2020年门头沟区高三年级综合练习

高 三 数 学

2020．3

考生须知	
考生须知	1．本试卷共8页。请将条形码粘贴在答题卡相应位置处。 2．试卷所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 3．请使用2B铅笔填涂，用黑色字迹签字笔或钢笔作答。 4．考试时间150分钟，试卷满分150分。

一、选择题（本大题共10个小题,每小题4分,共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 复数 $2i(1+i)$ 的模为

A. $\dfrac{1}{2}$　　　B. 1　　　C. 2　　　D. $2\sqrt{2}$

解析：$z=-2+2i$，$|z|=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$，选D.

2. 集合 $A=\{x|x>2,x\in R\}$，$B=\{x|x^2-2x-3>0\}$，则 $A\bigcap B=$

A. $(3,+\infty)$　　　B. $(-\infty,-1)\bigcup(3,+\infty)$　　　C. $(2,+\infty)$　　　D. $(2,3)$

解析：$B=\{x\,|\,x<-1或x>3\}$，选A.

3. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$，则 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\dfrac{9}{4}x$　　　B. $y=\pm\dfrac{4}{9}x$　　　C. $y=\pm\dfrac{3}{2}x$　　　D. $y=\pm\dfrac{2}{3}x$

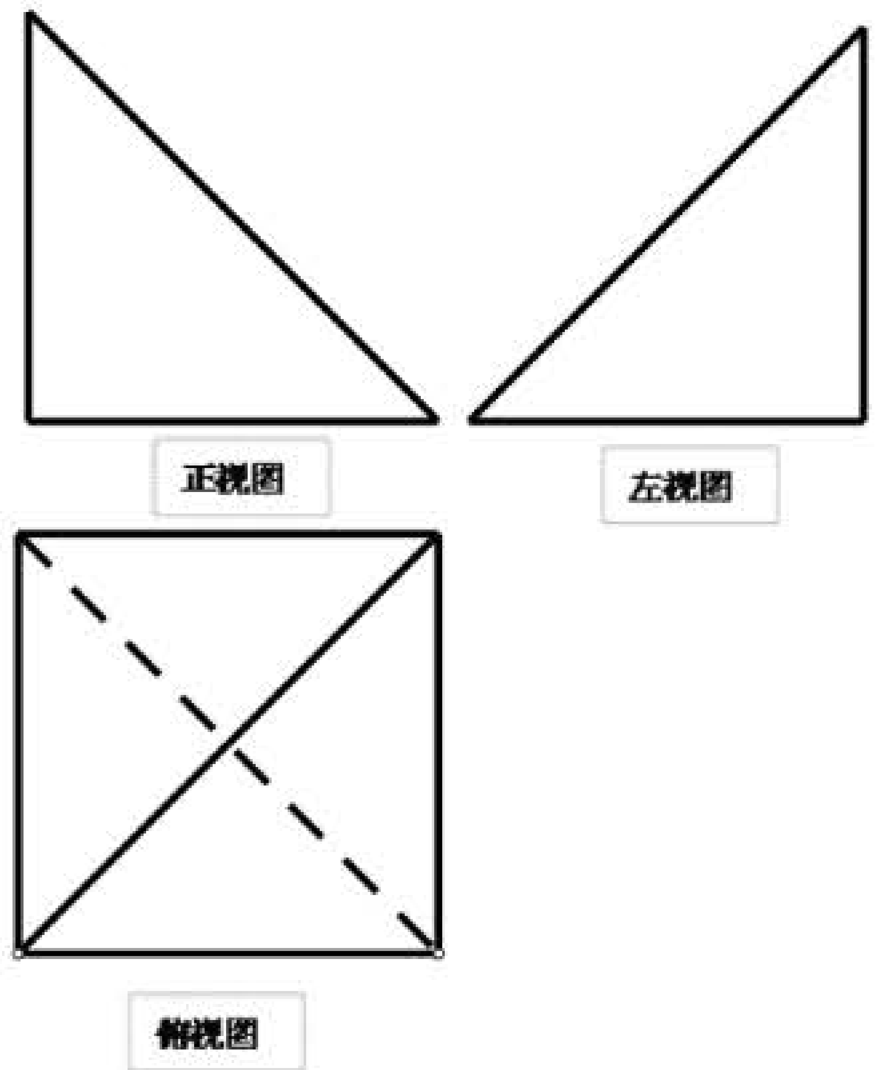
解析：$y=\pm\dfrac{b}{a}x=\pm\dfrac{2}{3}x$，选D.

4. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_{13}=0$，$a_3+a_4=21$，则 S_7 的值为

A. 21　　　B. 63　　　C. 13　　　D. 84

解析：$S_{13}=13a_7=0$，则 $a_7=0$，故 $S_7=3(a_3+a_4)+a_7=63$，选B.

5. 某几何体的三视图如图所示，三视图是腰长为 1 的等腰直角三角形和边长为 1 的正方形，则该几何体中最长的棱长为



A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 1　　D. $\sqrt{6}$

解析：俯视图左前提点，最长棱体对角线，选 B.

6. 设非零向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，满足 $\left|\vec{b}\right|=2,\left|\vec{a}\right|=1$. 且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角为 θ，则“$\left|\vec{b}-\vec{a}\right|=\sqrt{3}$”是“$\theta=\dfrac{\pi}{3}$”的

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解析：将 $\left|\vec{b}-\vec{a}\right|=\sqrt{3}$ 两边平方，可化简成 $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$，选 C.

7. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x & (x\le 0)\\ \ln x & (x>0)\end{cases}$，且关于 x 的方程 $f(x)+x-a=0$ 有且只有一个实数根，则实数 a 的取值范围

A. $[0,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $[-\infty,1)$

解析：分段函数，必数形结合，$f(x)=-x+a$，即两个函数的交点，上下平移直线即可.

也可以用排除法. 当 $a=0$ 时，两个交点，不符合题意，排除 A、D，

当 $a=1$ 时，两个交点，不符合题意，排除 C，选 B.

8. 若函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，若函数 $g(x)$ 在区间 $[0,a]$ 上单调递增，则 a 的最大值为

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{12}$

解析： $g(x)=\sin 2(x-\frac{\pi}{6})=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，由题 $g(a)=1$，选 C.

9. 已知点 $M(2,0)$，点 P 在曲线 $y^2=4x$ 上运动，点 F 为抛物线的焦点，则 $\frac{|PM|^2}{|PF|-1}$ 的最小值为

A. $\sqrt{3}$ B. $2(\sqrt{5}-1)$ C. $4\sqrt{5}$ D. 4

解析：2019年丰台二模14题改编

设 $P(x_0,y_0)$，则原式 $=\frac{(x_0-2)^2+y_0^2}{x_0+1-1}=x_0+\frac{4}{x_0}\geq 2\sqrt{4}=4$，选 D.

10. 一辆邮车从 A 地往 B 地运送邮件，沿途共有 n 地，依次记为 $A_1,A_2,\cdots A_n$（A_1 为 A 地，A_n 为 B 地）。从 A_1 地出发时，装上发往后面 $n-1$ 地的邮件各 1 件，到达后面各地后卸下前面各地发往该地的邮件，同时装上该地发往后面各地的邮件各 1 件，记该邮车到达 $A_1,A_2,\cdots A_n$ 各地装卸完毕后剩余的邮件数记为 $a_k\ (k=1,2,\cdots,n)$。则 a_k 的表达式为

A. $k(n-k+1)$ B. $k(n-k-1)$ C. $n(n-k)$ D. $k(n-k)$

解析：唬小孩的题， $a_1=n-1$，$a_2=2n-4$，将 $k=2$ 代入只有 D 符合，选 D.

