

绝密★启用前

## 2017 年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

### 数学（文史类）

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 5 页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

### 第 I 卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2. 本卷共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

参考公式：

- 如果事件  $A$ ,  $B$  互斥，那么  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。
- 棱柱的体积公式  $V = Sh$ 。其中  $S$  表示棱柱的底面面积， $h$  表示棱柱的高。
- 球的体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 。其中  $R$  表示球的半径。

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合  $A = \{1, 2, 6\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4\}$ ，则  $(A \cup B) \cap C =$

(A)  $\{2\}$  (B)  $\{1, 2, 4\}$  (C)  $\{1, 2, 4, 6\}$  (D)  $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

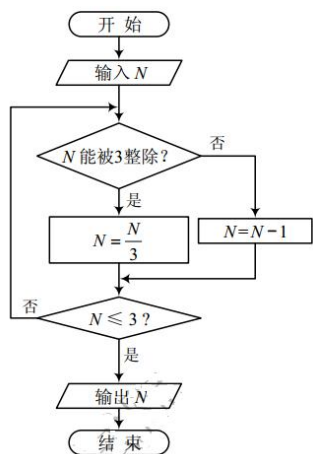
(2) 设  $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $2 - x \geq 0$ ”是“ $|x - 1| \leq 1$ ”的

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(3) 有 5 支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫。从这 5 支彩笔中任取 2 支不同颜色的彩笔，则取出的 2 支彩笔中含有红色彩笔的概率为

- (A)  $\frac{4}{5}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{2}{5}$  (D)  $\frac{1}{5}$

(4) 阅读右面的程序框图，运行相应的程序，若输入  $N$  的值为 19，则输出  $N$  的值为



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(5) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左焦点为  $F$ ，点  $A$  在双曲线的渐近线上，

$\triangle OAF$  是边长为 2 的等边三角形 ( $O$  为原点)，则双曲线的方程为

- (A)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  (D)  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

(6) 已知奇函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数. 若  $a = -f(\log_2 \frac{1}{5}), b = f(\log_2 4.1), c = f(2^{0.8})$ ,

则  $a, b, c$  的大小关系为

- (A)  $a < b < c$  (B)  $b < a < c$  (C)  $c < b < a$  (D)  $c < a < b$

(7) 设函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi), x \in \mathbf{R}$ , 其中  $\omega > 0, |\varphi| < \pi$ . 若  $f(\frac{5\pi}{8}) = 2, f(\frac{11\pi}{8}) = 0$ , 且

$f(x)$  的最小正周期大于  $2\pi$ , 则

- (A)  $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = \frac{\pi}{12}$  (B)  $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{12}$  (C)  $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{24}$  (D)  $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = \frac{7\pi}{24}$

(8) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |x| + 2, & x < 1, \\ x + \frac{2}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$  设  $a \in \mathbf{R}$ , 若关于  $x$  的不等式  $f(x) \geq \frac{x}{2} + a$  在  $\mathbf{R}$  上

恒成立, 则  $a$  的取值范围是

- (A)  $[-2, 2]$  (B)  $[-2\sqrt{3}, 2]$  (C)  $[-2, 2\sqrt{3}]$  (D)  $[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$

## 第 II 卷

注意事项:

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2. 本卷共 12 小题, 共 110 分。

二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 已知  $a \in \mathbf{R}$ ,  $i$  为虚数单位, 若  $\frac{a-i}{2+i}$  为实数, 则  $a$  的值为

(10) 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 设函数  $f(x) = ax - \ln x$  的图象在点  $(1, f(1))$  处的切线为  $l$ , 则  $l$  在  $y$  轴上的截距为 .

(11) 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上, 若这个正方体的表面积为 18, 则这个球的体积为 .

(12) 设抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 学科网准线为  $l$ . 已知点  $C$  在  $l$  上, 以  $C$  为圆心的圆与  $y$  轴的正半轴相切于点  $A$ . 若  $\angle FAC = 120^\circ$ , 则圆的方程为 .

(13) 若  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $ab > 0$ , 则  $\frac{a^4 + 4b^4 + 1}{ab}$  的最小值为 .

