

# 石景山区 2023—2024 学年第一学期高一期末试卷

## 数 学

本试卷共 5 页，满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。请务必把答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

### 第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B = (\ )$   
A.  $\{x | x < 2\}$       B.  $\{x | 0 < x < 2\}$       C.  $\{x | 1 < x < 2\}$       D.  $\{x | -1 < x < 2\}$
2. 已知命题  $P$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ ”, 则  $\neg p$  为 ( )  
A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$       B.  $\exists x \notin \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$   
C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$       D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$
3. 下列函数中，在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的是 ( )  
A.  $y = (\frac{1}{2})^x$       B.  $y = (x-1)^2$       C.  $y = -x+1$       D.  $y = x^3$
4. 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 + ax + b < 0$  的解集是  $(-2, 1)$ , 则  $a+b = (\ )$   
A. -1      B. 0      C. 1      D. -2
5. “ $2^x < 1$ ” 是 “ $x < 1$ ” 的 ( )  
A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

6. 某中学共有学生 800 人，为了解他们的视力状况，用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 40 的样本，若样本中共有女生 11 人，则该校共有男生（ ）人。

- A. 220      B. 225      C. 580      D. 585
7. 若  $a < b < 0$  则（ ）  
A.  $a^2 < b^2$       B.  $ab < b^2$       C.  $2^a > 2^b$       D.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2 - \log_2 x, & x \geq 1, \\ 4^x, & x < 1. \end{cases}$ ，则  $f(f(\frac{1}{2})) =$  （ ）

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2

9. 已知函数  $f(x) = \log_2 x - x + 1$ ，则不等式  $f(x) < 0$  的解集是（ ）

- A.  $(0,1)$       B.  $(-\infty,1) \cup (2,+\infty)$       C.  $(1,2)$       D.  $(0,1) \cup (2,+\infty)$

10. 已知非空集合  $A$ ， $B$  满足以下两个条件：

(1)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $A \cap B = \emptyset$ ；

(2)  $A$  的元素个数不是  $A$  中的元素， $B$  的元素个数不是  $B$  中的元素。

则有序集合对  $(A, B)$  的个数为（ ）

- A. 12      B. 10      C. 6      D. 5

## 第二部分（非选择题 共 60 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。

11. 函数  $y = \lg(x-2) + \frac{1}{x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

12. 已知  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x}$  ( $x > 0$ )，则当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时， $y$  取得最小值为\_\_\_\_\_.

13. 不等式  $\frac{2x}{x-2} \leq 1$  的解集为\_\_\_\_\_.

14. 写出一个值域为  $[1, +\infty)$  的偶函数  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax + 1, & x \leq 1, \\ ax, & x > 1. \end{cases}$

(1) 若  $a=0$ ，则  $f(x)$  的最大值是\_\_\_\_\_；

(2) 若  $f(x)$  存在最大值，则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题共 5 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题满分 6 分)

已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$ ，集合  $B = \{x | a - x \leq 0\}$ .

(I) 当  $a=2$  时，求  $A \cup B$ ；

(II) 若  $B \cap C_R A \neq \emptyset$ ，求实数  $a$  的取值范围.

17. (本小题满分 9 分)

已知甲投篮命中的概率为 0.6，乙投篮不中的概率为 0.3，乙、丙两人都投篮命中的概率为 0.35，假设甲、乙、丙三人投篮命中与否是相互独立的。

(I) 求丙投篮命中的概率；

(II) 甲、乙、丙各投篮一次，求甲和乙命中，丙不中的概率；

(III) 甲、乙、丙各投篮一次，求恰有一人命中的概率。

18. (本小题满分 8 分)

已知函数  $f(x) = \frac{3x - m}{2x + 2}$  的图象过点 (1, 1)。

(I) 求实数  $m$  的值；

(II) 判断  $f(x)$  在区间  $(-\infty, -1)$  上的单调性，并用定义证明。

19. (本小题满分 8 分)