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，满分 25 分．）

11. 在二项式 $(x^2+2)^6$ 的展开式中，x^8 的系数为_______。

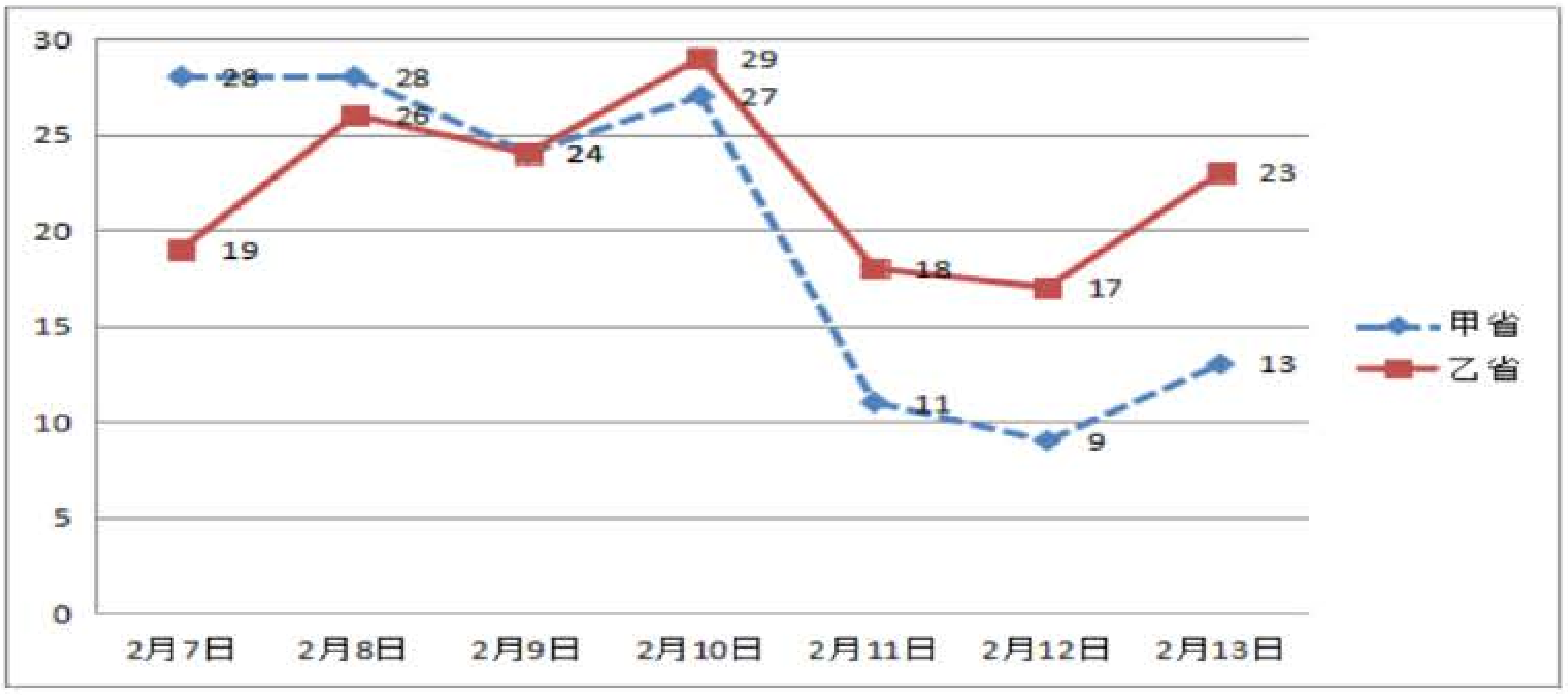
解析： $C_6^2(x^2)^4\cdot 2^2=15x^8\times 4=60x^8$，$x^8$ 系数为 60.

12. 在 ΔABC 中，$AB=\sqrt{3},BC=1,\angle C=\frac{2\pi}{3}$，则 $AC=$___________.

解析：如果题做多了，这个三角形出现多次了，直接写答案.

$\cos 120^0=-\frac{1}{2}=\frac{1+x^2-3}{2x}$，$x=-2$（舍），$x=1$.

13. 在党中央的正确指导下，通过全国人民的齐心协力，特别是全体一线医护人员的奋力救治，二月份“新冠肺炎”疫情得到了控制。下图是国家卫健委给出的全国疫情通报，甲、乙两个省份从 2 月 7 日到 2 月 13 日一周的新增“新冠肺炎”确诊人数的折线图如下：



根据图中甲、乙两省的数字特征进行比对，通过比较把你得到最重要的两个结论写在答案纸指定的空白处。

①____。

②____。

解析：开放性试题. 首先考虑数学期望，方差！甲数学期望大，方差小.

少其中一个，扣 2 分.

14. 已知两点 $A(-1,0), B(1,0)$，若直线 $x-y+a=0$ 上存在点 $P(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$

则实数 a 满足的取值范围是________________.

解析：点 P 在以 AB 为直径的圆上，故直线与圆有交点即可.

