

2021年普通高等学校招生全国统一考试模拟演练

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知  $M, N$  均为  $\mathbf{R}$  的子集, 且  $\complement_{\mathbf{R}}M \subseteq N$ , 则  $M \cup (\complement_{\mathbf{R}}N) =$

- A.  $\emptyset$                       B.  $M$                       C.  $N$                       D.  $\mathbf{R}$

2. 在 3 张卡片上分别写上 3 位同学的学号后, 再把卡片随机分给这 3 位同学, 每人 1 张, 则恰有 1 位学生分到写有自己学号卡片的概率为

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{2}{3}$

3. 关于  $x$  的方程  $x^2 + ax + b = 0$ , 有下列四个命题:

- 甲:  $x=1$  是该方程的根;                      乙:  $x=3$  是该方程的根;  
丙: 该方程两根之和为 2;                      丁: 该方程两根异号.

如果只有一个假命题, 则该命题是

- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁

4. 椭圆  $\frac{x^2}{m^2+1} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 上顶点为  $A$ , 若  $\angle F_1AF_2 = \frac{\pi}{3}$ , 则  $m =$

- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

5. 已知单位向量  $a, b$  满足  $a \cdot b = 0$ , 若向量  $c = \sqrt{7}a + \sqrt{2}b$ , 则  $\sin \langle a, c \rangle =$

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{\sqrt{7}}{9}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{9}$

6.  $(1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^9$  的展开式中  $x^2$  的系数是

- A. 60                      B. 80                      C. 84                      D. 120

座位号

考生号

姓名



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 圆台上、下底面的圆周都在一个直径为 10 的球面上，其上、下底面半径分别为 4 和 5，则该圆台的体积为\_\_\_\_\_.
14. 若正方形一条对角线所在直线的斜率为 2，则该正方形的两条邻边所在直线的斜率分别为\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_.
15. 写出一个最小正周期为 2 的奇函数  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
16. 对一个物理量做  $n$  次测量，并以测量结果的平均值作为该物理量的最后结果. 已知最后结果的误差  $\varepsilon_n \sim N(0, \frac{2}{n})$ ，为使误差  $\varepsilon_n$  在  $(-0.5, 0.5)$  的概率不小于 0.9545，至少要测量\_\_\_\_\_次 (若  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则  $P(|X - \mu| < 2\sigma) = 0.9545$ ).

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知各项都为正数的数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$ .

- (1) 证明：数列  $\{a_n + a_{n+1}\}$  为等比数列；
- (2) 若  $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $a_2 = \frac{3}{2}$ ，求  $\{a_n\}$  的通项公式.

18. (12 分)

在四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AD = BD = CD = 1$ .

- (1) 若  $AB = \frac{3}{2}$ ，求  $BC$ ；
- (2) 若  $AB = 2BC$ ，求  $\cos \angle BDC$ .

19. (12 分)

一台设备由三个部件构成，假设在一天的运转中，部件 1，2，3 需要调整的概率分别为 0.1，0.2，0.3，各部件的状态相互独立.

- (1) 求设备在一天的运转中，部件 1，2 中至少有 1 个需要调整的概率；
- (2) 记设备在一天的运转中需要调整的部件个数为  $X$ ，求  $X$  的分布列及数学期望.

20. (12分)

北京大兴国际机场的显著特点之一是各种弯曲空间的运用. 刻画空间的弯曲性是几何研究的重要内容. 用曲率刻画空间弯曲性, 规定: 多面体顶点的曲率等于  $2\pi$  与多面体在该点的面角之和的差 (多面体的面的内角叫做多面体的面角, 角度用弧度制), 多面体面上非顶点的曲率均为零, 多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和. 例如: 正四面体在每个顶点有3个面角, 每个面角是  $\frac{\pi}{3}$ , 所以正四面体在各顶点的曲率为

$$2\pi - 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi, \text{ 故其总曲率为 } 4\pi.$$

(1) 求四棱锥的总曲率;

(2) 若多面体满足: 顶点数 - 棱数 + 面数 = 2, 证明: 这类多面体的总曲率是常数.



21. (12分)

双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左顶点为  $A$ , 右焦点为  $F$ , 动点  $B$  在  $C$  上. 当

$BF \perp AF$  时,  $|AF| = |BF|$ .

(1) 求  $C$  的离心率;

(2) 若  $B$  在第一象限, 证明:  $\angle BFA = 2\angle BAF$ .

22. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x - \sin x - \cos x$ ,  $g(x) = e^x + \sin x + \cos x$ .

(1) 证明: 当  $x > -\frac{5\pi}{4}$  时,  $f(x) \geq 0$ ;

(2) 若  $g(x) \geq 2 + ax$ , 求  $a$ .

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