

宜宾市普通高中 2020 级高考适应性考试  
数学(文史类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。考试结束后,请将答题卡交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $P = \{x | 0 < \log_2 x < 1\}$ ,  $Q = \{x | x \leq 2\}$ , 则

A.  $P \cap Q = \emptyset$     B.  $P \cup Q = \mathbb{R}$     C.  $P \subseteq Q$     D.  $Q \subseteq P$

2. 已知复数  $z = 3 + 4i$ , 且  $z + a\bar{z} = 9 - 4i$ , 其中  $a$  是实数, 则

A.  $a = -2$     B.  $a = 2$     C.  $a = 1$     D.  $a = 3$

3. 抛掷一枚质地均匀的骰子一次, 事件 1 表示“骰子向上的点数为奇数”, 事件 2 表示“骰子向上的点数为偶数”, 事件 3 表示“骰子向上的点数大于 3”, 事件 4 表示“骰子向上的点数小于 3”则

A. 事件 1 与事件 3 互斥    B. 事件 1 与事件 2 互为对立事件

C. 事件 2 与事件 3 互斥    D. 事件 3 与事件 4 互为对立事件

4. 已知  $p: 1 < m < 3$ ,  $q: \frac{x^2}{m-1} + \frac{y^2}{3-m} = 1$  表示椭圆, 则  $p$  是  $q$  的

A. 充要条件    B. 充分不必要条件    C. 必要不充分条件    D. 既不充分也不必要条件

5. 已知角  $\alpha$  的终边上一点的坐标  $(a, 2)$ , 其中  $a$  是非零实数, 则下列三角函数值恒为正的是

A.  $\cos \alpha \tan \alpha$     B.  $\sin \alpha \cos \alpha$     C.  $\sin \alpha \tan \alpha$     D.  $\tan \alpha$

6. 已知数列  $\{\frac{1}{2n-11}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则使得  $S_n$  最小时的  $n$  是

A. 4    B. 5    C. 6    D. 7

7. 已知两个平面  $\alpha, \beta$ , 两条直线  $l, m$ , 则下列命题正确的是

A. 若  $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha$ , 则  $l \perp \beta$

B. 若  $l \subset \alpha, m \subset \beta, m \perp l$ , 则  $\alpha \perp \beta$

C. 若  $l \subset \alpha, m \subset \alpha, m \parallel \beta, l \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

D. 若  $l, m$  是异面直线,  $l \subset \alpha, l \parallel \beta, m \subset \beta, m \parallel \alpha$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

8. 若函数  $f(x) = \begin{cases} (x-m)^2 - 2, & x < 0 \\ 2x^3 - 3x^2, & x \geq 0 \end{cases}$  的最小值是  $-2$ , 则实数  $m$  的取值范围是

A.  $m < 0$     B.  $m \leq 0$     C.  $m > 0$     D.  $m \geq 0$

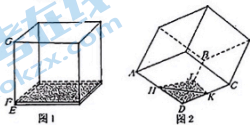
9. 已知点  $M$  是圆  $C: (x-4)^2 + y^2 = 4$  上的一个动点, 点  $N$  是直线  $y = x$  上除原点  $O$  外的任意一点, 则向量  $\overrightarrow{OM}$  在向量  $\overrightarrow{ON}$  上的投影的最大值是

- A.  $2\sqrt{2} + 2$       B.  $2\sqrt{2}$       C.  $3\sqrt{2} + 2$       D.  $3\sqrt{2}$

10. 已知曲线  $C: y = \ln x$ , 直线  $l: y = 2x$ , 垂直于  $y$  轴的直线分别与  $C, l$  交于  $M, N$  两点, 则  $|MN|$  的最小值是

- A.  $\frac{1 - \ln 2}{2}$       B. 1      C.  $\frac{\sqrt{5}(1 - \ln 2)}{5}$       D.  $\frac{1 + \ln 2}{2}$

11. 如图 1, 水平放置的正方体容器中注入一定量的水, 现将该正方体容器的一个顶点固定在地面上, 使得  $DA, DB, DC$  三条棱与地面所成角均相等, 此时水平面为  $HJK$ , 如图 2 所示. 若在图 2 中  $\frac{DH}{DA} = \frac{1}{2}$ , 则在图 1 中  $\frac{EF}{EG} =$



- A.  $\frac{4}{27}$       B.  $\frac{1}{16}$       C.  $\frac{1}{12}$       D.  $\frac{1}{48}$

12. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对边分别记为  $a, b, c$ , 若  $b = 2a, c = 2$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值是

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{2}{3}$

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $\{a_n\}$  为等比数列, 若  $a_2 = -2, a_6 = -8$ , 则  $a_4 =$  \_\_\_\_\_.

14. 甲, 乙, 丙 3 名大学生分到  $A, B$  两个学校实习, 每个学校至少分到 1 人, 则甲, 乙二人在同一个学校实习的概率是 \_\_\_\_\_.