(14) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 2$ . 若  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$  ( $\lambda \in \mathbf{R}$ ), 且  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$ , 则  $\lambda$  的值为 .

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分 13 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知  $a \sin A = 4b \sin B$ ,  $ac = \sqrt{5}(a^2 - b^2 - c^2)$ .

(I) 求  $\cos A$  的值;

(II) 求  $\sin(2B - A)$  的值.

(16) (本小题满分 13 分)

电视台播放甲、乙两套连续剧, 每次播放连续剧时, 需要播放广告. 已知每次播放甲、乙两套连续剧时, 连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如下表所示:

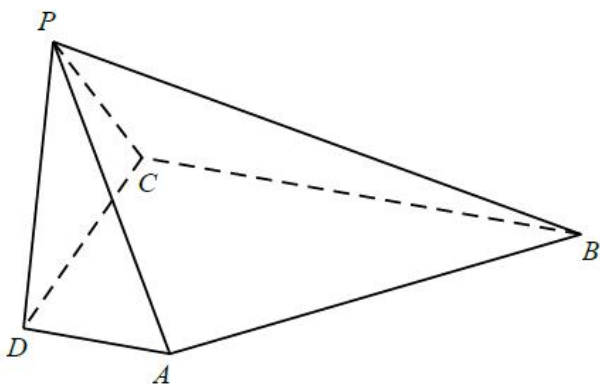
	连续剧播放时长 (分钟)	广告播放时长 (分钟)	收视人次 (万)
甲	70	5	60
乙	60	5	25

已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于 600 分钟，广告的总播放时间不少于 30 分钟，且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的 2 倍。分别用  $x$ ， $y$  表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数。

- (I) 用  $x$ ， $y$  列出满足题目条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；
- (II) 问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次，才能使收视人次最多？
- (17) (本小题满分 13 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $AD \perp$  平面  $PDC$ ， $AD \parallel BC$ ， $PD \perp PB$ ， $AD = 1$ ， $BC = 3$ ， $CD = 4$ ， $PD = 2$ 。

- (I) 求异面直线  $AP$  与  $BC$  所成角的余弦值；
- (II) 求证： $PD \perp$  平面  $PBC$ ；
- (III) 求直线  $AB$  与平面  $PBC$  所成角的正弦值。



(18) (本小题满分 13 分)

已知  $\{a_n\}$  为等差数列，前  $n$  项和为  $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $\{b_n\}$  是首项为 2 的等比数列，且公比大于 0，

$$b_2 + b_3 = 12, b_3 = a_4 - 2a_1, S_{11} = 11b_4.$$

- (I) 求  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式；
- (II) 求数列  $\{a_n b_n\}$  的前  $n$  项和 ( $n \in \mathbf{N}^*$ )。

(19) (本小题满分 14 分)

设  $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $|a| \leq 1$ . 已知函数  $f(x) = x^3 - 6x^2 - 3a(a-4)x + b$ ,  $g(x) = e^x f(x)$ .

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 已知函数  $y = g(x)$  和  $y = e^x$  的图象在公共点  $(x_0, y_0)$  处有相同的切线,

(i) 求证:  $f(x)$  在  $x = x_0$  处的导数等于 0;

(ii) 若关于  $x$  的不等式  $g(x) \leq e^x$  在区间  $[x_0 - 1, x_0 + 1]$  上恒成立, 求  $b$  的取值范围.

(20) (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点为  $F(-c, 0)$ , 右顶点为  $A$ , 点  $E$  的坐标为  $(0, c)$ ,

$\triangle EFA$  的面积为  $\frac{b^2}{2}$ .

(I) 求椭圆的离心率;

(II) 设点  $Q$  在线段  $AE$  上,  $|FQ| = \frac{3}{2}c$ , 延长线段  $FQ$  与椭圆交于点  $P$ , 点  $M, N$  在  $x$  轴上,  $PM \parallel QN$ , 且直线  $PM$  与直线  $QN$  间的距离为  $c$ , 四边形  $PQNM$  的面积为  $3c$ .

(i) 求直线  $FP$  的斜率;

(ii) 求椭圆的方程.