姓名＿＿＿ 班级＿＿＿ 考号＿＿＿

弥封装订线　弥封线内不要答题

绝密★启用前

2022年茂名市高三级第二次综合测试
数学试卷

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、单选题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-3<x<5\}$, $B=\{x|y=\sqrt{4x+2}\}$, 则 $A\cap(\complement_R B)=$

A. $\left[-3,-\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},5\right)$　　C. $[-3,-2)$　　D. $(-2,5)$

2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_3=6$, $S_5=25$, 则 $a_4=$

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

3. 平面非零向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$, $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{a}|$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 已知 $f(x)=x-\sin x$, 则不等式 $f(2m+1)+f(1-m)>0$ 的解集为

A. $(-\infty,-2)$

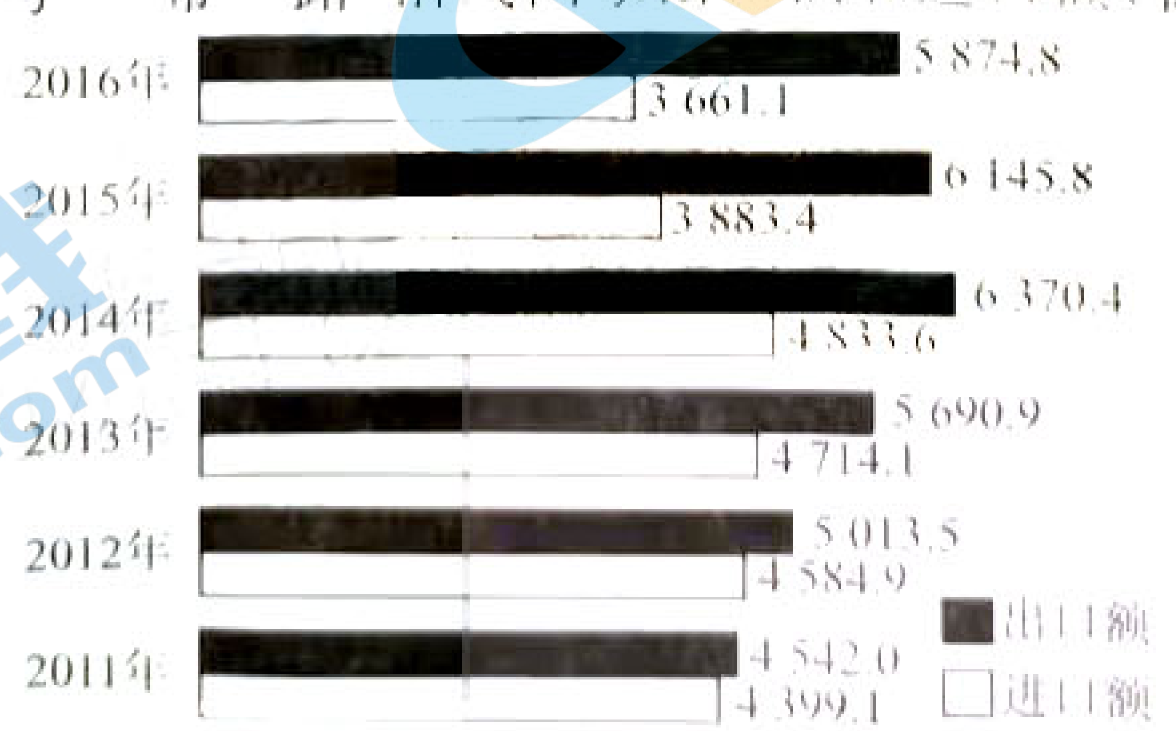
B. $(-2,+\infty)$

C. $(0,+\infty)$

D. $(-\infty,0)$

5. 由国家信息中心"一带一路"大数据中心等编写的《"一带一路"贸易合作大数据报告(2017)》发布,呈现了我国与"一带一路"沿线国家的贸易成果现状报告.由数据分析可知,在2011年到2016年这六年中,中国与"一带一路"沿线国家出口额和进口额图表如下,下列说法中正确的是

中国与"一带一路"沿线国家出口额和进口额(亿美元)