联立 $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ y=x+a \end{cases}$，$2x^2+2ax+a^2-1=0$，$\Delta=8-4a^2\geq 0$，$-\sqrt{2}\leq a\leq\sqrt{2}$，故 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

15. 集合 $A=\{(x,y)||x|+|y|=a,a>0\}$, $B=\{(x,y)||xy|+1=|x|+|y|\}$,

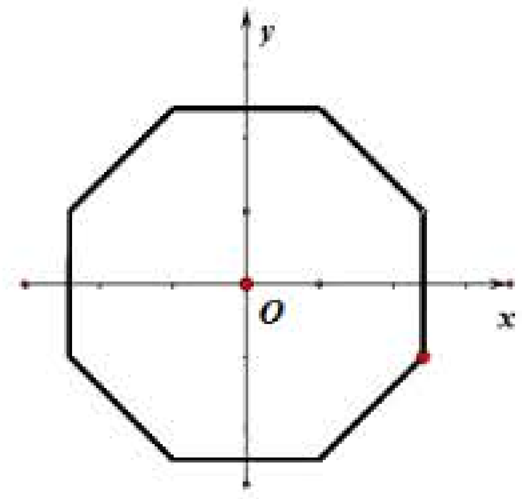
若 $A\bigcap B$ 是平面上正八边形的顶点所构成的集合,

则下列说法正确的为 ______________

①a的值可以为 2;

②a的值可以为$\sqrt{2}$;

③a的值可以为$2+\sqrt{2}$;



本题给出的结论中，有多个符合要求，全部选对得 5 分，不选或有选错得 0 分，其它得 3 分。

解析：不会的学生写一个，得 3 份概率很大.

将 $(x,-y),(-x,y,)(-x,-y),(y,x),(-y,-x)$ 代入，

可知两函数都关于 x 轴，y 轴，$y=x$，$y=-x$ 轴对称，原点中心对称. 讨论第一象限.

① $\begin{cases}x+y=2\\x+y=1+xy\end{cases}$，解得 $x=y=1$，即 $(1,1)$，故只有 4 个交点，错误;

② $\begin{cases}x+y=\sqrt{2}\\x+y=1+xy\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=1\\y=\sqrt{2}-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\sqrt{2}-1\\y=1\end{cases}$，此时有 8 个点，且边长为 $2\sqrt{2}-2$，正确;

③ $\begin{cases}x+y=2+\sqrt{2}\\x+y=1+xy\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=1\\y=\sqrt{2}+1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\sqrt{2}+1\\y=1\end{cases}$，此时有 8 个点，且边长为 2，正确.

综上，选②③.

三、解答题:（本大题共 6 小题，满分 85 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明）

16.（本小题满分为 13 分）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 满足下列 3 个条件中的 2 个条件:

①函数 $f(x)$ 的周期为 π;

② $x=\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴;

③ $f(\frac{\pi}{4})=0$ 且在区间 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$ 上单调.

（Ⅰ）请指出这二个条件，并求出函数 $f(x)$ 的解析式;

（Ⅱ）若 $x\in[0,\frac{\pi}{3}]$，求函数 $f(x)$ 的值域。

解析：哈哈，三角函数为背景的劣构问题.

（Ⅰ）由①可得，$\frac{2\pi}{\omega}=\pi \Rightarrow \omega=2$………1 分

由②得：$\frac{\pi\omega}{6}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi\omega}{6}, k\in Z$………2 分

由③得，$\frac{\pi\omega}{4}+\varphi=m\pi \Rightarrow \varphi=m\pi-\frac{\pi\omega}{4}, m\in Z$

$\frac{T}{2}\geq\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{\omega}\geq\frac{2\pi}{3} \Rightarrow 0<\omega\leq 3$ ………………4 分

若①②成立，则 $\omega=2, \varphi=\frac{\pi}{6}, f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ ……………5 分

若①③成立，则 $\varphi=m\pi-\frac{\pi\omega}{4}=m\pi-\frac{\pi}{2}, m\in Z$，不合题意…………6 分

若②③成立，则 $k\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi\omega}{6}=m\pi-\frac{\pi\omega}{4} \Rightarrow \omega=12(m-k)-6\geq 6, m,k\in Z$

与③中的 $0<\omega\leq 3$ 矛盾，所以②③不成立…………………………8 分

所以，只有①②成立，$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ ………………………………9 分

（Ⅱ）由题意得，$0\leq x\leq\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6}\leq 2x+\frac{\pi}{6}\leq\frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}\leq f(x)\leq 1$ ……12 分

