2019 北京怀柔区高三一模

数　　学(文)

本试卷共 5 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分(选择题共 40 分)

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)．

1．若集合 A＝{－1, 0, 1}，B＝{0, 1, 2}，则 A∩B=

A．{0, 1}　　B．{－1, 0, 1}　　C．{0, 1, 2}　　D．{－1, 0, 1, 2}

2．复数$\frac{1-i}{i}$=

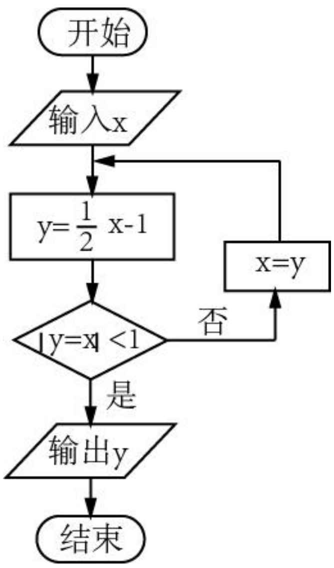
A．$-i$　　B．i　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

3．设 x，y 满足约束条件$\begin{cases} y\le x, \\ x+y\ge 1, \\ x\le 2, \end{cases}$则 $z=2x-y$ 的最大值为

A．1　　B．3

C．5　　D．9

4．执行右图所示的程序框图，若输入 $x=10$，则输出 y 的值为



A．3

B．6

C．$\frac{3}{2}$

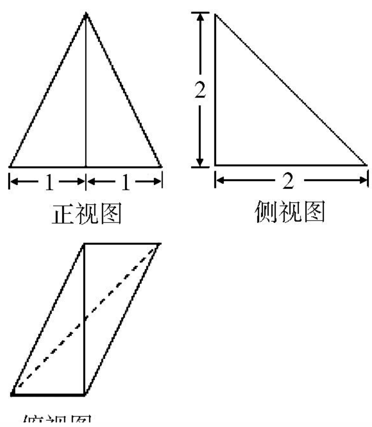
D．$-\frac{5}{4}$

5．下列函数中，既是偶函数，又在区间[0,1]上单调递增的是

A．$y=\cos x$　　B．$y=|\sin x|$

C．$y=-x^2$　　D．．$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

6．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥最长的棱长为



A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{2}$

C．3　　D．$3\sqrt{2}$

7．已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．某学习小组，调查鲜花市场价格得知，购买 2 只玫瑰与 1 只康乃馨所需费用之和大于 8 元，而购买 4 只玫瑰与 5 只康乃馨所需费用之和小于 22 元．设购买 2 只玫瑰花所需费用为 A 元，购买 3 只康乃馨所需费用为 B 元，则 A、B 的大小关系是

A．$A>B$　　B．$A<B$　　C．$A=B$　　D．A、B 的大小关系不确定

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9．函数 $y=\ln(x-1)$ 的定义域是__________．

10．已知抛物线 $y^2=2px$ 的准线方程为 $x=-1$，则 $p=$__________．

11．在 ΔABC 中，$b=\sqrt{3}$，$\angle A=45^\circ$，$\angle C=75^\circ$，则 $a=$__________．

12．2^{-3}，$3^{\frac{1}{2}}$，$\log_2 5$三个数中最大的数是__________．

13．设 a，b，c 是任意实数，能够说明“若 $c<b<a$ 且 $ac<0$，则 $ab<ac$”是假命题的一组整数 a，b，c 的值依次为__________．

14．以原点 $O(0,0)$ 为圆心，以1为半径的圆 C 的方程为__________；若点 P 在圆 C 上，点 A 的坐标为 $(-2,0)$，则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为__________．

三、解答题(共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．)

15．(本小题满分 13 分)

设 $\{a_n\}$ 是首项为1，公比为3的等比数列.

(Ⅰ) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n；

(Ⅱ) 已知 $\{b_n\}$ 是等差数列，T_n 为前 n 项和，且 $b_1=a_2$，$b_3=a_1+a_2+a_3$，求 T_{20}．

16．(本小题共 13 分)

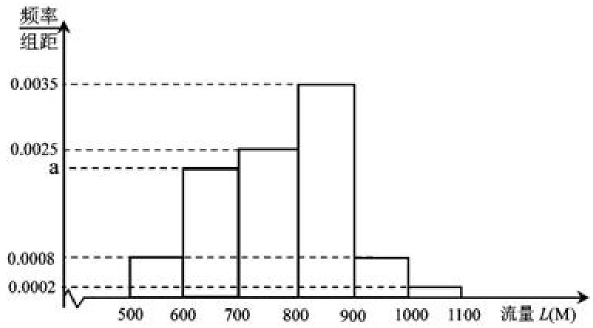
已知函数 $f(x)=\sin x+\cos x$．

(Ⅰ) 求 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值；

(Ⅱ) 如果函数 $g(x)=f(x)f(-x)$，求函数 $g(x)$ 的最小正周期和最大值．

17．（本小题满分 13 分）

某大型企业为鼓励员工利用网络进行营销，准备为员工办理手机流量套餐．为了解员工手机流量使用情况，通过抽样，得到100位员工每人手机月平均使用流量 L（单位: M）的数据，其频率分布直方图如图．



