

成都市 2019 级高中毕业班第二次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)2 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

- 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
- 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
- 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
- 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
- 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知 i 为虚数单位,则 $i^3(1+i)=$
(A) $1+i$ (B) $1-i$ (C) $-1+i$ (D) $-1-i$
- 设集合 $A=\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 3\}$. 若集合 B 满足 $A \cup B=\{1,2,3\}$, 则满足条件的集合 B 的个数为
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 如图是一个几何体的三视图,其中正视图与侧视图都是边长为 2 的等边三角形,俯视图是直径为 2 的圆. 则该几何体的表面积为
(A) 3π (B) 2π (C) $\sqrt{3}\pi$ (D) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ 
- $(1-2x)^6$ 的展开式中 x^3 的系数为
(A) -160 (B) 160 (C) -80 (D) 80
- 在区间 $(-2,4)$ 内随机取一个数 x , 使得不等式 $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 < 0$ 成立的概率为
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$
- 设经过点 $F(1,0)$ 的直线与抛物线 $y^2=4x$ 相交于 A, B 两点. 若线段 AB 中点的横坐标为 2, 则 $|AB|=$
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = \frac{1}{4}$, $S_{n+1} = S_n + a_n + \frac{1}{2}$, 则 $S_{20} =$

(A) 10 (B) 20 (C) 100 (D) 400

8. 若曲线 $y = \ln x + x^2 + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线与直线 $ax + y - 1 = 0$ 平行, 则实数 a 的值为

(A) -4 (B) -3 (C) 4 (D) 3

9. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 > 0$, 则“ $a_2 > a_3$ ”是“ $a_3 > a_6$ ”的

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

10. 在不考虑空气阻力的条件下, 火箭的最大速度 v (单位: km/s) 与燃料的质量 M (单位: kg), 火箭(除燃料外)的质量 m (单位: kg) 的函数关系是 $v = 2000 \ln(1 + \frac{M}{m})$. 当燃料质量与火箭质量的比值为 t_0 时, 火箭的最大速度可达到 v_0 km/s. 若要使火箭的最大速度达到 $2v_0$ km/s, 则燃料质量与火箭质量的比值应为

(A) $2t_0^2$ (B) $t_0^2 + t_0$ (C) $2t_0$ (D) $t_0^2 + 2t_0$

11. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 已知底面 $ABCD$ 为矩形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = 6$, $AB = 1$, $AD = \sqrt{3}$. 若 E, F 分别为 AB, PD 的中点, 经过 C, E, F 三点的平面与侧棱 PA 相交于点 G . 若四棱锥 $G-ABCD$ 的顶点均在球 O 的表面上, 则球 O 的半径为

(A) $\frac{5}{4}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ (D) 2

12. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $c = 1$, $4a^2 \cos^2 B + 4b^2 \sin^2 A = 3b^2 - 3$, 则 $\tan A$ 的最大值为

(A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (C) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (D) $\frac{4\sqrt{7}}{7}$

第Ⅱ卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 某区域有大型城市 18 个, 中型城市 12 个, 小型城市 6 个. 为了解该区域城市空气质量情况, 现采用分层抽样的方法抽取 6 个城市进行调查, 则应抽取的大型城市的个数为 _____.
14. 已知 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=2$, D 为 AC 边上的动点, 则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}=$ _____.
15. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f(2-x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x)=x^2$. 则函数
 $g(x)=f(x)-(\frac{x-2}{10})^3$ 的所有零点之和为 _____.
16. 已知 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点, 经过 F_2 作直线 l 与双曲线的一条渐近线垂直, 垂足为 A , 直线 l 与双曲线的另一条渐近线相交于点 B . 若 $|AF_2|=\frac{1}{3}|BF_2|$,
则双曲线的离心率为 _____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

某中学为研究课外阅读时长对语文成绩的影响,随机调查了 50 名学生某阶段每人每天课外阅读的平均时长(单位:分钟)及他们的语文成绩,得到如下的统计表:

