绝密★启用前

2023-2024 学年高中毕业班阶段性测试（一）

理科数学

考生注意：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.$\frac{\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^3}=$（　　）

A.$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\mathrm{i}$　　B.$\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\mathrm{i}$　　C.$-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\mathrm{i}$　　D.$-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\mathrm{i}$

2.已知集合 $A=\left\{x\middle|\sqrt{x}\quad 1\right\},B=\left\{x\middle|\ x^2\quad 9\right\}$，则 $[-3,+\infty)=$（　　）

A.ð$_{\mathbf{R}}(A\cap B)$　　B.ð$_{\mathrm{R}}(A\cup B)$　　C.$A\cap B$　　D.$A\cup B$

3.已知函数 $f(x)=x^2\sin x-1$，若 $f(x_0)=10$，则 $f(-x_0)=$（　　）

A.-12　　B.-11　　C.-10　　D.10

4.若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\quad 2,\\2x-3y\quad 9,\\x\quad 0,\end{cases}$，则 $z=4x+y$ 的最大值为（　　）

A.3　　B.7　　C.11　　D.15

5.记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=10$，且 $\left\{\frac{1+a_n}{3}\right\}$ 是公差为-1 的等差数列，则 S_n 的最大值为（　　）

A.12　　B.22　　C.37　　D.55

6.对于任意实数 x，用 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如：$[\pi]=3,[0.1]=0,[-2.1]=$-3，则“$[x]>[y]$”是“$x>y$”的（　　）

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

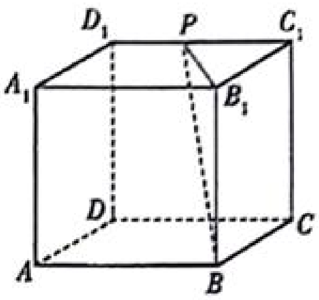
7.已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{10}\right)$，若将 $y=f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $m(m>0)$ 个单位长度后所得的图象关于坐标原点对称，则 m 的最小值为（　　）

A. $\frac{\pi}{10}$　　B. $\frac{\pi}{5}$　　C. $\frac{3\pi}{10}$　　D. $\frac{8\pi}{15}$

8.位于成都市龙泉驿区的东安湖体育公园是第 31 届世界大学生夏季运动会的核心场馆，它包含一座综合运动场、一座多功能体育馆、一座游泳跳水馆和一座综合小球馆.现安排包含甲、乙在内的 6 名同学到这 4 个场馆做志愿者，每人去 1 个场馆，每个场馆至少安排 1 个人，则甲、乙两人安排在相同场馆的方法种数为（　　）

A.96　　B.144　　C.240　　D.360

9.如图所示，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在棱 C_1D_1 上，且 $BP=3$，则点 A,C 到平面 BB_1P 的距离之和为（　　）



A. $\sqrt{5}$　　B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

10.把过棱锥的顶点且与底面垂直的直线称为棱锥的轴，过棱锥的轴的截面称为棱锥的轴截面，现有一个正三棱锥、一个正四棱锥、一个正六棱锥，它们的高相等，轴截面面积的最大值也相等，则此正三棱锥、正四棱锥、正六棱锥的体积之比为（　　）

A. $1:\frac{\sqrt{3}}{3}:\frac{9}{4}$　　B. $1:\frac{\sqrt{3}}{3}:\frac{9}{8}$　　C. $1:\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{9}{8}$　　D. $1:\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{3}{2}$

11.在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，$E$ 是线段 AD 上的动点（与端点不重合），设 $\overrightarrow{CE}=x\overrightarrow{CA}+y\overrightarrow{CB}(x，y\in\mathbf{R})$，则 $\frac{8x+3y}{3xy}$ 的最小值是（　　）

A.6　　B.7　　C.8　　D.9

12.已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，以坐标原点$O$为圆心，线段$OF$为半径作圆，与$C$的右支的一个交点为$A$，若$\cos\angle AOF=\frac{\sqrt{13}}{7}$，则$C$的离心率为（　　）

A.$\sqrt{3}$　　B.2　　C.$\sqrt{5}$　　D.$\sqrt{7}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，直线$y=4$与抛物线交于点M，且$|MF|=4$，则$p=$__________.