（Ⅰ）从该企业的100位员工中随机抽取1人，求手机月平均使用流量不超过900 M 的概率；

（Ⅱ）据了解，某网络运营商推出两款流量套餐，详情如下：

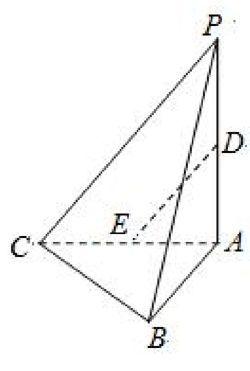
套餐名称	月套餐费(单位:元)	月套餐流量(单位: M)
A	20	700
B	30	1000

流量套餐的规则是：每月1日收取套餐费．如果手机实际使用流量超出套餐流量，则需要购买流量叠加包，每一个叠加包(包含 200M 的流量)需要10 元，可以多次购买，如果当月流量有剩余，将会被清零．

该企业准备订购其中一款流量套餐，每月为员工支付套餐费，以及购买流量叠加包所需月费用．若以平均费用为决策依据，该企业订购哪一款套餐更经济？

18．（本小题满分 14 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAC\perp$ 平面 ABC，$PA\perp AC$， $AB\perp BC$．设 D， E 分别为 PA，AC 中点．



（Ⅰ）求证： DE // 平面 PBC；

（Ⅱ）求证： $BC\perp$ 平面 PAB；

（Ⅲ）试问在线段 AB 上是否存在点 F，使得过三点 D，E，F 的平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行？若存在，指出点 F 的位置并证明；若不存在，请说明理由．

19. （本小题满分 13 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 F 作直线 l 交椭圆 E 于 M、N 两点，若 ΔBFM 与 ΔBFN 的面积之比为 2，求直线 l 的方程.

20. （本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=2x^3+3ax^2+1(a\in R)$.

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最小值.

数学试题答案

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	D	B	C	A	A

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9. $(1,+\infty)$；　　10. 2；　　11. $\sqrt{2}$；

12. $\log_2 5$；　　13. $1, 0, -1$；　　14. $x^2+y^2=1$，6．

三、解答题(共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．)

15. （本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $a_n=3^{n-1}$，

$$\therefore S_n=\frac{1-3^n}{1-3}=\frac{3^n-1}{2}.$$ --6 分

（Ⅱ）$b_1=a_2=3$，$b_3=a_1+a_2+a_3=13$，$b_3-b_1=10\Rightarrow d=5$，

$$\therefore T_{20}=20\times3+\frac{20\times19}{2}\times15=1010.$$ --------------------------------------13 分

16. （本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$． --------------------------5 分

（Ⅱ）$g(x)=f(x)f(-x)=(\sin x+\cos x)[\sin(-x)+\cos(-x)]$

$=(\sin x+\cos x)(-\sin x+\cos x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$

$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，$g(x)$ 的最小正周期为 π．

$\therefore -1\le\cos 2x\le1$，

因此，函数 $g(x)$ 的最大值是1．--13 分

17．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意 $(0.0002+0.0008+a+0.0025+0.0035+0.0008)\times100=1\Rightarrow a=0.0022$.

所以 100 位员工每人手机月平均使用流量不超过 900M 的概率为 $1-(0.0002+0.0008)\times100=0.9$

--6 分

（Ⅱ）若该企业选择A套餐，则100位员工每人所需费用可能为20元，30元，40元，每月

使用流量的平均费用为 $20\times(0.08+0.22)+30\times(0.25+0.35)+40\times(0.08+0.02)=28$

若该企业选择B套餐，则100位员工每人所需费用可能为30元，40元，每月使用流量的平均费用为
$30\times(0.08+0.22+0.25+0.35+0.08)+40\times0.02=30.2$

所以该企业订购 A 套餐更经济. --13 分

18．（本小题满分 14 分）

证明：（Ⅰ）因为点 E 是 AC 中点，点 D 为 PA 的中点，

所以 $DE\ /\!/\ PC$.

又因为 $DE\not\subset$ 面 PBC， $PC\subset$ 面 PBC，

所以 $DE\ /\!/$ 平面 PBC.　　---5 分

（Ⅱ）因为平面 $PAC\perp$ 面 ABC， 平面 $PAC\cap$ 平面 $ABC=AC$，又 $PA\subset$ 平面 PAC， $PA\perp AC$，所以 $PA\perp$ 面 ABC.

