人大附中 2019-2020 学年度第一学期高二年级数学期末练习

I卷（共 17 题，满分 100 分）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

01．复数 $z=a+i(a\in R)$ 的实部是虚部的 2 倍，则 a 的值为 【　】

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. -2　　D. 2

02．已知向量 $a=(1,2,1)$，$b=(-1,0,4)$，则 $a+2b=$ 【　】

A．$(-1,2,9)$　　B. $(-1,4,5)$

C. $(1,2,-7)$　　D. $(1,4,9)$

03．若 $a>0$，则不等式 $\frac{1}{x}<a$ 等价于 【　】

A. $0<\frac{1}{a}<x$　　B. $-\frac{1}{a}<x<0$

C. $x<-\frac{1}{a}$　　D. $x>\frac{1}{a}$ 或 $x<0$

04．已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $4a_3=3a_2$，则 $\{a_n\}$ 中一定为零的项是 【　】

A. a_6　　B. a_8

C. a_{10}　　D. a_{12}

05．设曲线 C 是双曲线，则“曲线 C 的方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$”是“曲线 C 的离心率为 2”的 【　】

A．充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

06．已知 $x,y>0$ 且 $x+y=4$，则下面结论正确的是 【　】

A. xy 的最大值是 4　　B. xy 的最小值是 4

C. $\exists x,y$，$x+y\le\sqrt{xy}$　　D. $\forall x,y$，$x+y\le 2\sqrt{xy}$

07．某企业为激励员工创新，计划逐年加大研发资金投入。若该公司 2020 年全年投入研发资金 130 万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增长 12%，则该企业全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是　　　　　　　　【　　】

A．2022 年　　　　B.2023 年

C．2024 年　　　　D.2025 年

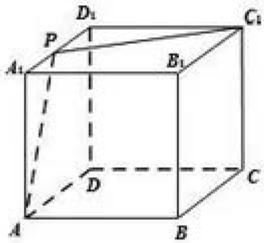
08．在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若点 P 是棱上一点（含顶点），则满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC_1}=-1$ 的点 P 的个数为　　　　　　　　【　　】

A．6

B．8

C．12

D．14



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

09．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1$，$(a>0)$ 的左焦点是（-2,0），则 a 的值为__________.

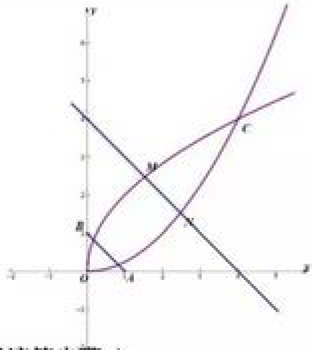
10．已知复数 z 满足 $z(1+i)=2-4i$，那么 z=__________.

11．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}$，则 $a_5=15$，则 $a_8=$_____.

12．设 a,b,c 是任意实数，能够说明“若 $a>b>c$ 且 $ac<0$，则 $ab<ac$”是假命题的一组整数 a,b,c 的值依次是__________.

13．已知三棱锥 $O-ABC$，M，N 分别是对边 OA，BC 的中点，点 G 在 MN 上，且 $MN=2GN$，设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则 $\overrightarrow{OG}=$____________.（用基底 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 表示）

14．如图，曲线C_1：$y^2=4x$（$y\geq 0$）和曲线曲线C_2：$x^2=4y$（$x\geq 0$）在第一象限的交点为C，已知$A(1,0)$，$B(0,1)$，直线$x+y=m$，$m\in(0,8)$分别与C_1和C_2交于M，N两点，且M，N，A，B不共线。以下关于四边形$ABMN$描述中：



①$\forall m\in(0,8)$，四边形$ABMN$的对角线$AM=BN$；

②$\exists m\in(0,8)$，四边形$ABMN$为正方形；

③$\exists m\in(0,8)$，使得$|MN|=\dfrac{3}{2}$。

其中所有正确结论的序号是：________.

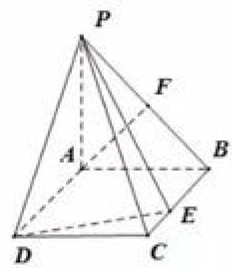
三、解答题（本大题共3小题，共30分．解答应写出文字说明过程或演算步骤.）

15．（本题满分8分）在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=1$，$a_5=8$，$n\in N^*$.

（I）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（II）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_n<100$，求n的最大值.