A. 中国与沿线国家贸易进口额的极差为1 072.5亿美元

B. 中国与沿线国家贸易出口额的中位数不超过5 782亿美元

C. 中国与沿线国家贸易顺差额逐年递增(贸易顺差额=贸易出口额−贸易进口额)

D. 中国与沿线国家前四年的贸易进口额比贸易出口额更稳定

6. 双碳，即碳达峰与碳中和的简称. 2020 年 9 月中国明确提出 2030 年实现“碳达峰”，2060 年实现“碳中和”. 为了实现这一目标，中国加大了电动汽车的研究与推广，到 2060 年，纯电动汽车在整体汽车中的渗透率有望超过 70%，新型动力电池随之也迎来了蓬勃发展的机遇. Peukert 于 1898 年提出蓄电池的容量 C(单位：A·h)，放电时间 t(单位：h)与放电电流 I(单位：A)之间关系的经验公式：$C=I^n\cdot t$，其中 $n=\log_{\frac{3}{2}}2$ 为 Peukert 常数. 在电池容量不变的条件下，当放电电流 $I=10$ A 时，放电时间 $t=57$ h，则当放电电流 $I=15$ A 时，放电时间为

A. 28 h　　B. 28.5 h

C. 29 h　　D. 29.5 h

7. 已知 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{6}$，则 $\frac{\sin\alpha}{1+\tan\alpha}$ 的值为

A. $\frac{4\sqrt{14}}{51}$　　B. $\frac{2\sqrt{14}}{13}$　　C. $\frac{4\sqrt{17}}{51}$　　D. $\frac{2\sqrt{17}}{13}$

8. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为 F，左顶点为 A，M 为 C 的一条渐近线上一点，延长 FM 交 y 轴于点 N，直线 AM 经过 ON(其中 O 为坐标原点)的中点 B，且 $|ON|=2|BM|$，则双曲线 C 的离心率为

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z_1=a^2-1+a\mathrm{i}$，$z_2=1+(a-1)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$，若 z_1-2z_2 为实数，则下列说法中正确的有

A. $|z_1|=\sqrt{13}$　　B. $z_1z_2=5+5\mathrm{i}$

C. z_2^{10} 为纯虚数　　D. $\frac{z_1}{z_2}$ 对应的点位于第三象限

10. 已知 $\left(2x+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式共有 13 项，则下列说法中正确的有

A. 所有奇数项的二项式系数和为 2^{12}

B. 所有项的系数和为 3^{12}

C. 二项式系数最大的项为第 6 项或第 7 项

D. 有理项共 5 项

11. 已知函数 $f(x)=(\cos x-|\sin x|)\cdot(\cos x+\sin x)$，下列说法正确的有

A. $f(x)$ 关于点 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 对称

B. $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3\pi}{2},-\pi\right]$ 内单调递增

C. 若 $f(x_1)+f(x_2)=-2$，则 $x_1+x_2=\pi+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$

D. $f(x)$ 的对称轴是 $x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$

12. 棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为棱 A_1D_1，AA_1 的中点，$\overrightarrow{B_1G}=\lambda\overrightarrow{B_1C}$ $(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，则下列说法中正确的有

A. 三棱锥 $F-A_1EG$ 的体积为定值

B. 当 $\lambda=\frac{1}{3}$ 时，平面 EGC_1 截正方体所得截面的周长为 $6\sqrt{5}+\sqrt{17}$

C. 直线 FG 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的取值范围是 $\left[\frac{2\sqrt{5}}{5},2\sqrt{2}\right]$

D. 当 $\lambda=\frac{3}{4}$ 时，三棱锥 A_1-EFG 的外接球的表面积为 $\frac{153}{4}\pi$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知正实数 m，n 满足 $m+2n=1$，则 $\frac{4}{m}+\frac{n+2}{n}$ 的最小值为________.

14. 正三棱锥 $S-ABC$ 的底面边长为 4，侧棱长为 $2\sqrt{3}$，D 为棱 AC 的中点，则异面直线 SD 与 AB 所成角的余弦值为________.

15. 以抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点 F 为圆心的圆交 C 于 A,B 两点，交 C 的准线于 D,E 两点，已知 $|AB|=8$，则 $|DE|=$________.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e\ln x}, & x>1\\ x^3-3x+a, & x\leq 1\end{cases}$，若存在实数 t 使得函数 $y=[f(x)]^2-(t+2)f(x)+2t$ 有 7 个不同的零点，则实数 a 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$a\sin A-c\sin C=(a-b)\sin B$，$b=5$，$c\cos A=1$.

