

2021 北京昌平高一（下）期末

数 学

2021.7

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡收回。

第一部分（选择题 共 50 分）

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)

(1) 在复平面内，复数 $\frac{i}{1+i}$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(2) $\sin \frac{23\pi}{6} =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) 已知角 α 终边经过点 $P(-3, y)$ ，且 $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ ，则 $\cos \alpha =$

- (A) $-\frac{3}{5}$ (B) $\pm \frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\pm \frac{4}{5}$

(4) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, AC = 2, BC = 1$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

- (A) 2 (B) $\sqrt{5}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{5}$

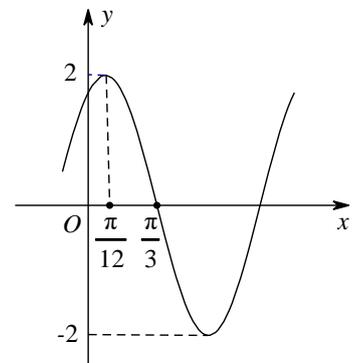
(5) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则 ω, φ 分别是

- (A) $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{6}$ (B) $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$
(C) $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{3}$ (D) $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{3}$

(6) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a^2 + c^2 = b^2 - \sqrt{3}ac$ ，则 $\angle B =$

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

(7) 要得到函数 $y = 3\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象，只需将函数 $y = 3\sin 2x$ 的图象



(A) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

(B) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

(C) 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

(D) 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

(8) 已知正四棱锥的侧棱长为 2，高为 $\sqrt{2}$ ，则该正四棱锥的表面积为

(A) $4\sqrt{3}$

(B) $2+4\sqrt{3}$

(C) $4+4\sqrt{3}$

(D) $4+8\sqrt{3}$

(9) 在平面直角坐标系 xOy 中， AB, CD, EF, GH 是单位圆上的四段弧（如图），点 P 在其中一段上，角 α 是以 Ox 为始边， OP 为终边。

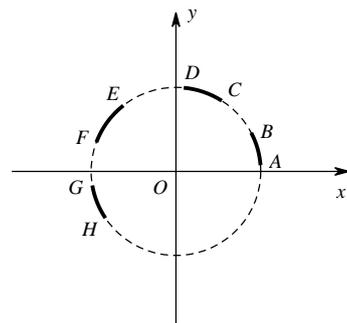
则“点 P 在 CD 上”是“ $\tan \alpha > \sin \alpha > \cos \alpha$ ”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件



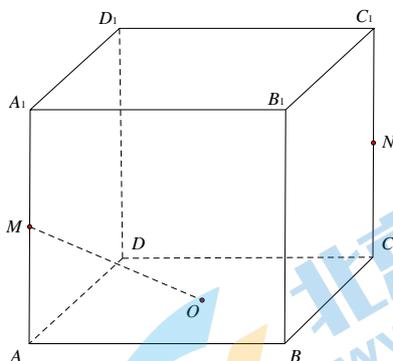
(10) 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， M, N 分别为 AA_1, CC_1 的中点， O 为底面 $ABCD$ 的中心，点 P 在正方体的表面上运动，且满足 $NP \perp MO$ ，则下列说法正确的是

(A) 点 P 可以是棱 BB_1 的中点

(B) 线段 NP 的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C) 点 P 的轨迹是平行四边形

(D) 点 P 轨迹的长度为 $1+\sqrt{2}$



第二部分（非选择题 共 100 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

(11) 函数 $y = 3 \tan(x - \frac{\pi}{4})$ 的定义域是_____。

(12) 设 $a \in \mathbf{R}$ ，复数 $z = (1-i)(a+i)$ 。若复数 z 是纯虚数，则 $a =$ _____；若复数 z 在复平面内对应的点位于实轴上，则 $a =$ _____。

(13) 已知单位向量 a, b 满足 $a \cdot b = \frac{1}{2}$ ，则 a 与 b 夹角的大小为_____； $|a - 2b| =$ _____。

(14) 已知 l 是平面 β 外的一条直线。给出下列三个论断：

① $\alpha \perp \beta$; ② $l \perp \alpha$; ③ $l \parallel \beta$.

以其中的两个论断作为条件, 余下的一个论断作为结论, 写出一个正确的命题: _____.

(15) 已知 $\sin \alpha + 3 \cos \alpha = 0$, 则 $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha =$ _____.

(16) 设向量 $\mathbf{m} = (4 \cos \frac{x}{2}, 0)$, $\mathbf{n} = (\sin \frac{x}{2}, 1)$, 函数 $f(x) = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 值域为 $[-1, 2]$.

给出下列四个结论:

① $\frac{\pi}{3}$; ② $\frac{5\pi}{6}$; ③ π ; ④ $\frac{7\pi}{6}$.

则 $b - a$ 的值可能是 _____ . (填上所有正确的结论的序号)

三、解答题(本大题共 5 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

(17) (本小题满分 14 分)

已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 且 α 是第二象限角.

(I) 求 $\sin 2\alpha$ 及 $\tan 2\alpha$ 的值;

(II) 求 $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)}$ 的值.

(18) (本小题满分 14 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, -2)$.

(I) 求 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$;

(II) 求向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{b} 的夹角 θ 的余弦值;

(III) 若 $|\mathbf{c}| = \sqrt{10}$, 且 $(2\mathbf{a} + \mathbf{c}) \perp \mathbf{c}$, 求向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{c} 的夹角.

(19) (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $a = \frac{7}{3}c$, $\sin C = \frac{3\sqrt{3}}{14}$. 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求:

(I) $\angle A$ 的大小;

(II) $\cos B$ 和 b 的值.

条件①: $b - a = 1$;

条件②: $c \cos A = -\frac{3}{2}$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.

(20) (本小题满分 14 分)

如图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel CD, AB \perp AD$, E 为 AA_1 上一点,

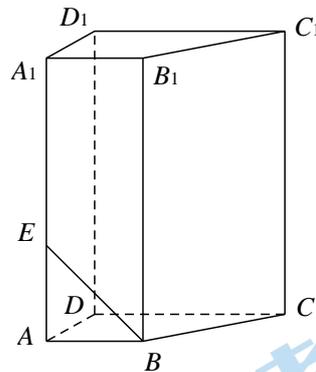
$AB = AD = AE = 1, CD = 2$.

(I) 求证: $BE \perp AD$;

(II) 求证: $BE \parallel$ 平面 CDD_1C_1 ;

(III) 设平面 EBC 与棱 DD_1 交于点 F , 确定点 F 的位置,

并求出线段 DF 的长度.



(21) (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \sin \frac{\omega x}{2} \cos \frac{\omega x}{2} + \sqrt{3} \cos^2 \frac{\omega x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\omega > 0$).

(I) 若 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 若 $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 在 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上恒成立, 求实数 ω 的取值范围;

(III) 若 $\omega = 1$, $g(x) = 10f(x - \frac{\pi}{3}) - 8$, 证明: 存在无穷多个互不相同的正整数 x_0 , 使得 $g(x_0) > 0$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