16．（本题满分12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$PA\perp$平面$ABCD$，$AB=PA=1$，F是PB的中点，E为BC上一点。



（I）求证：$AF\perp$平面PBC；

（II）若$BE=\dfrac{1}{2}$，求直线PB和直线DE所成角的余弦值；

（III）当BE为何值时，直线DE与平面AFC所成角为$45°$？

17．（本题满分 10 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，过 C 的左焦点作 x 轴的垂线交 C 与 P、Q 两点，且 $|PQ|=1$.

（I）求椭圆 C 的标准方程；

（II）椭圆 C 的短轴的上下端点分别为 A,B，点 $M(m,\dfrac{1}{2})$，满足 $m\neq 0$，且 $m\neq\pm\sqrt{3}$，若直线 AM，BM 分别与椭圆 C 交于 E,F 两点，试判断：是否存在点 M，使得 ΔABF 的面积与 ΔBOE 的面积相等？若存在，求 m 的值；若不存在，说明理由.

II卷（共 7 题，满分 50 分）

二、不定项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题列出的四个选项中，可能有一项或几项是符合题目要求的.）

18．不等式组$\begin{cases}x+y\geq 1\\x-2y\leq 4\end{cases}$表示的区域记为 D，则下列命题中真命题有　　　　【　　】

A. $\forall(x,y)\in D,x+2y\geq -2$　　　　B. $\exists(x,y)\in D,x+2y\geq 2$

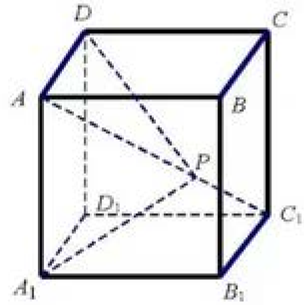
C. $\forall(x,y)\in D,x+2y\leq 3$　　　　D. $\exists(x,y)\in D,x+2y\leq -1$

19．已知 $a,b\in R$，“$a<b$”是“$2^a<3^b$”的　　　　【　　】

A．充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

20．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P是对角线AC_1上一动点，在点P从顶点A移动到顶点C_1的过程中，下列结论中正确的有　　【　　】



A．二面角$P-A_1D-B_1$的取值范围是$[0,\frac{\pi}{2}]$

B．直线AC_1与平面A_1DP所成的角逐渐增大

C．存在一个位置，使得$AC_1\perp$平面A_1DP

D．存在一个位置，使得平面$A_1DP//$平面B_1CD_1

二、填空题（本大题共3小题，每小题6分，共18分.）

21．若复数z满足：$z^2-2az+a^2+4=0$，且$|z|=\sqrt{5}$，则实数a=__________.

22．已知集合$A=\left\{x\middle|x=a_3\times3^0+a_2\times3^{-1}+a_1\times3^{-2}+a_0\times3^{-3}\right\}$，其中$a_k\in\{0,1,2\}$，$k=0,1,2,3$.将集合$A$中的元素从小到大排列得到数列$\{b_n\}$，设$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则$b_3=$_____，$S_{15}=$_____.

23．曲线C是平面内与三个顶点$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$和$F_3(0,1)$的距离的和等于$2\sqrt{2}$的点的轨迹。给出下列三个结论：

①曲线C关于x轴、y轴均对称；

②曲线C上存在一点P，使得$|PF_3|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$；

③若点P在曲线C上，则ΔF_1PF_2的面积最大值是1。

其中所有真命题的序号是：__________.

三、解答题（本大题共1小题，共14分．解答应写出文字说明过程或演算步骤.）

24．设$A^{(m)}$是由项数为m的所有数列构成的集合，对$A^{(m)}$中的任意两个元素$\{p_n\}$，$\{q_n\}$，将其距离定义为：$Dis(p_n,q_n)=|p_1-q_1|+|p_2-q_2|+\cdots+|p_n-q_n|$.

（I）已知数列$\{p_n\}$：1,8,2,1和数列$\{q_n\}$：0,8,1,5，直接写出$Dis(p_n,q_n)$的值；

（II）设$\{a_n\}$和$\{b_n\}$均为集合$A^{(m)}$中的元素，且满足：$a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$，$b_{n+1}=\frac{1+b_n}{1-b_n}$，$n=1,2,\cdots,m-1$.

若$a_1=3$，$b_1=2$，$Dis(p_n,q_n)<2020$，求m的最大值；

（III）集合$C\subseteq A^{(8)}$，且C中数列的每一项取值均为0或1，若将C中任意两个数列的距离总和记为$Dis(C)$，若C中有n个元素（$n\geq2$），且满足$Dis(C)\geq\frac{5n(n-1)}{2}$，证明$n$不大于5.