所以 $PA\perp BC$.

又因为 $AB\perp BC$，且 $PA\cap AB=A$，

所以 $BC\perp$ 面 PAB.　--10 分

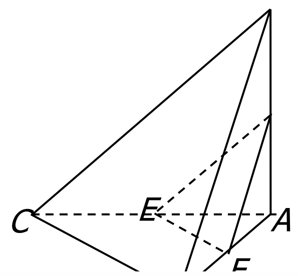
（Ⅲ）当点 F 是线段 AB 中点时，过点 D，E，F 的平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行.

取 AB 中点 F，连 EF，连 DF.

由（Ⅰ）可知 $DE\ /\!/$ 平面 PBC.

因为点 E 是 AC 中点，点 F 为 AB 的中点，

所以 $EF\ /\!/\ BC$.



又因为 $EF \not\subset$ 平面 PBC， $BC \subset$ 平面 PBC，

所以 EF // 平面 PBC .

又因为 $DE \cap EF = E$，

所以平面 DEF // 平面 PBC，

所以平面 DEF 内的任一条直线都与平面 PBC 平行.

故当点 F 是线段 AB 中点时，过点 D，E，F 所在平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行. ------------------------------------14 分

19. （本小题满分 13 分）

解 （Ⅰ） 椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$，

则 $\sqrt{1+b^2}=2$，解得 $b=\sqrt{3}(b>0)$.

由公式 $c^2=a^2-b^2$，得 $a^2=1+3=4, a=2(a>0)$

所以 $\begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{3}. \end{cases}$

所以椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$--5 分

（Ⅱ）直线 l 的斜率不存在时，$|FM| = |FM|$，$S_{\Delta BFM} = S_{\Delta BFN}$，不符合题意；

设直线 l 的方程为 y=k(x−1)，

由 $\begin{cases} y = k(x-1) \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得，（$3+4k^2$）$x^2-8k^2x+4k^2-12=0$

设 M$(x_1 y_1)$，$N(x_2, y_2)$，

$\Delta > 0$恒成立。

$x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$ ① $x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$ ②

由 $\dfrac{S_{\Delta BFM}}{S_{\Delta BFN}}=2$，得 $|FM|=2|FN|$， 即 $\overrightarrow{FM}=2\overrightarrow{NF}$.

可得 $(x_1-1,y_1)=2(1-x_2,-y_2)$，

即 $x_1+2x_2=3$　③

由① ③ 得，$x_1=\dfrac{4k^2-9}{3+4k^2}$，$x_2=\dfrac{4k^2+9}{3+4k^2}$

代入② 得，$\dfrac{4k^2-9}{3+4k^2}\cdot\dfrac{4k^2+9}{3+4k^2}=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$

解得，$k=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

所以，所求直线 l 的方程为 $l:y=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$．-----------------------------------13 分

20．（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 R，

当 $a=0$ 时，$f(x)=2x^3+1$，$f'(x)=6x$，

$f'(1)=6$，$f(1)=3$，

所以 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程是 $6x-y-3=0$．----------------------5 分

（Ⅱ）f’（x）=6x（x+a），

①当﹣a=0 时，f’（x）=6x^2≥0，则 f（x）在（﹣∞，+∞）上为增函数；

②当﹣a<0，即 a>0 时，由 f’（x）=6x（x+a）>0

得 x<﹣a 或 x>0，所以 f（x）的单调增区间为（﹣∞，﹣a）和（0，+∞）；

由 f’（x）=6x（x+a）<0 得﹣a<x<0，

所以 f（x）的单调减区间为（﹣a，0）；

③当﹣a>0 即 a<0 时，

由 f’（x）=6x（x+a）>0 得 x>﹣a 或 x<0，

所以 f（x）的单调增区间为（﹣∞，0）和（﹣a，+∞）；

由 f’（x）=6x（x+a）<0，得 0<x<﹣a，

所以 f（x）的单调减区间为（0，－a）．

综上所述，当 a=0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，+∞）；

当 a>0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，－a）和（0，+∞），f（x）的单调减区间为（－a，0）；当 a<0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，0）和（－a，+∞），f（x）的单调减区间为（0，－a）．

--10 分

（Ⅲ）①当－a≤0 即 a≥0 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，2]上单调递增，所以 f（x）的最小值为 f（0）=1；

②当 0<－a<2，即－2<a<0 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，－a）上单调递减，在（－a，2]

上单调递增，所以 f（x）的最小值为 f（－a）=a^3+1；

③当－a≥2 即 a≤－2 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，2]上单调递减，所以 f（x）的最小值为 f（2）=17+12a．

综上所述，当 a≥0 时，f（x）的最小值为 f（0）=1；－2<a<0 时，f（x）的最小值为 f（－a）=a^3+1；a≤－2 时，f（x）的最小值为 f（2）=17+12a．---14 分