

2019 北京房山高一（上）期中

数 学

本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题纸交回，试卷自行保存。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则

A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$

C. $A \in B$ D. $B \in A$

(2) 若命题 $P: \exists x \in R, |x| \leq 0$, 则 $\neg P$ 为

A. $\exists x \in R, |x| \geq 0$ B. $\exists x \in R, |x| > 0$

C. $\forall x \in R, |x| \geq 0$ D. $\forall x \in R, |x| > 0$

(3) 若 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $a - c > b - c$

C. $ac > bc$ D. $a^2 > b^2$

(4) 若关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 的解集中只有一个元素，则实数 a 的所有取值组成的集合为

A. $\varnothing$ B. $\{0\}$

C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

(5) “ $|x| = |y|$ ” 是 “ $x^2 = y^2$ ” 的

A. 充分不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(6) 地球表面被很厚的大气层包围，大气层的厚度大约在 $1000km$ 以上，整个大气层高度不同表现出不同的特点，分为对流层、平流层、中间层、暖层和散逸层，再上面就是星际空间了。平流层是指地面上 $10km$ 到 $50km$ 的区域，下述不等式中， x 能表示平流层高度的是

A. $|x - 30| < 20$ B. $|x + 30| < 20$

C. $|x + 10| < 50$ D. $|x - 10| < 50$

(7) 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x^2 + 1$ 的零点所在的区间为

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, 2)$

(8) 设 $f(x)$ 是定义域为 $(-2, 2)$ 的奇函数，当 $0 \leq x < 2$ 时， $f(x) = \frac{1}{x-2} + 2x + m$ (m 为常数)，则 $f(-1) =$

A. $-\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) 函数 $f(x) = \sqrt{x+1}$ 的定义域为_____.

(10) 不等式 $\frac{x-1}{x+2} < 0$ 的解集为_____.

(11) 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ -2x - 1, & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(-1) =$ _____.

(12) 二次函数 $f(x) = ax^2 - 2ax + c (a > 0)$ 的对称轴方程式_____；比较 $f(-1)$ 与 $f(2)$ 的大小，则 $f(-1)$ _____ $f(2)$ (填 “>” 或 “<” 或 “=”)

(13) 给出下列三个论断：

① $a > b$; ② $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; ③ $a < 0$ 且 $b < 0$.

以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个真命题：_____.

(14) 设 S 为非空数集，若 $\forall a, b \in S$, 都有 $a+b, a-b, ab \in S$, 则称 S 为封闭集.

下列命题：

- ① 整数集是封闭集；
- ② 自然数集是封闭集；
- ③ 封闭集一定是无限集；
- ④ 若 S 为封闭集，则一定有 $0 \in S$.

其中所有真命题的序号为_____

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (本小题 13 分)

已知全集为 R , 集合 $M = \{x | x < 1\}$, $N = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$.

(I) 求 $M \cap N$;

(II) 求 $(C_R M) \cup N$.

(16) (本小题 13 分)

已知 $a \in R$, 求证 $\frac{2a}{a^2+1} \leq 1$, 并说明等号成立的条件.

(17) (本小题 13 分)

不等式 $3x^2 + bx - 1 \geq 0$ 的解集为 M .

(I) 当 $b = -2$ 时, 求 M ;

(II) 若 $1 \in M$, 求 b 的取值范围.

(18) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - 2$

(I) 求函数 $f(x)$ 的零点;

(II) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并加以证明.

(19) (本小题 13 分)

某垃圾处理站每月的垃圾处理量最少为 250 吨, 最多为 450 吨, 月处理成本 C (单位: 元) 与月垃圾处理量 x (单位: 吨) 之间的函数关系可以近似表示为, $C = \frac{1}{2}x^2 - 200x + 80000$, 且每处理一吨垃圾得到可以利用的资源价值为 100 元, 设 y (单位: 元) 为平均成本 (即每吨垃圾的平均处理成本), P (单位: 元) 为每月的利润 (利润是收入与成本之差).

(I) 分别写出 y 、 P 与 x 之间的函数关系式;

(II) 该站每月垃圾处理量为多少吨时, 才能使平均成本最低?

(III) 该站每月能否赢利? 若能, 求出最大利润; 若不能, 则需要政府财政补贴, 至少补贴多少元才能使该站不亏损?

(20) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$.

在研究函数 $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$ 的性质时, 某同学发现:

函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(-x) = (-x)^2 - 2|-x| - 3 = x^2 - 2|x| - 3 = f(x)$, 所以函数 $f(x)$ 是偶函数.

- (I) 请沿着该同学的思路继续研究函数 $f(x)$ 的其他性质;
- (II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(m, 5]$ 上存在最大值和最小值, 且最大值为 $f(5)$, 请直接写出 m 的取值范围;
- (III) 若对 $\forall x \in R$, 函数 $f(x)$ 的图象都在直线 $y = kx - 5$ 的上方, 求 k 的取值范围.