

# 2021 北京昌平高一（下）期末

## 数 学

2021.7

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡收回。

### 第一部分（选择题 共 50 分）

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

(1) 在复平面内，复数  $\frac{i}{1+i}$  对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(2)  $\sin \frac{23\pi}{6} =$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) 已知角  $\alpha$  终边经过点  $P(-3, y)$ ，且  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ，则  $\cos \alpha =$

- (A)  $-\frac{3}{5}$  (B)  $\pm \frac{3}{5}$  (C)  $\frac{4}{5}$  (D)  $\pm \frac{4}{5}$

(4) 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ, AC = 2, BC = 1$ ，则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

- (A) 2 (B)  $\sqrt{5}$  (C) 4 (D)  $2\sqrt{5}$

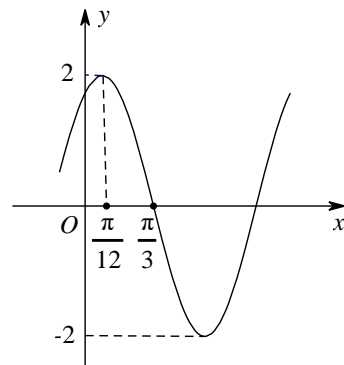
(5) 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示，则  $\omega, \varphi$  分别是

- (A)  $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{6}$  (B)  $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$   
 (C)  $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{3}$  (D)  $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{3}$

(6) 在  $\triangle ABC$  中，若  $a^2 + c^2 = b^2 - \sqrt{3}ac$ ，则  $\angle B =$

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{2\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$

(7) 要得到函数  $y = 3\sin(2x - \frac{\pi}{6})$  的图象，只需将函数  $y = 3\sin 2x$  的图象



(A) 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度

(B) 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度

(C) 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度

(D) 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度

(8) 已知正四棱锥的侧棱长为 2，高为  $\sqrt{2}$ ，则该正四棱锥的表面积为

(A)  $4\sqrt{3}$

(B)  $2+4\sqrt{3}$

(C)  $4+4\sqrt{3}$

(D)  $4+8\sqrt{3}$

(9) 在平面直角坐标系  $xOy$  中， $AB, CD, EF, GH$  是单位圆上的四段弧（如图），点  $P$  在其中一段上，角  $\alpha$  是以  $Ox$  为始边， $OP$  为终边。

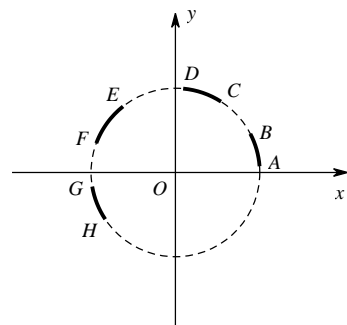
则“点  $P$  在  $CD$  上”是“ $\tan \alpha > \sin \alpha > \cos \alpha$ ”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件



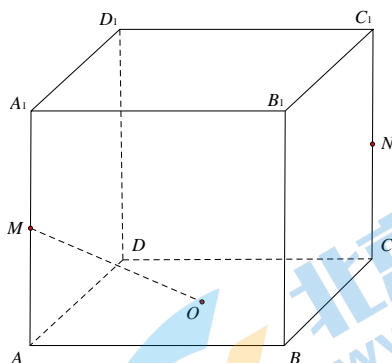
(10) 在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $M, N$  分别为  $AA_1, CC_1$  的中点， $O$  为底面  $ABCD$  的中心，点  $P$  在正方体的表面上运动，且满足  $NP \perp MO$ ，则下列说法正确的是

(A) 点  $P$  可以是棱  $BB_1$  的中点

(B) 线段  $NP$  的最大值为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) 点  $P$  的轨迹是平行四边形

(D) 点  $P$  轨迹的长度为  $1+\sqrt{2}$



## 第二部分（非选择题 共 100 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

(11) 函数  $y = 3 \tan(x - \frac{\pi}{4})$  的定义域是\_\_\_\_\_。

(12) 设  $a \in \mathbf{R}$ ，复数  $z = (1-i)(a+i)$ 。若复数  $z$  是纯虚数，则  $a =$ \_\_\_\_\_；若复数  $z$  在复平面内对应的点位于实轴上，则  $a =$ \_\_\_\_\_。

