江淮十校2024届高三第二次联考

数学试题

2023.11

命审单位:安庆一中　　命审人:洪汪宝　吴礼琴　陈晨

注意事项:

1. 本试卷满分150分,考试时间120分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.

1. 已知i为虚数单位,复数z满足$z(1+2i)-1+i=0$,则$\bar{z}=$

A. $-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$　　B. $-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$　　C. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$　　D. $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$

2. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2-3<0\}$,集合$B=\{y|y=2^x,x\in A\}$,则$A\cap B=$

A. $(0,\sqrt{3})$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,0\}$　　D. $\{1\}$

3. 已知点G是$\triangle ABC$的重心,$\overrightarrow{GA}=\vec{a}$,$\overrightarrow{GB}=\vec{b}$,则$\overrightarrow{BC}=$

A. $\vec{a}+2\vec{b}$　　B. $2\vec{a}+\vec{b}$　　C. $-2\vec{a}-\vec{b}$　　D. $-\vec{a}-2\vec{b}$

4. 已知幂函数$f(x)=(m^2-5m+5)x^{m-2}$是$\mathbf{R}$上的偶函数,且函数$g(x)=f(x)-(2a-6)x$在区间$[1,3]$上单调递增,则实数a的取值范围是

A. $(-\infty,4)$　　B. $(-\infty,4]$　　C. $[6,+\infty)$　　D. $(-\infty,4]\cup[6,+\infty)$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_4=4a_2-4$,$S_5=65$,则使$S_n>0$成立的n的最大值为

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19

6. 已知角θ为第二象限角,且满足$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\sin(\pi+\theta)=\cos 2\theta$,则$\tan\theta=$

A. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$　　C. $\frac{-\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$　　D. $\frac{-\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$

7. 在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$CD=2C_1D_1=2$,点O是底面$ABCD$的中心,若该四棱台的侧面积为$3\sqrt{15}$,则异面直线OC_1与BB_1所成角的余弦值为

A. $\frac{7}{8}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{8}$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-1|,x\leqslant 1\\|\log_3(x-1)|,x>1\end{cases}$，若函数 $y=f(x)-a(a\in\mathbf{R})$ 有四个不同的零点 x_1,x_2,x_3,x_4 且 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $(2^{x_1}+2^{x_2})a+\dfrac{1}{(x_3-1)(x_4-1)a}$ 的取值范围是

A. $(0,3)$　　B. $[2\sqrt{2},3)$　　C. $[2\sqrt{2},+\infty)$　　D. $(3,+\infty)$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $x,y\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 且 $\sin x>\sin y$，则下列不等关系一定成立的是

A. $\lg(x-y)>0$　　B. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x<\left(\dfrac{1}{3}\right)^y$　　C. $x^2>y^2$　　D. $\tan(\pi+x)>\tan y$

10. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，E,F 分别为棱 AB,CC_1 的中点，则下列判断正确的是

A. 直线 EF 与直线 DD_1 互为异面直线

B. $B_1D\perp$ 平面 D_1EF

C. 平面 D_1EF 截该四棱柱得到的截面是五边形

D. 平面 D_1EF 与棱 BC 的交点是棱 BC 的中点

11. 将函数 $y=\sin 2\omega x(0<\omega<1)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6\omega}$ 个单位可得到函数 $y=f(x)$ 的图象，若 $y=f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 内有最值，则实数 ω 的取值范围可能为

A. $\left(\dfrac{1}{24},\dfrac{1}{12}\right)$　　B. $\left(\dfrac{5}{24},\dfrac{5}{12}\right)$　　C. $\left(\dfrac{7}{24},\dfrac{7}{12}\right)$　　D. $\left(\dfrac{13}{24},1\right)$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=\begin{cases}-\dfrac{n+3}{2},n\text{ 为奇数}\\\dfrac{n}{2},n\text{ 为偶数}\end{cases}$，则下列判断正确的是

A. $a_{10}=-11$　　B. 当 n 为奇数时，$a_n=-n-1$

C. 当 n 为偶数时，$a_n=n+1$　　D. 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和等于 $-\dfrac{n}{2(n+2)}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}=(1,2)$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\perp(\vec{a}+2\vec{b})$，则向量 $\vec{a},\vec{b}$ 夹角的余弦值为________.