14.某品牌新能源汽车 2019-2022 年这四年的销量逐年增长，2019 年销量为 5 万辆，2022 年销量为 22 万辆，且这四年销量的中位数与平均数相等，则这四年的总销量为__________万辆.

15.已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=3a_n+2$，$a_3+a_2=22$，则满足$a_n>160$的最小正整数$n=$__________.

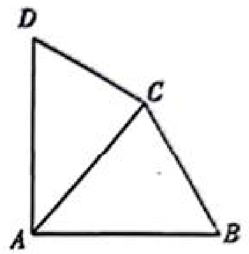
16.已知定义在R上的函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$满足$f'(x)>-f(x)$，若$f(\ln 3)=\frac{1}{3}$，则满足不等式$f(x)>\frac{1}{e^x}$的x的取值范围是__________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

如图，在平面四边形$ABCD$中，$\angle BAD=90°$，$D=60°$，$AC=4$，$CD=3$.

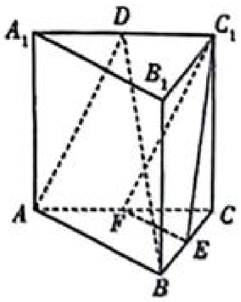


（1）求$\cos\angle CAD$；

（2）若$AB=\frac{5\sqrt{3}}{2}$，求BC.

18.（12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AC=2BC=CC_1=2$，D，E，F 分别是棱 A_1C_1，BC，AC 的中点，$\angle ACB=60°$.



（1）证明：平面 ABD // 平面 FEC_1；

（2）求直线 AC 与平面 ABD 所成角的正弦值.

19.（12 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 过点 $\left(2,3\right)$，且 C 的右焦点为 $F\left(2,0\right)$.

（1）求 C 的离心率；

（2）过点 F 且斜率为 1 的直线与 C 交于 M，N 两点，P 直线 $x=8$ 上的动点，记直线 PM，PN，PF 的斜率分别为 k_{PM}，k_{PN}，k_{PF}，证明：$k_{PM}+k_{PN}=2k_{PF}$.

20.（12 分）

小李参加某项专业资格考试，一共要考 3 个科目，若 3 个科目都合格，则考试直接过关；若都不合格，则考试不过关；若有 1 个或 2 相科目合格，则所有不合格的科目需要进行一次补考，补考都合格的考试过关，否则不过关.已知小李每个科目每次考试合格的概率均为 p（$0<p<1$），且每个科目每次考试的结果互不影响.

（1）记“小李恰有 1 个科目需要补考”的概率为 $f\left(p\right)$，求 $f\left(p\right)$ 的最大值点 p_0.

（2）以（1）中确定的 p_0 作为 p 的值.

（i）求小李这项资格考试过关的概率；

（ii）若每个科目每次考试要缴纳 20 元的费用，将小李需要缴纳的费用记为 X 元，求 $E\left(X\right)$.

21.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{me^{x}}{\sin x}$， $m\in R$ 且 $m\neq 0$.

（1）若当 $x\in\left(0,\pi\right)$ 时， $f\left(x\right)\geqslant 1$ 恒成立，求 m 的取值范围；

（2）若 $\exists x_1$， $x_2\in\left(0,\pi\right)$ 且 $x_1\neq x_2$，使得 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$，求证： $x_1+x_2>\dfrac{\pi}{2}$.

$\left(\ln 3,+\infty\right)$.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{6}\cos\alpha,\\ y=\sqrt{3}+\sqrt{6}\sin\alpha\end{cases}$ （α 为参数），以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，与 x 轴交于点 P，求 $|PA|^2+|PB|^2$ 的值.

23.[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f\left(x\right)=2\left|x+1\right|, g\left(x\right)=4+\left|2x-1\right|$.

（1）求不等式 $f\left(x\right)+2\quad g\left(x\right)$ 的解集；

（2）若关于 x 的不等式 $f\left(x\right)+g\left(x\right)\quad 2a^2-13a$ 的解集为 $\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.