

一、选择题（本大题共 10 小题，共 40 分）

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，集合 $A = \{2, 3, 5\}$ ，集合 $C_U B = \{1, 3, 4, 6\}$ ，则集合 $A \cap B =$ ()

- A. $\{3\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{1, 4, 6\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

2. 复数 $z = \frac{i}{1-i}$ (i 是虚数单位) 在复平面上所对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 设平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (-2, y)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 等于 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 5 D. 10

4. 下列函数中，既是偶函数，又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数为 ()

- A. $y = \cos x$ B. $y = |x+1|$ C. $y = x \tan x$ D. $y = e^x + e^{-x}$

5. 角 α 以 0° 为始边，它的终边与单位圆 O 相交于第四象限点 P ，且点 P 的横坐标为 $\frac{3}{5}$ ，则 $\tan \alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

6. 设 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $a^2 > b^2$ ”是“ $2^{a-b} > 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示，为了得到 $y = \sin x$ 的图象，则需将 $y = f(x)$ 的图象 ()

- A. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ ，再向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
B. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ ，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
C. 横坐标伸长到原来的 2 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
D. 横坐标伸长到原来的 2 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

8 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x > 0 \\ e^{-x}, & x \leq 0 \end{cases}$ 且关于 x 的方程 $f(x) - ax = 0$ 有三个不等实根, 则

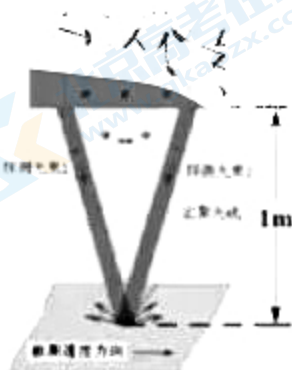
实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -e]$ B. $(-\infty, -e)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -1]$

9 某校高一年级研究性学习小组利用激光多普勒测速仪实地测量复兴号高铁在某时刻的速度, 其工作原理是: 激光器发出的光平均分成两束射出, 在被测物体表面汇聚, 探测器接收反射光. 当被测物体横向速度为零时, 反射光与探测光频率相同. 当横向速度不为零时, 反射光相对探测光会发生频移 $f_p = \frac{2v \sin \phi}{\lambda}$, 其中

v 为被测物体横向速度, λ 为激光波长, ϕ 为两束探测光与垂直方向的夹角. 测速仪安装在距离高铁 1m 处, 发出的激光波长为

1600m , 测得某时刻频移 $f_p = 2.5 \times 10^5(\text{Hz})$, 则该时刻高铁的速度 v 约等于 ()



- A. 320km/h B. 330km/h C. 340km/h D. 350km/h

10. 海水受日月的引力,在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐.一般早潮叫潮,晚潮叫汐.在通常情况下,船在涨潮时驶进航道,靠近船坞;卸货后落潮时返回海洋.下面是某港口在某季节每天的时间与水深值(单位: m)记录表

时刻	0:00	3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00	24:00
水深值	5.0	7.0	5.0	3.0	5.0	7.0	5.0	3.0	5.0

已知港口的水的深度随时间变化符合函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + B$. 现有一条货船在吃水深度(船底与水面的距离)为 $4m$, 安全条例规定至少要有 $2m$ 的安全间隙(船底与海底的距离), 该船计划在中午 12 点之后按规定驶入港口, 并开始卸货, 卸货时, 其吃水深度以每小时 $0.25m$ 的速度减小, 4 小时卸完, 则其在港口最多能停放()

- A. 4 小时 B. 5 小时 C. 6 小时 D. 7 小时

二、填空题(本大题共 5 小题, 共 25 分)

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2} - a_n = 3 (n \in \mathbb{N}^*)$, $a_2 = 1$, 则 $a_5 =$ _____.

12. 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4}{5}$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

13. 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 满足 $\vec{a} = (1, 3)$, $|\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的取值范围是 _____.

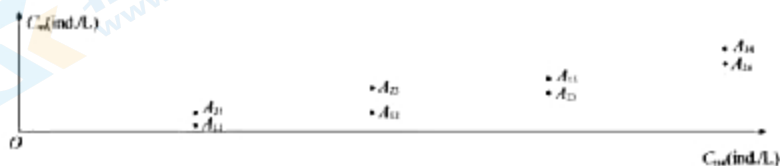
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $A = 120^\circ$, $a = 7$, $\cos B = \frac{11}{14}$, 则 $b =$ _____.

15. 颗粒物过滤效率 η 是衡量口罩防护效果的一个重要指标, 计算公式为

$$\eta = \frac{C_{in} - C_{out}}{C_{in}} \times 100\%$$

其中 C_{in} 表示单位体积环境大气中含有的颗粒物数量(单位: ind/L), C_{out} 表示经口罩过滤后, 单位体积气体中含有的颗粒物数量(单位: ind/L).

某研究小组在相同的条件下, 对两种不同类型口罩的颗粒物过滤效率分别进行了 4 次测试, 测试结果如图所示. 图中点 A_i 的横坐标表示第 i 种口罩第 j 次测试时 C_{in} 的值, 纵坐标表示第 i 种口罩第 j 次测试时 C_{out} 的值 ($i = 1, 2, j = 1, 2, 3, 4$).



该研究小组得到以下结论:

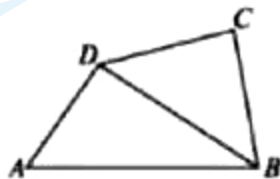
- ①在每次测试中,第1种口罩的颗粒物过滤效率都比第2种口罩的颗粒物过滤效率高;
②在第1种口罩的4次测试中,第4次测试时的颗粒物过滤效率最高;
③在第2种口罩的4次测试中,第3次测试时的颗粒物过滤效率最高;
④在第3次和第4次测试中,第1种口罩的颗粒物过滤效率都比第2种口罩的颗粒物过滤效率低.
- 其中,所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(本大题共6小题,共85分)

16. 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 = 2$, $a_2 = b_2$, $a_4 = b_3$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的最小项.

17. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=2$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$.



- (1) 求 $\sin \angle ABD$ 的值.
(2) 从以下三个条件中选择一个,求 BC 的长.

① $CD=3$, ② $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sin C = 2 \sin \angle BDC$.

18. 已知函数 $f(x) = 2 \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \cos 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间;

(2) 函数 $f(x) \geq 0$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, m\right]$ 上恒成立, 求 m 的取值范围.

19. 已知函数 $f(x) = |x(x^2 - 1)|$.

(I) 求函数 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值和最小值.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ，设 $f(x)$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线为 m .

(I) 求直线 m 的方程；

(II) 求证：除切点 $(1, 0)$ 之外，函数 $f(x)$ 的图象在直线 m 的下方；

(III) 若存在 $x \in (1, +\infty)$ ，使得不等式 $f(x) > \alpha(x-1)$ 成立，求实数 α 的取值范围

21. 已知 $\{a_n\}$ 是正项数列， $a_n - a_{n-1} = 1$ ，且 $a_n \leq 2n$ ， $a_n = -\max\{n-1, -1\}$ ， $k=1, 2, \dots, n-1$.

(I) 已知 $a = 20, b = 21$ ，写出 a, b, \dots 的值；

(II) 求证： $a_n \geq a_k$ 或 $a_n \geq a_1$ ；

(III) 求证：数列 $\{a_n\}$ 为有界数列.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。