

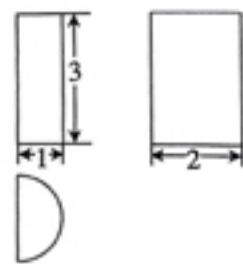
高三理科数学

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围:高考范围。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $\frac{a+i}{i}=b+i(a, b \in \mathbf{R})$, 则 $a+b=$
A. -2 B. 2 C. 1 D. 0
2. 已知集合 $A=\{x|2^x>4\}$, $B=\{x|0<x-1\leq 5\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$
A. $\{x|2<x\leq 5\}$ B. $\{x|x\leq 5\}$
C. $\{x|1<x\leq 2\}$ D. $\{x|x>1\}$
3. 已知向量 a, b 满足 $|a|=1, |b|=2, |a-2b|=\sqrt{10}$, 则 $a \cdot b=$
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{7}{4}$
4. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, 则该双曲线的渐近线方程为
A. $y=\pm\frac{1}{2}x$ B. $y=\pm\sqrt{3}x$
C. $y=\pm\sqrt{5}x$ D. $y=\pm 2x$
5. 某几何体的三视图如图所示(其中俯视图中的曲线是圆弧), 则该几何体的表面积为
A. $6\pi+6$
B. $4\pi+6$
C. $4\pi+3$
D. $6\pi+3$
6. 若 $a=\log_4 5, b=\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} 3, c=e^{\ln 2}$, 则 a, b, c 的大小关系为
A. $a<b<c$ B. $b<a<c$ C. $c<a<b$ D. $c<b<a$



7. 已知 $\tan \alpha = 2$, 且 $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = m \tan 2\alpha$, 则 $m =$

- A. $-\frac{4}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $-\frac{9}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

8. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式中, 一定不成立的是

- A. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
 C. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ D. $|a| > |b|$

9. 设 $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$, 把 $y = f(x)$ 的图象向左平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度后, 恰好得到函数 $g(x) = -\sin 3x + \cos 3x$ 的图象, 则 φ 的值可以为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 1, \\ \ln x+1, & x > 1, \end{cases}$ 则满足 $f(x) + f(x+1) > 1$ 的 x 的取值范围是

- A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\frac{3}{4}, +\infty)$
 C. $(0, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

11. 在直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $M: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}y = 0$ 相交于两点, 且两点间的距离为 $\sqrt{6}$, 则抛物线 M 的焦点到其准线的距离为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$
 C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\sqrt{6}$

12. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - (3m+1)x + 3, & x \leq 0, \\ mx^2 + x \ln x, & x > 0 \end{cases}$ 恰有三个极值点, 则 m 的取值范围是

- A. $(-1, -\frac{1}{3})$ B. $(-\frac{1}{2}, 0)$
 C. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ D. $(-1, -\frac{1}{2})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(\sqrt{x} - \frac{y}{2})^5$ 的展开式 xy^3 的系数为 _____.

14. 曲线 $y = -x^3$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为 _____.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = 4, c = 9, \sin A \sin C = \sin^2 B$, 则 $\cos B =$ _____.

16. 已知 A, B, C, P 四点都在以 PC 为直径的球 O 的表面上, $AB \perp BC, AB = 2, BC = 4$, 若球 O 的体积为 $8\sqrt{6}\pi$, 则异面直线 PB 与 AC 所成角的正切值为 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_5 = 5S_2, a_6 = 6$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

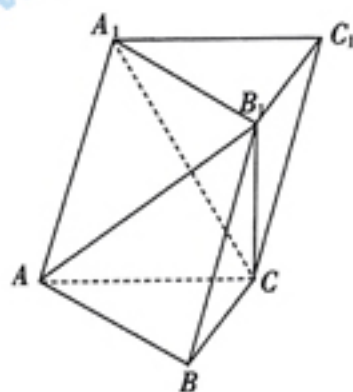
(2) 求数列 $\{a_n \cdot 3^n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=1, AB=\sqrt{2}, B_1C=1, B_1C \perp$ 平面 ABC .

(1) 证明: $AC \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 求二面角 A_1-AC-B 的大小.



19. (本小题满分 12 分)

某工厂共有男女员工 500 人,现从中抽取 100 位员工对他们每月完成合格产品的件数统计如下:

每月完成合格产品的件数 (单位:百件)	[26,28)	[28,30)	[30,32)	[32,34)	[34,36]
频数	10	45	35	6	4
男员工人数	7	23	18	1	1

(1) 其中每月完成合格产品的件数不少于 3200 件的员工被评为“生产能手”. 由以上统计数据填写下面 2×2 列联表,并判断是否有 95% 的把握认为“生产能手”与性别有关?

	非“生产能手”	“生产能手”	合计
男员工			
女员工			
合计			

(2) 为提高员工劳动的积极性,工厂实行累进计件工资制:规定每月完成合格产品的件数在定额 2 600 件以内的,计件单价为 1 元;超出 $(0, 200]$ 件的部分,累进计件单价为 1.2 元;超出 $(200, 400]$ 件的部分,累进计件单价为 1.3 元;超出 400 件以上的部分,累进计件单价为 1.4 元. 将这 4 段中各段的频率视为相应的概率,在该厂男员工中随机选取 1 人,女员工中随机选取 2 人进行工资调查,设实得计件工资(实得计件工资=定额计件工资+超定额计件工资)不少于 3 100 元的人数为 Z ,求 Z 的分布列和数学期望.

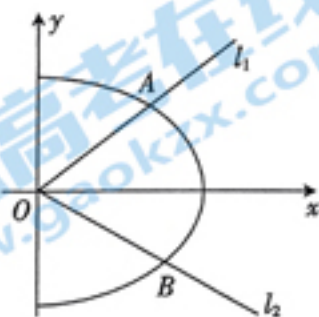
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad P(K^2 \geq k) \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 & 10.828 \\ \hline \end{array}$$

20. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中, 椭圆 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, 且过点 $(2, \sqrt{3})$, 若 C 的两焦点与其中一个顶点能构成一个等边三角形.

(1) 求 C 的方程.

(2) 已知过 O 的两条直线 l_1, l_2 (斜率都存在) 与 C 的右半部分 (y 轴右侧) 分别相交于 A, B 两点, 且 $\triangle AOB$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 试判断 OA, OB 的斜率之积是否为定值? 若是, 求出定值; 若不是, 说明理由.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^e - a \ln x - a (a \neq 0)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a > 0$ 时, 对任意 $x_1, x_2 \in [\frac{1}{e}, e]$, $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e - 2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 3\cos \alpha, \\ y = 1 + 3\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 在以原点为极点, x 轴正半

轴为极轴的极坐标中, 直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) = m$.

(1) 求曲线 M 的普通方程, 并指出曲线 M 是什么曲线;

(2) 若直线 l 与曲线 M 相交于 A, B 两点, $|AB| = 4$, 求 m 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |x+1| + |x-a|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求关于 x 的不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \leq 4$ 在 $[0, 2]$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