甲、乙两个篮球队在 4 次不同比赛中的得分情况如下：

甲队	88 91 93 96			
乙队	89	94	97	92

( I ) 在 4 次比赛中，求甲队的平均得分；

( II ) 分别从甲、乙两队的 4 次比赛得分中各随机选取 1 次，求这 2 个比赛得分之差的绝对值为 1 的概率；

( III ) 甲，乙两队得分数据的方差分别记为  $S_1^2$ ， $S_2^2$ ，试判断  $S_1^2$  与  $S_2^2$  的大小。(结论不要求证明)

20. (本小题满分 9 分)

已知函数  $f(x) = e^x + ae^{-x}$ ，其中  $e$  为自然对数的底数， $a \in \mathbb{R}$ 。

( I ) 若 0 是函数  $f(x)$  的一个零点，求  $a$  的值并判断函数  $f(x)$  的奇偶性；

( II ) 若函数  $f(x)$  同时满足以下两个条件，求  $a$  的取值范围。

条件①： $\forall x \in \mathbb{R}$ ，都有  $f(x) > 0$ ；

条件②： $\exists x_0 \in [-1, 1]$ ，使得  $f(x_0) \leq 4$ .

# 石景山区 2023—2024 学年第一学期高一期末

## 数学试卷答案及评分参考

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	A	A	C	D	C	D	B

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分。

题号	11	12	13	14	15
答案	$(2, +\infty)$	2,6	$[-2, 2)$	$x^2 + 1$	$1, (-\infty, 0]$

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分。解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 6 分)

解：(I)  $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\} = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$ .

$\because a - x \leq 0$ ,  $\therefore x \geq a$ , 即  $B = [a, +\infty)$ . 当  $a = 2$  时,  $B = [2, +\infty)$ .

$\therefore A \cup B = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$ . .... 3 分

(II) 由 (I) 知  $\complement_R A = [-1, 4]$ ,

$\because B \cap \complement_R A \neq \emptyset$ ,  $B = [a, +\infty)$   $\therefore a \leq 4$ .

所以  $a$  的取值范围是  $(-\infty, 4]$ . .... 6 分

17. (本小题满分 9 分)

解：(I) 设“甲投篮命中”为事件  $A$ ；“乙投篮命中”为事件  $B$ ；“丙投篮命中”为事件  $C$ .

则  $P(A) = 0.6$ ,  $P(\bar{B}) = 0.3$ ,  $P(BC) = 0.35$ .

所以  $P(B) = 0.7$ , 又  $P(BC) = P(B)P(C) = 0.35$ , 解得  $P(C) = 0.5$ .

所以丙投篮命中的概率为 0.5. ....3 分

(II) 甲、乙、丙各投篮一次，则甲和乙命中，丙不命中的概率为

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0.6 \times 0.7 \times 0.5 = 0.21.$$

所以甲、乙、丙各投篮一次，甲和乙命中，丙不命中的概率为 0.21. ....6 分

(III) 设“恰有一人命中”为事件 D.

$$\text{所以 } P(D) = P(\overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC})$$

$$= P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(B)P(\overline{C}) + P(\overline{A})P(\overline{B})P(C)$$

$$= 0.6 \times 0.3 \times 0.5 + 0.4 \times 0.7 \times 0.5 + 0.4 \times 0.3 \times 0.5 = 0.29.$$

所以甲、乙、丙各投篮一次，恰有一人命中的概率为 0.29. ....9 分

18. (本小题满分 8 分)

解 (I) 将点 (1,1) 代入函数  $f(x) = \frac{3x-m}{2x+2}$  中，

可得  $1 = \frac{3-m}{2+2}$ , 解得  $m = -1$ . ....3 分

(II) 单调递增，证明如下。由 (I) 可得  $f(x) = \frac{3x+1}{2x+2}$ .

$$\text{任取 } x_1 < x_2 \in (-\infty, -1), \text{ 则 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{3x_1+1}{2x_1+2} - \frac{3x_2+1}{2x_2+2} = \frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

因为  $x_1 < x_2 \in (-\infty, -1)$ ,

则  $x_1 - x_2 < 0$ ,  $x_1 + 1 < 0$ ,  $x_2 + 1 < 0$ , 即  $(x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0$ ,

所以  $\frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)} < 0$ , 即  $f(x_1) < f(x_2)$ .