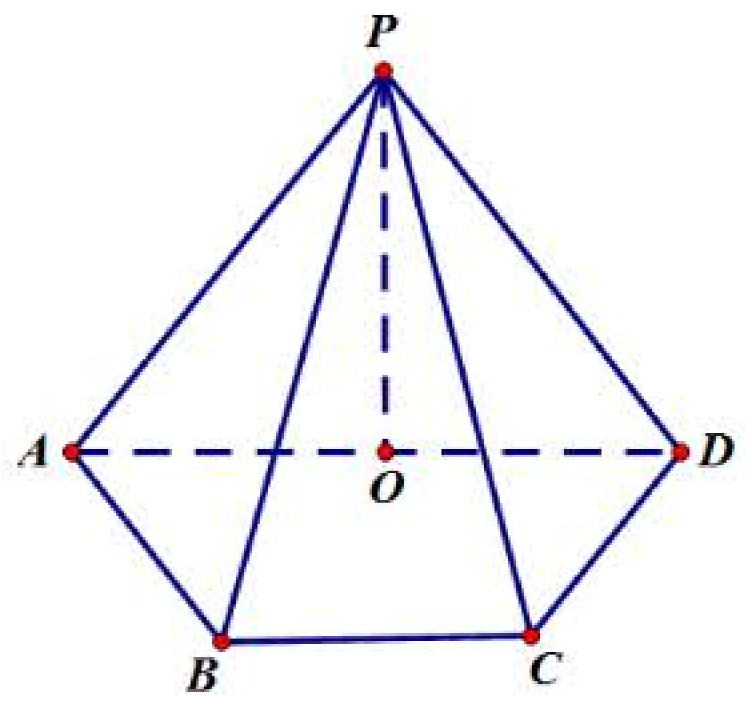
所以，函数 $f(x)$ 的值域为 $[\frac{1}{2},1]$ ……………………………………13 分

17.（本题满分 15 分）在四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 中，$BC//AD, CD\perp AD$，$PO\perp$平面$ABCD$，O 是 AD 的中点，且 $PO=AD=2BC=2CD=2$

（Ⅰ）求证：$AB//$平面POC；

（Ⅱ）求二面角 $O-PC-D$ 的余弦值；

（Ⅲ）线段 PC 上是否存在点 E，使得 $AB\perp DE$，若存在指出点 E 的位置，若不存在，请说明理由。

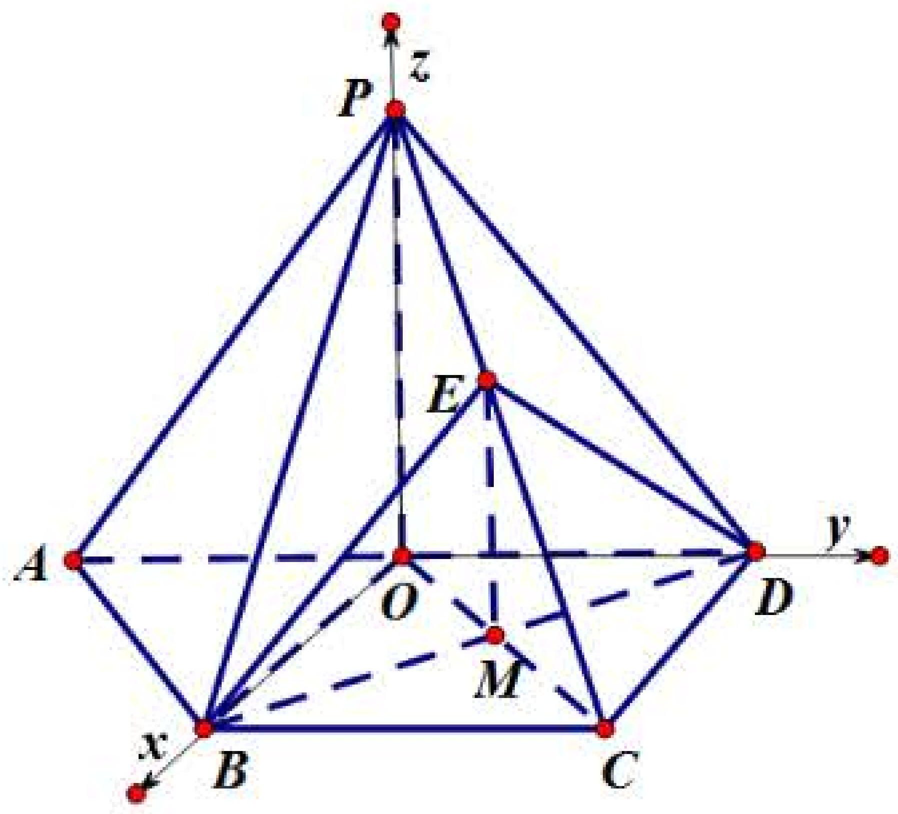


解析：存在不要忘写

（Ⅰ）连结 OC，$BC=AO, BC//AD$

则四边形 $ABCO$ 为平行四边形………1 分

$$\begin{cases} AB//OC \\ AB\not\subset 平面POC \\ OC\subset 平面POC \end{cases}\Rightarrow AB//平面POC$$ …4 分