平均时长(单位:分钟)	(0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]
人 数	9	21	15	5
语文成绩优秀人数	3	9	10	3

(I) 估算该阶段这 50 名学生每天课外阅读平均时长的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(II) 若从课外阅读平均时长在区间(0,20]和(60,80]的学生中各随机选取 2 名进行研究,求所选 4 名学生中至少有 3 名语文成绩优秀的学生的概率.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x+\sin^2\omega x$, 其中 $0<\omega<6$, 且 $f(\frac{\pi}{12})=\frac{1}{2}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

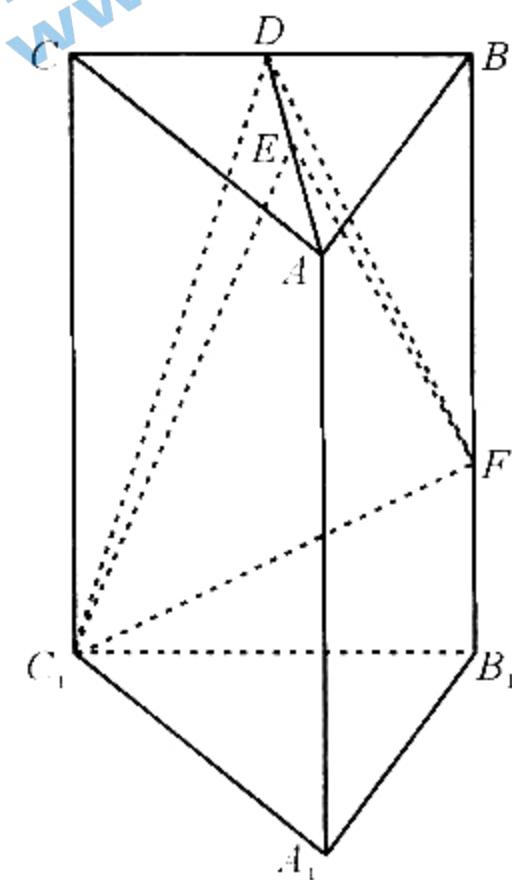
(II) 若 $\theta \in (\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6})$, 且 $f(\theta)=\frac{5}{6}$, 求 $\sin 2\theta$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,已知 $AA_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$, $AA_1=3$, $AB=AC=BC=2$, D 为 BC 的中点,点 F 在棱 BB_1 上,且 $BF=2$, E 为线段 AD 上的动点.

(I) 证明: $C_1F \perp EF$;

(II) 若直线 C_1D 与 EF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{6}$, 求二面角 $E-FC_1-D$ 的余弦值.



20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$, 其右顶点为 $A(2, 0)$.

(Ⅰ) 求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ) 若点 P, Q 在椭圆 C 上, 且满足直线 AP 与 AQ 的斜率之积为 $\frac{1}{20}$. 求 $\triangle APQ$ 面积的最大值.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ax^2 - 2ax$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(Ⅰ) 若函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围;

(Ⅱ) 若函数 $f(x)$ 存在两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 当 $x_1 + x_2 \in [3\ln 2 - 4, \frac{5-3e}{e-1}]$ 时, 求 $\frac{x_2+2}{x_1+2}$ 的取值范围.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.(本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的方程为 $(x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 1$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \alpha (\rho \in \mathbb{R})$, 其中 α 为常数且 $\alpha \in [0, \pi]$.

(Ⅰ) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的极坐标方程;

(Ⅱ) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}$ 的取值范围.

23.(本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = \sqrt{4x^2 + 4ax + a^2} - |2x - 3a|, a \in \mathbb{R}$.

(Ⅰ) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(Ⅱ) 若对 $\forall m, n \in (0, +\infty)$, 关于 x 的不等式 $f(x) < \frac{1}{m} + \frac{1}{n+2}$ 恒成立, 当 $m+n=6$ 时, 求 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的设计理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力。

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微博账号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018