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle PEC = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore PC = \sqrt{PE^2 + EC^2} = \sqrt{32 + 49} = 9.$$

22. (1) 证明：∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle OFA = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp AC,$$

∵ OD 为半径，

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}, \text{ 即点 } D \text{ 为 } \widehat{AC} \text{ 的中点};$$

(2) 解：∵ $OD \perp AC$ ， OD 为半径

$$\therefore AF = CF,$$

而 $OA = OB$,

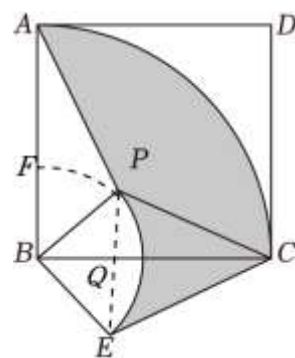
$$\therefore OF \text{ 为 } \triangle ACB \text{ 的中位线},$$

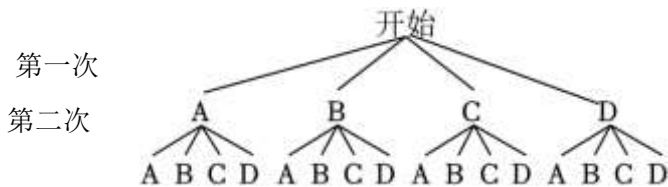
$$\therefore OF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore DF = OD - OF = 5 - 3 = 2;$$

23. 解：(1) $\frac{1}{4}$;

(2) 解：根据题意画图如下：





共有 16 种等可能结果，其中抽取到的两张卡片内容一致的结果有 4 种，

$$\therefore P(\text{抽取到的两张卡片内容一致}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$$

24. (1) 证明：连接 OD ，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle DAE$ ，

$\therefore OA = OD$ ，

$\therefore \angle ODA = \angle OAD$ ，

$\therefore \angle ODA = \angle DAE$ ，

$\therefore OD \parallel AE$ ，

$\therefore AC \perp PD$ ，

$\therefore \angle AEP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ODP = \angle AEP = 90^\circ$ ，

$\therefore OD \perp PE$ ，

$\therefore OD$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore PD$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解：连接 BD ，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle DAE = 30^\circ$ ，

$\therefore AC \perp PE$ ， $DE = \sqrt{3}$ ，

$\therefore AD = 2DE = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore AB = 2BD$ ，

设 $BD = x$ ， 则 $AB = 2x$ ，

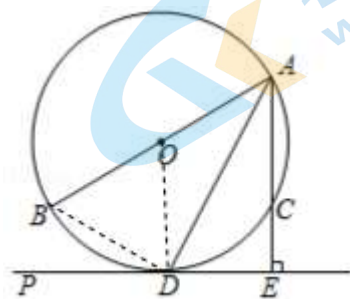
$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$ ，

$\therefore x^2 + (2\sqrt{3})^2 = (2x)^2$ ，

$\therefore BD = 2$ ， $AB = 4$ ，

$\therefore AO = 2$ ，

$\therefore \odot O$ 的半径为 2.



25. 解：(1) 由表格可知，图象过点 $(3, 10)$ ， $(4, 10)$ ， $(4.5, 6.25)$ ，

$$\therefore h = \frac{3+4}{2} = 3.5,$$

$$\therefore y = a(x - 3.5)^2 + k,$$

$$\therefore \begin{cases} a(3-3.5)^2 + k = 10 \\ a(4.5-3.5)^2 + k = 6.25 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = -5 \\ k = 11.25 \end{cases},$$

$$\therefore y = -5(x - 3.5)^2 + 11.25;$$

$$(2) d_1 < d_2,$$

$$(3) y = -5x^2 + 40x - 68 = -5(x - 4)^2 + 12,$$

$$\therefore B(4, 12),$$

$$\therefore c = 12,$$

$$\therefore y = -5t^2 + 12,$$

$$\text{当 } t = 1.6 \text{ 时, } y = -5 \times 1.6^2 + 12 = -0.8,$$

$$\because -0.8 < 0,$$

即她在水面上无法完成此动作,

\therefore 她当天的比赛不能成功完成此动作.

26. 解: (1) 将 (2, 1) 代入抛物线表达式得: $1 = 4a + 2b + 1$,

解得: $b = -2a$;

(2) 由 (1) 得, 抛物线的表达式为: $y = ax^2 - 2ax + 1$,

则抛物线的对称轴为直线 $x = 1$,

将点 M 、 N 、 P 的坐标代入抛物线表达式得:

$$m = 4a + 4a + 1 = 8a + 1, n = -a + 1, p = 3a + 1,$$

$$\textcircled{1} (m - 1)(n - 1) = 8a \times (-a) = -8a^2 < 0,$$

故答案为: $<$;

$\textcircled{2}$ 当 $a > 0$ 时,

由点 M 、 N 、 P 的坐标知, 点 N 的函数值最小, 则方,

$$\text{即 } 3a + 1 > 0 \text{ 且 } -a + 1 \leq 0,$$

解得: $a \geq 1$;

当 $a < 0$ 时,

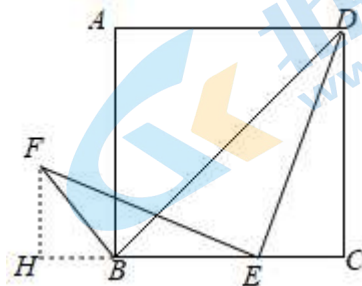
同理可得: 点 N 、 P 在 x 轴上方,

$$\text{即 } 3a + 1 > 0 \text{ 且 } 8a + 1 \leq 0,$$

$$\text{解得: } -\frac{1}{3} < a \leq -\frac{1}{8};$$

综上所述, $-\frac{1}{3} < a \leq -\frac{1}{8}$ 或 $a \geq 1$.

