高三年级数学学科试题

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1. 复数 $z=(1+i)(2-i)$（i 为虚数单位），则 $|z|=$

A.　　2B. 1　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{10}$

2. 双曲线 $x^2-2y^2=2$ 的焦点坐标为

A. $(\pm1,0)$　　B. $(\pm\sqrt{3},0)$　　C. $(0,\pm1)$　　D. $(0,\pm\sqrt{3})$

3. 若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x\le 3, \\ x+y-3\ge 0, \\ x-y+1\ge 0. \end{cases}$ 则 $x-2y$ 的最小值是

A. -3　　B. -5　　C. 3　　D. 5

4. 设 $a,b\in R$，命题 p：$a>b$，命题 q：$a|a|>b|b|$，则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数 $f(x)=\left|e^{|x|}-2e\right|+e^{|x|}$，$g(x)=3\sin 2x$，下列描述正确的是

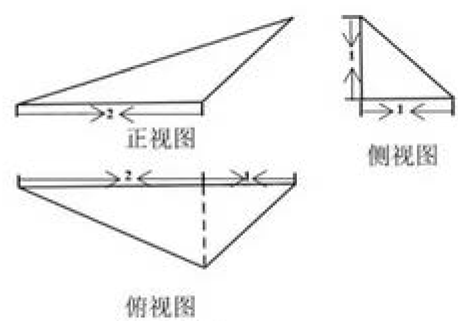
A. $f[g(x)]$ 是奇函数　　B. $f[g(x)]$ 是偶函数

C. $f[g(x)]$ 既是奇函数又是偶函数　　D. $f[g(x)]$ 既不是奇函数也不是偶函数

6. 某锥体的三视图如图所示（单位：cm），则该锥体的体积（单位：cm^3）是

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{6}$　　D. 1



第 6 题图

7. 有甲、乙两个盒子，甲盒子里有 1 个红球，乙盒子里有 3 个红球和 3 个黑球，现从乙盒子里随机取出 n $(1\le n\le 6,\ n\in N^*)$ 个球放入甲盒子后，再从甲盒子里随机取一球，记取到的红球个数为 ξ 个，则随着 n $(1\le n\le 6,\ n\in N^*)$ 的增加，下列说法正确的是

A. $E\xi$ 增加，$D\xi$ 增加　　B. $E\xi$ 增加，$D\xi$ 减小

C. $E\xi$ 减小，$D\xi$ 增加　　D. $E\xi$ 减小，$D\xi$ 减小

8. 已知函数 $f(x)=\lg(x^2-|x|+1)$，若函数 $f(x)$ 在开区间 $(t,t+1)$ $(t\in R)$ 上恒有最小值，则实数 t 的取值范围为

A. $\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right]$

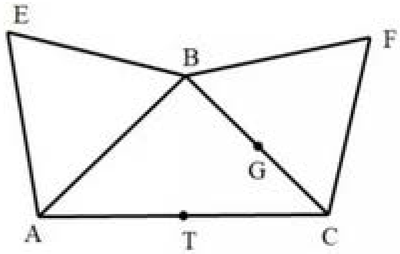
9. 如图 1，ΔABC 是以 B 为直角顶点的等腰 $Rt\Delta$，T 为线段 AC 的中点，G 是 BC 的中点，ΔABE 与 ΔBCF 分别是以 AB、BC 为底边的等边三角形，现将 ΔABE 与 ΔBCF 分别沿

AB 与 BC 向上折起（如图 2），则在翻折的过程中下列结论可能正确的个数为

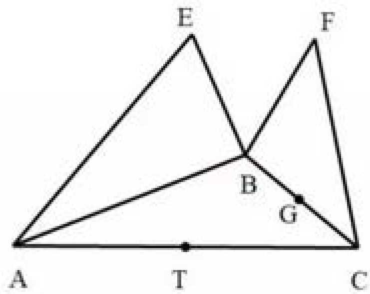
(1) 直线 $AE\perp$ 直线 BC　　(2) 直线 $FC\perp$ 直线 AE

(3) 平面 EAB // 平面 FGT　　(4) 直线 BC // 直线 AE

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个



第 9 题图 1



第 9 题图 2

10. 已知二次函数 $f(x)=x^2+x+2019$ 图像上有三点 $A(m-1,f(m-1))$，$B(m,f(m))$，$C(m+1,f(m+1))$ $(m\in R)$，则当 m 在实数范围内逐渐增加时，△ABC 面积的变化情况是

A. 逐渐增加　　B. 先减小后增加

C. 先增加后减小　　D. 保持不变

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\,|\,0<x<2\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\,\|\,x|<1\}$，则 $A\cap B=$ ▲ ，$(C_R A)\cup B=$ ▲ .