（Ⅱ）$PO\perp$平面$ABCD$，

$$\begin{cases} CD\perp AD \\ OD=BC=CD \end{cases}\Rightarrow$$ 四边形 $OBCD$ 为正方形

所以，OB, OD, OP 两两垂直，建立如图所示坐标系，………………6 分

则 $C(1,1,0), P(0,0,2), D(0,1,0), B(1,0,0)$，设平面 PCD 法向量

为 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases} \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{CD}=0 \\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{PD}=0 \end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{n_1}=(0,2,1)$，……………………8 分

连结 BD，可得 $BD\perp OC$, 又 $BD\perp PO$ 所以，$BD\perp$平面POC，

平面 POC 的法向量 $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{BD}=(-1,1,0)$（其它方法求法向量也可）……10 分

设二面角 $O-PC-D$ 的平面角为 θ，则 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}|\bullet|\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ ……11 分

（Ⅲ）线段 PC 上存在点 E 使得 $AB\perp DE$ ……………………12 分

设 $E(x,y,z), \overrightarrow{PE}=\lambda\overrightarrow{PC}\Rightarrow(x,y,z-2)=\lambda(1,1,-2)\Rightarrow E(\lambda,\lambda,2-2\lambda)$

$\overrightarrow{DE}=(\lambda,\lambda-1,2-2\lambda)$，$\overrightarrow{AB}=(1,1,0)$，$AB\perp DE\Rightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}=0\Rightarrow\lambda=\dfrac{1}{2}$ …14 分

所以，点 E 为线段 PC 的中点……………15 分

18.（本小题满分 13 分）十八大以来，党中央提出要在 2020 年实现全面脱贫，为了实现这一目标，国家对“新农合”（新型农村合作医疗）推出了新政，各级财政提高了对“新农合”的补助标准。提高了各项报销的比例，其中门诊报销比例如下：

表 1：新农合门诊报销比例

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
门诊报销比例	60%	40%	30%	20%

根据以往的数据统计，李村一个结算年度门诊就诊人次情况如下：

表 2：李村一个结算年度门诊就诊情况统计表

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
一个结算年度内各门诊就诊人次占李村总就诊人次的比例	70%	10%	15%	5%

如果一个结算年度每人次到村卫生室、镇卫生院、二甲医院、三甲医院门诊平均费用分别为 50 元、100 元、200 元、500 元。若李村一个结算年度内去门诊就诊人次为 2000 人次.

（Ⅰ）李村在这个结算年度内去三甲医院门诊就诊的人次中，60 岁以上的人次占了 80%，从去三甲医院门诊就诊的人次中任选 2 人次，恰好 2 人次都是 60 岁以上人次的概率是多少？

（Ⅱ）如果将李村这个结算年度内门诊就诊人次占全村总就诊人次的比例视为概率，求李村这个结算年度每人次用于门诊实付费用（报销后个人应承担部分）X 的分布列与期望。

解析：（Ⅰ）去三甲医院门诊就诊的人次为 100 人次，其中 60 岁以上老人为 80 人次，设这 2 人次都是 60 岁以上老人这一事件为 A …1 分

则 $P(A)=\dfrac{C_{80}^{2}}{C_{100}^{2}}=\dfrac{316}{495}$ ……………5 分 （没有设出事件，但有答也不扣分）

（Ⅱ）X 可取 20，60，140，400，………………9 分

X 的分布列为

每人次门诊实付费用 X	20	60	140	400
P	0.7	0.1	0.15	0.05

……11 分

期望为 $E(X)=20\times0.7+60\times0.1+140\times0.15+400\times0.05=61$ …………13 分

19.（本小题满分 15 分）

已知椭圆 G：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，上顶点为 $B(0,1)$，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，直线 $l: y=kx-2$ 交 y 轴于 C 点，交椭圆于 P,Q 两点，直线 BP,BQ 分别交 x 轴于点 M,N。

（Ⅰ）求椭圆 G 的方程；

（Ⅱ）求证：$S_{\Delta BOM} \bullet S_{\Delta BCN}$ 为定值。

解析：定值问题.