14. 已知 $a>-1,b>0$ 且 $2a+b=2$，则 $\dfrac{a+2b+1}{a+1}+\dfrac{4}{b}$ 的最小值为________.

15. 内接于球 O 的四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是等腰梯形，四条侧棱均相等，$AB/\!/CD$，$AB=4$，$CD=2$，$AD=\sqrt{10}$，侧棱 PA 与底面 $ABCD$ 所成角的大小为 $\dfrac{\pi}{3}$，则球 O 的表面积为________.

16. 设正整数 n 满足不等式 $(1+\log_2 2023)^{2n-1}>(2n)^{\log_2 2023}$，则 n 的最小值等于________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知集合 $A=\left\{x \mid x^2+ax-\frac{3}{4}a^2\leqslant 0(a>0)\right\}$，函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x(x\in\mathbf{R})$ 的值域为集合 B.

（1）当 $a=2$ 时，求 $A\cup B$；

（2）若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，求正数 a 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{m^{x+1}-2}{m^x+n}$（其中 $m>0$ 且 $m\neq 1$，$n>0$）是奇函数.

（1）求 m,n 的值并判断函数 $y=f(x)$ 的单调性；

（2）已知二次函数 $g(x)=ax^2+bx+c$ 满足 $g(2+x)=g(2-x)$，且其最小值为 -3. 若对 $\forall x_1\in[-1,2]$，都 $\exists x_2\in\left[\frac{1}{2},8\right]$，使得 $f(x_1)=g(\log_2 x_2)$ 成立，求实数 a 的取值范围.

19.（本小题满分 12 分）

在锐角△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，O 为其外接圆的圆心，$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=8$，$\sqrt{3}\left(\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}\right)=\frac{8}{b}$.

（1）求 A 的大小；

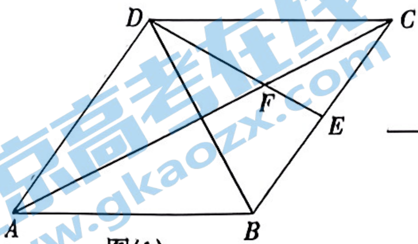
（2）若 $C\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right]$，求边长 b 的最值.

20.（本小题满分 12 分）

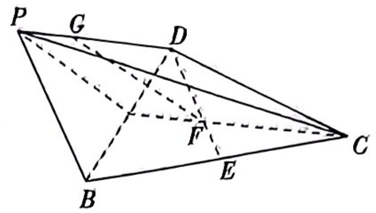
如图(1)，在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，点 E 是边 BC 的中点，连 DE 交对角线 AC 于点 F，将$\triangle ABD$沿对角线 BD 折起得到如图(2)所示的三棱锥 $P-BCD$.

(1)点 G 是边 PD 上一点且 $PG=\frac{1}{2}GD$，连 FG，求证：FG∥平面 PBC；

(2)若二面角 $P-BD-C$ 的大小为$\frac{2\pi}{3}$，求二面角 $P-DE-C$ 的正弦值.



图(1)



图(2)

21.（本小题满分 12 分）

各项均为正数的数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=1$，且满足 $na_{n+1}^2-2(n+1)a_n^2=\sqrt{n(n+1)}\,a_{n+1}a_n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证：数列$\left\{\frac{a_n}{\sqrt{n}}\right\}$是等比数列；

(2)设 $b_n=a_n^2$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\frac{\ln x-ax+1}{x}(a\in\mathbf{R})$.

(1)若$f(x)\leqslant 2$恒成立，求实数 a 的取值范围；

(2)若函数$f(x)$有两个零点 x_1,x_2 且 $3x_1<x_2$，求证：$x_1+x_2>\frac{6}{e}$.