石景山区2023—2024学年第一学期高一期末试卷

数　学

本试卷共5页，满分为100分，考试时间为120分钟。请务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知集合 $A=\{x|\ x>0\}$，$B=\{x|-1<x<2\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\{x|\ x<2\}$　　B．$\{x|0<x<2\}$　　C．$\{x|1<x<2\}$　　D．$\{x|-1<x<2\}$

2．已知命题 P：“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1<0$”，则 $\neg p$ 为（　）

A．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\geqslant 0$　　B．$\exists x\notin\mathbf{R}$，$x^2-x+1\geqslant 0$

C．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1\geqslant 0$　　D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1<0$

3．下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是（　）

A．$y=(\frac{1}{2})^x$　　B．$y=(x-1)^2$　　C．$y=-x+1$　　D．$y=x^3$

4．已知关于 x 的不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解集是 $(-2,1)$，则 $a+b=$（　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．-2

5．“$2^x<1$”是“$x<1$”的（　）

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

6. 某中学共有学生800人，为了解他们的视力状况，用分层抽样的方法从中抽取一个容量为40的样本，若样本中共有女生11人，则该校共有男生（　）人.

A. 220　　B. 225　　C. 580　　D. 585

7.若 $a<b<0$ 则（　）

-1

A. $a^2<b^2$　　B. $ab<b^2$　　C. $2^a>2^b$　　D. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}>2$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-\log_2 x, & x\geq 1,\\ 4^x, & x<1.\end{cases}$，则 $f(f(\frac{1}{2}))=$（　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

9. 已知函数 $f(x)=\log_2 x-x+1$，则不等式 $f(x)<0$ 的解集是（　）

A. $(0,1)$　　B. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　C. $(1,2)$　　D. $(0,1)\cup(2,+\infty)$

10. 已知非空集合 A，B 满足以下两个条件：

（1）$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A\cap B=\varnothing$；

（2）A 的元素个数不是 A 中的元素，B 的元素个数不是 B 中的元素.

则有序集合对 (A, B) 的个数为（　）

A. 12　　B. 10　　C. 6　　D. 5

第二部分（非选择题　共 60 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11．函数 $y=\lg(x-2)+\dfrac{1}{x}$ 的定义域为__________.

12．已知 $y=\dfrac{x^2+2x+4}{x}(x>0)$，则当 $x=$__________时，y 取得最小值为__________.

13．不等式 $\dfrac{2x}{x-2}\leqslant 1$ 的解集为__________.

14. 写出一个值域为 $[1,+\infty)$ 的偶函数 $f(x)=$__________.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+ax+1, & x\leqslant 1,\\ ax, & x>1.\end{cases}$

（1）若 $a=0$，则 $f(x)$ 的最大值是________；

（2）若 $f(x)$ 存在最大值，则 a 的取值范围为__________.

三、解答题共 5 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16．(本小题满分 6 分)

已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4>0\}$，集合 $B=\{x|a-x\leqslant 0\}$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求 $A\cup B$；

（Ⅱ）若 $B\cap \complement_{\mathbf{R}}A\neq\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

17.（本小题满分 9 分）

已知甲投篮命中的概率为0.6，乙投篮不中的概率为0.3，乙、丙两人都投篮命中的概率为0.35，假设甲、乙、丙三人投篮命中与否是相互独立的.

（Ⅰ）求丙投篮命中的的概率；

（Ⅱ）甲、乙、丙各投篮一次，求甲和乙命中，丙不中的概率；

（Ⅲ）甲、乙、丙各投篮一次，求恰有一人命中的概率.

18.（本小题满分 8 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{3x-m}{2x+2}$ 的图象过点 $(1,1)$.

（Ⅰ）求实数 m 的值；

（Ⅱ）判断 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,-1)$ 上的单调性，并用定义证明.

19. (本小题满分 8 分)

甲、乙两个篮球队在 4 次不同比赛中的得分情况如下：

甲队	88	91	93	96
乙队	89	94	97	92

（Ⅰ）在 4 次比赛中，求甲队的平均得分；

（Ⅱ）分别从甲、乙两队的 4 次比赛得分中各随机选取 1 次，求这 2 个比赛得分之差的绝对值为1的概率；

（Ⅲ）甲，乙两队得分数据的方差分别记为 S_1^2， S_2^2，试判断 S_1^2 与 S_2^2 的大小.(结论不要求证明）

20. (本小题满分 9 分)

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x+a\mathrm{e}^{-x}$，其中 e 为自然对数的底数，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若 0 是函数 $f(x)$ 的一个零点，求 a 的值并判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 同时满足以下两个条件，求 a 的取值范围.

条件①：$\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)>0$；

条件②：$\exists x_0\in[-1,1]$，使得 $f(x_0)\leqslant 4$.