（Ⅰ）有条件可知：$b=1, \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a=\sqrt{2}, c=1$…………2 分

所求椭圆方程为：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$…………………………4 分

（Ⅱ）设 $P(x_1,y_1), Q(x_2,y_2)$ 为直线 l 与椭圆的交点，则

$\begin{cases}\frac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=kx-2\end{cases} \Rightarrow (2k^2+1)x^2-8kx+6=0$，可得：$\begin{cases}\Delta>0 \Rightarrow k^2>\frac{3}{2}\\ x_1+x_2=\frac{8k}{2k^2+1}\\ x_1x_2=\frac{6}{2k^2+1}\end{cases}$……6 分

直线 $BP: y=\frac{y_1-1}{x_1}x+1 \Rightarrow M(\frac{x_1}{1-y_1},0)$…………………………8 分

同理得：$N(\frac{x_2}{1-y_2},0)$…………………………………………9 分

$y_1+y_2=\frac{-4}{2k^2+1}, y_1y_2=\frac{4-2k^2}{2k^2+1}$……………………………………11 分

$S_{\Delta MOB} \cdot S_{\Delta BCN}=\frac{3}{4}\left|\frac{x_1x_2}{(1-y_1)(1-y_2)}\right|=\frac{3}{4}\times\frac{\frac{6}{2k^2+1}}{1+\frac{4}{2k^2+1}+\frac{4-2k^2}{2k^2+1}}=\frac{1}{2}$…………14 分

20.（本小题满分 15 分）已知函数 $f(x)=\sin x+\ln x-1$。

（Ⅰ）求 $f(x)$ 在点（$\frac{\pi}{2}$，$f(\frac{\pi}{2})$）处的切线方程；

（Ⅱ）求证：$f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上存在唯一的极大值；

（Ⅲ）直接写出函数 $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 上的零点个数。

解析：含有三角函数的导数问题.

（Ⅰ）$f(\frac{\pi}{2})=1+\ln\frac{\pi}{2}-1=\ln\frac{\pi}{2}$ ……………………………1 分

$f'(x)=\cos x+\frac{1}{x}\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2})=\frac{2}{\pi}$ ……………………………………3 分

所以，$f(x)$ 在点（$\frac{\pi}{2}$，$f(\frac{\pi}{2})$）处的切线方程

为 $y-\ln\frac{\pi}{2}=\frac{2}{\pi}(x-\frac{\pi}{2})\Rightarrow y=\frac{2}{\pi}x+\ln\frac{\pi}{2}-1$ ………………5 分

（Ⅱ）证明：$f'(x)=\cos x+\frac{1}{x}$，

设 $g(x)=f'(x)=\cos x+\frac{1}{x}\Rightarrow g'(x)=-\sin x-\frac{1}{x^2}<0$ …………7 分

$f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上递减，$f'(\frac{\pi}{2})=\frac{2}{\pi}>0, f'(\pi)=-1+\frac{1}{\pi}<0$

由零点存在定理可知，存在 $x_0\in(\frac{\pi}{2},\pi)$ 使得 $f'(x_0)=0$ ……………………10 分

当 $x\in(0,x_0), f'(x)>0$，$f(x)$ 递增；当 $x\in(x_0,\pi), f'(x)<0$，$f(x)$ 递减

所以 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上存在唯一的极大值………………………12 分

（Ⅲ）零点问题（3 步走）

函数 $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 上有 3 个零点. ……………15 分

数形结合，$\ln x=1-\sin x$，看两个图形交点即可.

21.（本小题满分 14 分）已知q, n均为给定的大于 1 的自然数，

设集合$M=\{1,2,3,\cdots,q\}, T=\{x \mid x=x_1+x_2q+\cdots+x_nq^{n-1}, x_i\in M, i=1,2\cdots,n\}$

（Ⅰ）当$q=2, n=2$时，用列举法表示集合T

（Ⅱ）当$q=200$时，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_{100}\}\subsetneq M$，且集合$A$满足下列条件：

①对任意$1\le i<j\le 100, a_i+a_j\ne 201$；②$\sum\limits_{i=1}^{100}a_i=12020$

证明：(i)若$\forall a_i\in A$，则$201-a_i\in\overline{A}$　（集合$\overline{A}$为集合A在集合M中的补集）

(ii) $\sum\limits_{i=1}^{100}a_i^2$ 为一个定值（不必求出此定值）；

（Ⅲ）设$s,t\in T, s=b_1+b_2q+b_3q^2+\cdots+b_nq^{n-1}$，$t=c_1+c_2q+\cdots+c_nq^{n-1}$，

其中$b_i, c_i\in M, i=1,2,\cdots,n$，若$b_n<c_n$，则$s<t$

解析：第一、三问借鉴天津题，第二问借鉴北京题，总之是凑出来的题，不是新题.