所以  $f(x)$  在区间  $(-\infty, -1)$  上单调递增. ....8 分

19. (本小题满分 8 分)

解：(I) 甲队的平均得分为  $\frac{1}{4}(88+91+93+96)=92$ .

甲队的平均得分为 92. ....2 分

(II) 记甲队的 4 次比赛得分 88, 91, 93, 96 分别为  $A_1, A_2, A_3, A_4$ ,

乙队的 4 次比赛得分 89, 94, 97, 92 分别为  $B_1, B_2, B_3, B_4$ .

则分别从甲、乙两队的4次比赛中各随机选取1次，所有可能的结果有 $4 \times 4 = 16$ 种.

2个比赛得分之差的绝对值为1的有 $(A_1, B_1)$ ,  $(A_2, B_4)$ ,  $(A_3, B_2)$ ,  $(A_3, B_4)$ ,  $(A_4, B_3)$  共有5种.

设“2个比赛得分之差的绝对值为1”为事件B.

所以  $P(B) = \frac{5}{16}$ .

所以这 2 个比赛得分之差的绝对值为 1 的概率为  $\frac{5}{16}$ . ..... 6 分

$$(III) \quad S_1^2 = S_2^2.$$

20. (本小题满分 9 分)

(I) 因为 0 是函数  $f(x) = e^x + ae^{-x}$  的一个零点,

所以  $f(0) = 1 + a = 0$ ，解得  $a = -1$ 。

即  $f(x) = e^x - e^{-x}$ , 其定义域为  $\mathbf{R}$ .

又  $f(-x) = e^{-x} - e^x = -f(x)$ , 所以  $f(x)$  是奇函数.

( II ) 对于条件①,  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x) = e^x + ae^{-x} > 0$ , 即  $a > -e^{2x}$  恒成立,

所以  $a \geq 0$

对于条件②:  $\exists x_0 \in [-1,1]$  使得  $f(x_0) \leq 4$ , 即  $e^{x_0} + ae^{-x_0} \leq 4$

所以  $a \leq 4e^{x_0} - (e^{x_0})^2$ .

因为  $\exists x_0 \in [-1,1]$ , 使得  $f(x_0) \leqslant 4$ , 所以  $a \leqslant (4e^{x_0} - (e^{x_0})^2)_{\max}$  ( $x_0 \in [-1,1]$ )

令  $y = 4t - t^2$ , 其中  $t = e^{x_0}, t \in [e^{-1}, e]$ . 则当  $t = 2$  时,  $y_{\max} = 4$ .

所以  $a \leq 4$ .

综上:  $a$  的取值范围是  $a \in [0, 4]$ .

.....9 分

(以上解答题, 若用其它方法, 请酌情给分)

# 北京高一高二高三期末试题下载

京考一点通团队整理了**【2024年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】**专题，及时更新最新试题及答案。

通过**【京考一点通】**公众号，对话框回复**【期末】**或者点击公众号底部栏目**<试题专区>**，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜

Q 京考一点通



The screenshot shows the WeChat official account interface for 'JINGKAO YIDANTONG'. At the top, there's a banner for the 'Beida A Plan' recruitment. Below it, a message from the account says '2024,心想事必成! Flag留言中奖名单出炉,看看都是谁'. On the right, there's a cartoon character. In the center, there's a large orange banner with the text '合格考加油' and '2024北京第一次合格考开考,这个周末...'. On the left, a vertical menu is displayed with options: '高三试题' (High Three Test Papers), '高二试题' (High Two Test Papers), '高一试题' (High One Test Papers), '外省联考试题' (Joint Exam Test Papers from Other Provinces), and '进群学习交流' (Join Group for Learning and Exchange). The '高一试题' option is highlighted with a red box and an arrow points to it from the bottom left. At the very bottom, there are three buttons: '试题专区' (Test Paper Zone), '2024高考' (2024 College Entrance Exam), and '福利领取' (Benefit Collection). The time '星期五 14:32' is also visible at the bottom.