27. 解 (1) 图形如图所示.



点 M 、 P 在 x 轴上

过点 F 作 $FH \perp CB$ ，交 CB 的延长线于 H ，

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore CD=AB=6$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

$\because \angle DEF=\angle C=90^\circ$ ，

$\therefore \angle DEC+\angle FEH=90^\circ$ ， $\angle DEC+\angle EDC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle FEH=\angle EDC$ ，

在 $\triangle DEC$ 和 $\triangle EFH$ 中，

$$\begin{cases} \angle H=\angle C=90^\circ \\ \angle FEH=\angle EDC \\ EF=DE \end{cases}$$

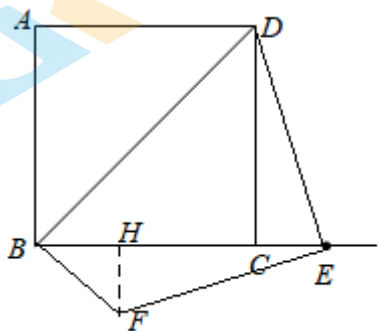
$\therefore \triangle DEC \cong \triangle EFH$ (AAS)，

$\therefore EC=FH=2$ ， $CD=BC=EH=6$ ，

$\therefore HB=EC=2$ ，

\therefore Rt $\triangle FHB$ 中， $BF=\sqrt{FH^2+BH^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ 。

(2) 结论： $BF+BD=\sqrt{2}BE$ 。



理由：过点 F 作 $FH \perp CB$ ，交 CB 于 H ，

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore CD=AB=6$ ， $\angle DCE=90^\circ$ ，

$\because \angle DEF=\angle DCE=90^\circ$ ，

$\therefore \angle DEC+\angle FEH=90^\circ$ ， $\angle DEC+\angle EDC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle FEH=\angle EDC$ ，

在 $\triangle DEC$ 和 $\triangle EFH$ 中，

$$\begin{cases} \angle FHE=\angle DCE=90^\circ \\ \angle FEH=\angle EDC \\ EF=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DEC \cong \triangle EFH$ (AAS)，

$\therefore EC=FH$ ， $CD=BC=EH$ ，

$\therefore HB=EC=HF$ ，

$\therefore \triangle DCB$ 和 $\triangle BHF$ 都是等腰直角三角形，

$$\therefore BD = \sqrt{2}BC = \sqrt{2}HE, BF = \sqrt{2}BH,$$

$$\therefore HE + BH = BE,$$

$$\therefore BF + BD = \sqrt{2}BE.$$

28. 解: (1) 函数 $y = 5x + 2$ 是函数 $y_1 = x + 1$ 、 $y_2 = 2x - 1$ 的“组合函数”, 理由如下:

$$\therefore 3(x + 1) + (2x - 1) = 3x + 3 + 2x - 1 = 5x + 2,$$

$$\therefore y = 5x + 2 = 3(x + 1) + (2x - 1),$$

\therefore 函数 $y = 5x + 2$ 是函数 $y_1 = x + 1$ 、 $y_2 = 2x - 1$ 的“组合函数”;

$$(2) \textcircled{1} \text{ 由 } \begin{cases} y = x - p - 2 \\ y = -x + 3p \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = 2p + 1 \\ y = p - 1 \end{cases},$$

$$\therefore P(2p + 1, p - 1),$$

$$\therefore y_1、y_2 \text{ 的“组合函数”为 } y = m(x - p - 2) + n(-x + 3p),$$

$$\therefore x = 2p + 1 \text{ 时, } y = m(2p + 1 - p - 2) + n(-2p - 1 + 3p) = (p - 1)(m + n),$$

\therefore 点 P 在函数 $y_1、y_2$ 的“组合函数”图象的上方,

$$\therefore p - 1 > (p - 1)(m + n),$$

$$\therefore (p - 1)(1 - m - n) > 0,$$

$$\therefore m + n > 1,$$

$$\therefore 1 - m - n < 0,$$

$$\therefore p - 1 < 0,$$

$$\therefore p < 1;$$

$\textcircled{2}$ 存在 $m = \frac{3}{4}$ 时, 对于不等于 1 的任意实数 p , 都有“组合函数”图象与 x 轴交点 Q 的位置不变, $Q(3,$

$0)$, 理由如下:

由 $\textcircled{1}$ 知, $P(2p + 1, p - 1)$,

\therefore 函数 $y_1、y_2$ 的“组合函数” $y = m(x - p - 2) + n(-x + 3p)$ 图象经过点 P ,

$$\therefore p - 1 = m(2p + 1 - p - 2) + n(-2p - 1 + 3p),$$

$$\therefore (p - 1)(1 - m - n) = 0,$$

$$\therefore p \neq 1,$$

$$\therefore 1 - m - n = 0, \text{ 有 } n = 1 - m,$$

$$\therefore y = m(x - p - 2) + n(-x + 3p) = m(x - p - 2) + (1 - m)(-x + 3p) = (2m - 1)x + 3p - (4p + 2)m,$$

$$\text{令 } y = 0 \text{ 得 } (2m - 1)x + 3p - (4p + 2)m = 0,$$

$$\text{变形整理得: } (3 - 4m)p + (2m - 1)x - 2m = 0,$$

$$\therefore \text{当 } 3 - 4m = 0, \text{ 即 } m = \frac{3}{4} \text{ 时, } \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore m = \frac{3}{4} \text{ 时, “组合函数”图象与 } x \text{ 轴交点 } Q \text{ 的位置不变, } Q(3, 0).$$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