（Ⅰ）当$q=2, n=2$时，$M=\{1,2\}, T=\{x \mid x=x_1+x_2q, x_i\in M, i=1,2\}$，；

当$x_1=x_2=1$时，$x=3$，当$x_1=x_2=2$时，$x=6$，

当$x_1=1,x_2=2$时，$x=5$，当$x_1=2,x_2=1$时，$x=4$，

故$T=\{3,4,5,6\}$. …3 分

（Ⅱ）证明：

(i)法一：由题意可知，$\forall a_i\in A$，则$1\le 201-a_i\le 200\Rightarrow 201-a_i\in M$ …2 分

若$201-a_i\in A$，不妨设$201-a_i=a_k$，则$k\ne i$，否则，$a_i=\dfrac{201}{2}\notin N^*$矛盾，

则$a_k+a_i=201$与条件①矛盾，所以，$201-a_i\in\overline{A}$ ························6 分

法二 ：当$q=200$，$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_{100}\}\subsetneq\{1,2,3,\cdots,200\}$，将$M$分成$\{1,200\}$，$\{2,199\}$，$\{3,198\}$，. . . ，$\{100,101\}$共 100 组，故$A$中 100 个元素只能从这 100 个集合中各取一个元素组成，$\overline{A}$中 100 个元素只能从这 100 个集合中每个剩下的元素组成，

并且每个集合两个元素的和都为 201，故若$\forall a_i\in A$，则$201-a_i\in\overline{A}$. ·······················6 分

（ii）由题意可知，$\sum_{k=1}^{200}k^2=\sum_{i=1}^{100}a_i^2+\sum_{i=1}^{100}(201-a_i)^2=2\sum_{i=1}^{100}a_i^2+201^2\times100-402\sum_{i=1}^{100}a_i$

$\sum_{i=1}^{100}a_i^2=(1+2^2+\cdots+200^2)+201\times12020-201^2\times50$ 为一定值…………9 分

（因为 $1^2+2^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$，

故 $(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots+a_{100}{}^2)+(m_1{}^2+m_2{}^2+\cdots+m_{100}{}^2)=1^2+2^2+\cdots+200^2=\frac{200(200+1)(400+1)}{6}$①，

记 $\overline{A}=\{m_1,m_2,\cdots,m_{100}\}$，因为 $(a_1+a_2+\cdots+a_{100})+(m_1+m_2+\cdots+m_{100})=(1+200)\times\frac{200}{2}=20100$，

由题 $a_1+a_2+\cdots+a_{100}=12020$，则 $m_1+m_2+\cdots+m_{100}=8080$，又 $a_i+m_i=201$，

故 $(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots+a_{100}{}^2)-(m_1{}^2+m_2{}^2+\cdots+m_{100}{}^2)=(a_1{}^2-m_1{}^2)+(a_2{}^2-m_2{}^2)+\cdots(a_{100}{}^2-m_{100}{}^2)$

$=(a_1+m_1)(a_1-m_1)+(a_2+m_2)(a_2-m_2)+\cdots+(a_{100}+m_{100})(a_{100}-m_{100})$，

$=201[(a_1+a_2+\cdots+a_{100})-(m_1+m_2+\cdots+m_{100})]$

$=201[12020-8080]=791940$②，

①+②，可得 $\sum_{i=1}^{100}a_i^2=\frac{①+②}{2}$ 为定值.）

（Ⅲ）由题意得：$b_i-c_i<q-1, i=1,2,\cdots,n-1; b_n-c_n\le-1$………………11 分

$s-t=(b_1-c_1)+(b_2-c_2)q+\cdots+(b_{n-1}-c_{n-1})q^{n-2}+(b_n-c_n)q^{n-1}<(q-1)+(q-1)q+\cdots+(q-1)q^{n-2}-q^{n-1}$

$=\frac{(q-1)(1-q^{n-1})}{1-q}-q^{n-1}=-1<0\Rightarrow s<t$……………14 分