(1)求 C；

(2)求△ABC 的面积.

18.（本小题满分 12 分）

冰壶是 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在中国举行的第 24 届冬季奥运会的比赛项目之一．冰壶比赛的场地如图所示，其中左端（投掷线 MN 的左侧）有一个发球区，运动员在发球区边沿的投掷线 MN 将冰壶掷出，使冰壶沿冰道滑行，冰道的右端有一圆形的营垒，以场上冰壶最终静止时距离营垒区圆心 O 的远近决定胜负．甲、乙两人进行投掷冰壶比赛，规定冰壶的重心落在圆 O 中，得 3 分，冰壶的重心落在圆环 A 中，得 2 分，冰壶的重心落在圆环 B 中，得 1 分，其余情况均得 0 分．已知甲、乙投掷冰壶的结果互不影响．甲、乙得 3 分的概率分别为 $\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$；甲、乙得 2 分的概率分别为 $\frac{2}{5}$，$\frac{1}{2}$；甲、乙得 1 分的概率分别为 $\frac{1}{5}$，$\frac{1}{6}$.

(1)求甲、乙两人所得分数相同的概率；

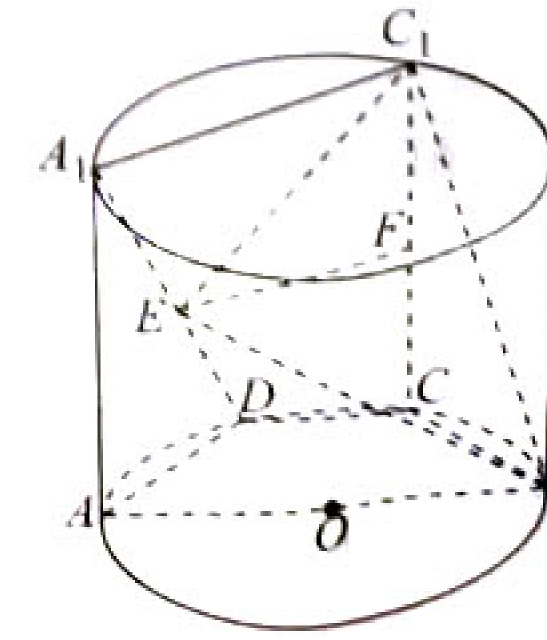
(2)设甲、乙两人所得的分数之和为 X，求 X 的分布列和期望.

19.（本小题满分 12 分）

如图所示的圆柱中，AB 是圆 O 的直径，AA_1，CC_1 为圆柱的母线，四边形 $ABCD$ 是底面圆 O 的内接等腰梯形，且 $CD=BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}AA_1$，$E,F$ 分别为 A_1D，CC_1 的中点.

(1)证明：EF∥平面 $ABCD$；

(2)求平面 AA_1D 与平面 C_1EB 所成锐二面角的余弦值.



20.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足，$a_1=2$，$a_2=8$，$a_{n+2}=4a_{n+1}-3a_n$.

(1)证明：数列$\{a_{n+1}-a_n\}$是等比数列；

(2)若$b_n=\dfrac{(-1)^n\cdot(2n^2+6n+5)}{\log_3(1+a_{n+1})\cdot\log_3(1+a_{n+2})}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>2>b>0)$的上顶点为 A，右焦点为 F，原点 O 到直线 AF 的距离为$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\triangle AOF$ 的面积为 1.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)过点 F 的直线 l 与 C 交于 M、N 两点，过点 M 作 $ME\perp x$ 轴于点 E，过点 N 作 $NQ\perp x$ 轴于点 Q，QM 与 NE 交于点 P，是否存在直线 l 使得$\triangle PMN$ 的面积等于$\dfrac{\sqrt{5}}{16}$，若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\cos x+x\sin x-b$ 在点$\left(\dfrac{\pi}{2},f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right)$处的切线方程为 $y=\dfrac{\pi}{2}+1$.

(1)求函数 $f(x)$在$(-\pi,\pi)$上的单调区间；

(2)当 $x\in\left[0,\dfrac{5\pi}{4}\right]$时，是否存在实数 m 使得 $f(x)\leqslant m(x-\pi)$恒成立，若存在，求实数 m 的取值集合，若不存在，说明理由(附：$\sqrt{2}(\pi^2+4)\approx19.6$，$5\pi+4\approx19.7$).

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。