15. 音乐是由不同频率的声音组成的. 若音 1 ( $do$ ) 的音阶频率为  $f$ , 则简谱中七个音 1 ( $do$ ), 2 ( $re$ ), 3 ( $mi$ ), 4 ( $fa$ ), 5 ( $so$ ), 6 ( $la$ ), 7 ( $si$ ) 组成的音阶频率分别是  $f, \frac{9}{8}f, \frac{81}{64}f, \frac{4}{3}f, \frac{3}{2}f, \frac{27}{16}f, \frac{243}{128}f$ , 其中后一个音阶频率与前一个音阶频率的比是相邻两个音的台阶. 上述七个音的台阶只有两个不同的值, 记为  $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ ,  $\alpha$  称为全音,  $\beta$  称为半音, 则  $\lg \alpha^5 + \lg \beta^2 - \lg 2 =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左, 右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 离心率为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 过  $F_2$  作渐近线的垂线交  $C$  于  $A, B$  两点, 若  $|AB| = 3$ , 则  $\triangle ABF_1$  的周长为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试

题考生都必须答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必做题: 共 60 分.

## 17. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 $A, B, C$ 所对边分别记为 $a, b, c$ ,  $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = \frac{\sin 2B}{1 + \cos 2B}$ .

(1) 证明:  $B = C$ ;(2) 求  $\frac{2a+b}{c} + \frac{1}{\cos B}$  的最小值.

## 18. (12分)

近几年,在缺“芯”困局之下,国产替代的呼声愈发高涨,在国家的政策扶持下,国产芯片厂商呈爆发式增长.为估计某地芯片企业的营业收入,随机选取了10家芯片企业,统计了每家企业的研发投入(单位:亿)和营业收入(单位:亿),得到如下数据:

样本号 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
研发投入 $x_i$	2	2	4	6	8	10	14	16	18	20
营业收入 $y_i$	14	16	30	38	50	60	70	90	102	130

并计算得  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 100$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 600$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1400$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 49200$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 8264$ .

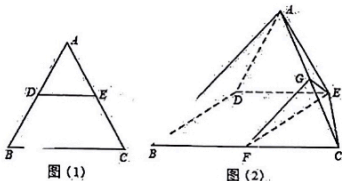
(1) 求该地芯片企业的研发投入与营业收入的样本相关系数 $r$ ,并判断这两个变量的相关性强弱(若  $0.30 \leq |r| < 0.75$ ,则线性相关程度一般,若  $|r| \geq 0.75$ ,则线性相关程度较高, $r$ 精确到0.01);

(2) 现统计了该地所有芯片企业的研发投入,并得到所有芯片企业的研发投入总和为268亿,已知芯片企业的研发投入与营业收入近似成正比.利用以上数据给出该地芯片企业的总营业收入的估计值.

$$\text{附: 相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{33} \approx 5.745.$$

## 19. (12分)

如图(1),在边长为4的正三角形 $ABC$ 中, $D, E$ 分别为 $AB, AC$ 中点,将 $\triangle ADE$ 沿 $DE$ 折起,使二面角 $A-DE-B$ 为直二面角,如图(2),连接 $AB, AC$ .

(1) 求四棱锥 $A-BCED$ 的体积;(2) 在图(2)中,过点 $E$ 作平面 $EFG$ 与平面 $ABD$ 平行,分别交 $BC, AC$ 于 $F, G$ .求证:  $EG \perp$  平面 $ABC$ .

## 20. (12分)

已知点  $A$  在  $y$  轴右方, 点  $B$ , 点  $C$  的坐标分别为  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$ , 直线  $AB$ ,  $AC$  的斜率之积是 3.

(1) 求点  $A$  的轨迹  $D$  的方程;

(2) 若抛物线  $x^2 = 2py (p > 0)$  与点  $A$  的轨迹  $D$  交于  $E, F$  两点, 判断直线  $EF$  是否过定点? 若过定点, 求出定点坐标; 若不过定点, 请说明理由.

## 21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{a+1}{2}x^2 + ax + 1$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $x_1, x_2 \in [0, 3], |f(x_1) - f(x_2)| < \frac{27}{2}$ , 求实数  $a$  的取值范围.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

## 22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 曲线  $E$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} + \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数). 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 射线  $l_1: \theta = \beta$  ( $-\frac{\pi}{4} < \beta < 0$ ) 与  $E$  交于  $A, B$  两点, 射线  $l_2: \theta = \beta + \frac{\pi}{4}$  与  $E$  交于  $C, D$  两点.

(1) 求曲线  $E$  的极坐标方程;

(2) 求  $\frac{|OC| + |OD|}{|OA| + |OB|}$  的取值范围.

## 23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{x^2 + 2ax} + a^2 - 2|x - b|$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的最大值为 2.

(1) 求  $a + b$  的值;

(2) 证明:  $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{4}{(3a+1)b} \geq 12$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