(13) 已知单位向量  $a, b$  满足  $a \cdot b = \frac{1}{2}$ ，则  $a$  与  $b$  夹角的大小为\_\_\_\_\_； $|a - 2b| =$ \_\_\_\_\_。

(14) 已知  $l$  是平面  $\beta$  外的一条直线。给出下列三个论断：

①  $\alpha \perp \beta$ ; ②  $l \perp \alpha$ ; ③  $l \parallel \beta$ .

以其中的两个论断作为条件, 余下的一个论断作为结论, 写出一个正确的命题: \_\_\_\_\_.

(15) 已知  $\sin \alpha + 3 \cos \alpha = 0$ , 则  $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha =$  \_\_\_\_\_.

(16) 设向量  $\mathbf{m} = (4 \cos \frac{x}{2}, 0)$ ,  $\mathbf{n} = (\sin \frac{x}{2}, 1)$ , 函数  $f(x) = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$ . 若函数  $f(x)$  的定义域为  $[a, b]$ , 值域为  $[-1, 2]$ .

给出下列四个结论:

①  $\frac{\pi}{3}$ ; ②  $\frac{5\pi}{6}$ ; ③  $\pi$ ; ④  $\frac{7\pi}{6}$ .

则  $b - a$  的值可能是 \_\_\_\_\_ . (填上所有正确的结论的序号)

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

(17) (本小题满分 14 分)

已知  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 且  $\alpha$  是第二象限角.

(I) 求  $\sin 2\alpha$  及  $\tan 2\alpha$  的值;

(II) 求  $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$  的值.

(18) (本小题满分 14 分)

已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -2)$ .

(I) 求  $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ;

(II) 求向量  $\mathbf{a}$  与向量  $\mathbf{b}$  的夹角  $\theta$  的余弦值;

(III) 若  $|\mathbf{c}| = \sqrt{10}$ , 且  $(2\mathbf{a} + \mathbf{c}) \perp \mathbf{c}$ , 求向量  $\mathbf{a}$  与向量  $\mathbf{c}$  的夹角.

(19) (本小题满分 14 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $a = \frac{7}{3}c$ ,  $\sin C = \frac{3\sqrt{3}}{14}$ . 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求:

(I)  $\angle A$  的大小;

(II)  $\cos B$  和  $b$  的值.

条件①:  $b - a = 1$ ;

条件②:  $c \cos A = -\frac{3}{2}$ .

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

(20) (本小题满分 14 分)

如图, 在直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB \parallel CD, AB \perp AD$ ,  $E$  为  $AA_1$  上一点,

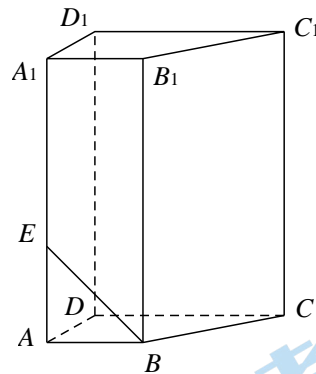
$AB = AD = AE = 1, CD = 2$ .

(I) 求证:  $BE \perp AD$ ;

(II) 求证:  $BE \parallel$  平面  $CDD_1C_1$ ;

(III) 设平面  $EBC$  与棱  $DD_1$  交于点  $F$ , 确定点  $F$  的位置,

并求出线段  $DF$  的长度.



(21) (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = \sin \frac{\omega x}{2} \cos \frac{\omega x}{2} + \sqrt{3} \cos^2 \frac{\omega x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$  ( $\omega > 0$ ).

(I) 若  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 求  $f(x)$  的单调递增区间;

(II) 若  $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$  在  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上恒成立, 求实数  $\omega$  的取值范围;

(III) 若  $\omega = 1$ ,  $g(x) = 10f(x - \frac{\pi}{3}) - 8$ , 证明: 存在无穷多个互不相同的正整数  $x_0$ , 使得  $g(x_0) > 0$

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