石景山区 2023—2024 学年第一学期高一期末

数学试卷答案及评分参考

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	A	A	C	D	C	D	B

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分．

题号	11	12	13	14	15
答案	$(2,+\infty)$	$2,6$	$[-2,2)$	x^2+1	$1,(-\infty,0]$

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分．解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

16．(本小题满分 6 分)

解：（Ⅰ）$A=\{x|x^2-3x-4>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$．

$\because a-x\leqslant 0$，$\therefore x\geqslant a$，即 $B=[a,+\infty)$．当 $a=2$ 时，$B=[2,+\infty)$．

$\therefore A\cup B=(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$．　　　　………………3 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $\complement_{\mathrm{R}}A=[-1,4]$，

$\because B\cap\complement_{\mathrm{R}}A\neq\varnothing$，$B=[a,+\infty)$　$\therefore a\leqslant 4$．

所以 a 的取值范围是 $(-\infty,4]$．　　　　………………6 分

17．(本小题满分 9 分)

解:（Ⅰ）设“甲投篮命中”为事件 A；“乙投篮命中”为事件 B；“丙投篮命中”为事件 C．

则 $P(A)=0.6,P(\overline{B})=0.3,P(BC)=0.35$．

所以 $P(B)=0.7$，又 $P(BC)=P(B)P(C)=0.35$，解得 $P(C)=0.5$．

所以丙投篮命中的概率为0.5．　　　　　　　　　　　　…………………3 分

（Ⅱ）甲、乙、丙各投篮一次，则甲和乙命中，丙不命中的概率为

$P(AB\overline{C})=P(A)P(B)P(\overline{C})=0.6\times0.7\times0.5=0.21$．

所以甲、乙、丙各投篮一次，甲和乙命中，丙不命中的概率为0.21．…………………6 分

（Ⅲ）设“恰有一人命中”为事件 D．

所以 $P(D)=P(A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C)$

$=P(A)P(\overline{B})P(\overline{C})+P(\overline{A})P(B)P(\overline{C})+P(\overline{A})P(\overline{B})P(C)$

$=0.6\times0.3\times0.5+0.4\times0.7\times0.5+0.4\times0.3\times0.5=0.29$．

所以甲、乙、丙各投篮一次，恰有一人命中的概率为0.29．　　　…………………9 分

18．(本小题满分 8 分)

解（Ⅰ）将点 $(1,1)$ 代入函数 $f(x)=\dfrac{3x-m}{2x+2}$ 中，

可得 $1=\dfrac{3-m}{2+2}$，解得 $m=-1$．　　　　　　　　　　…………………3 分

（Ⅱ）单调递增，证明如下．由（Ⅰ）可得 $f(x)=\dfrac{3x+1}{2x+2}$．

任取 $x_1<x_2\in(-\infty,-1)$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3x_1+1}{2x_1+2}-\dfrac{3x_2+1}{2x_2+2}=\dfrac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}$

因为 $x_1<x_2\in(-\infty,-1)$，

则 $x_1-x_2<0$，$x_1+1<0$，$x_2+1<0$，即 $(x_1+1)(x_2+1)>0$，

所以 $\dfrac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$．

所以 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,-1)$ 上单调递增．　　　　　　　…………………8 分

19．(本小题满分 8 分)

解：（Ⅰ）甲队的平均得分为 $\dfrac{1}{4}(88+91+93+96)=92$．

甲队的平均得分为92．　　　　　　　　　　　　　　　　…………………2 分

（Ⅱ）记甲队的 4 次比赛得分 88，91，93，96 分别为 A_1,A_2,A_3,A_4，

乙队的 4 次比赛得分 89，94，97，92 分别为 B_1,B_2,B_3,B_4.

则分别从甲、乙两队的 4 次比赛中各随机选取 1 次，所有可能的结果有 $4\times4=16$ 种.

2 个比赛得分之差的绝对值为1的有 (A_1,B_1)，(A_2,B_4)，(A_3,B_2)，(A_3,B_4)，(A_4,B_3) 共

有 5 种.

设"2 个比赛得分之差的绝对值为1"为事件 B.

所以 $P(B)=\dfrac{5}{16}$.

所以这 2 个比赛得分之差的绝对值为1的概率为 $\dfrac{5}{16}$.　　　　　　…………………6 分

（Ⅲ）$S_1^2=S_2^2$.　　　　　　…………………8 分

20．(本小题满分 9 分)

（I）因为 0 是函数 $f(x)=e^x+ae^{-x}$ 的一个零点，

所以 $f(0)=1+a=0$，解得 $a=-1$.

即 $f(x)=e^x-e^{-x}$,其定义域为 $\mathbf{R}$.

又 $f(-x)=e^{-x}-e^x=-f(x)$,所以 $f(x)$ 是奇函数.　　　　　　…………………4 分

（Ⅱ）对于条件①，$\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)=e^x+ae^{-x}>0$，即 $a>-e^{2x}$ 恒成立，

所以 $a\geqslant0$

对于条件②：$\exists x_0\in[-1,1]$ 使得 $f(x_0)\leqslant4$，即 $e^{x_0}+ae^{-x_0}\leqslant4$

所以 $a\leqslant4e^{x_0}-(e^{x_0})^2$.

因为 $\exists x_0\in[-1,1]$，使得 $f(x_0)\leqslant4$，所以 $a\leqslant(4e^{x_0}-(e^{x_0})^2)_{\max}$（$x_0\in[-1,1]$）

令 $y=4t-t^2$，其中 $t=e^{x_0},t\in[e^{-1},e]$.则当 $t=2$ 时，$y_{\max}=4$.

所以 $a \leqslant 4$.

综上： a 的取值范围是 $a \in [0,4]$. ………………9 分

（以上解答题，若用其它方法，请酌情给分）