12. 已知 $(ax+\frac{1}{x})(2x+1)^5$（$a\neq 0$），若展开式中各项的系数和为 81，则 $a=$ ▲ ，展开式中常数项为 ▲ .

13. 已知直线 l 方程为：$\lambda x+y-3\lambda=0$ $(\lambda\in R)$，则直线 l 恒过定点 ▲ ，若直线 l 与圆 C：$x^2+y^2-2x=0$ 相交于 A,B 两点，且满足 ΔABC 为等边三角形，则 $\lambda=$ ▲ .

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=3$ $(n\in N^*)$，则 $a_n=$ ▲ ，$a_4+a_7+a_{10}\cdots\cdots+a_{3n+4}=$ ▲ .

15. 已知单位向量 $\vec{e}$，平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{e}=2$，$\vec{b}\cdot\vec{e}=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最小值为 ▲ .

16. 高三年级有 3 名男生和 3 名女生共六名学生排成一排照像，要求男生互不相邻，女生也互不相邻，且男生甲和女生乙必须相邻，则这样的不同排法有 ▲ 种（用数字作答）.

17. 已知正实数 a,b 满足 $2a+\frac{2}{a}+b+\frac{1}{b}-10=0$，则 $2a+b$ 的最大值为 ▲ .

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

18. （本题满分 14 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x$

（I）求函数 $f(x)$ 在 $x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 的值域；

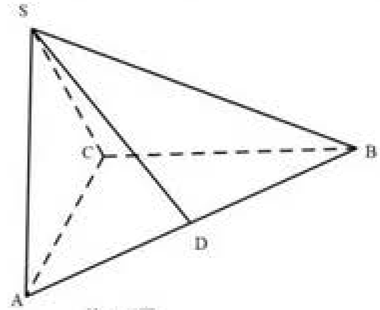
（II）在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，若 $f\left(A+\frac{7\pi}{6}\right)=f\left(B+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{8}{3}$，求

$\frac{a}{b}$ 的取值范围.

19.（本题满分 15 分）如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，ΔSAC 为等边三角形，$AC=4$，$BC=4\sqrt{3}$，$BC\perp AC$，$\cos\angle SCB=-\frac{\sqrt{3}}{4}$，$D$ 为 AB 的中点.

(1) 求证：$AC\perp SD$；

(2) 求直线 SD 与平面 SAC 所成角的大小.



第19题图

20.（本题满分 15 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3+a_5=9, a_2+a_4+a_6=12$，等比数列 $\{b_n\}$ 公比 $q>1$，且 $b_2+b_4=a_{20}$，$b_3=a_8$

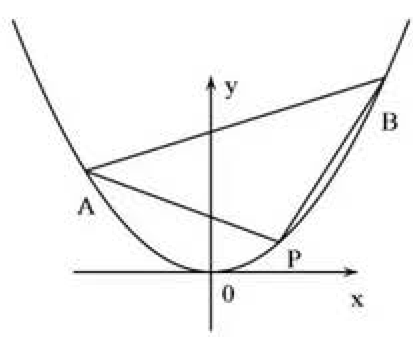
（I）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（II）若数列 $\{c_n\}$，满足 $c_n=4^n-b_n$，且数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 B_n，求证：数列 $\left\{\frac{b_n}{B_n}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n<\frac{3}{2}$.

21.（本题满分 15 分）已知抛物线 C：$x^2=4y$，A,B,P 为抛物线 C 上不同的三点

（I）当点 P 的坐标为 $(2,1)$ 时，若直线 AB 过抛物线焦点 F 且斜率为1，求直线 AP，BP 斜率之积；

（II）若 ΔABP 为以 P 为顶点的等腰直角三角形，求 ΔABP 面积的最小值.



第 21 题图

22.（本题满分 15 分）已知函数 $f(x)=e^x-\dfrac{2}{e\cdot x}$（其中 e 为自然对数的底数）

（I）求 $f(x)$ 的单调区间；

（II）已知关于 x 的方程 $f(x)\cdot e^x=\dfrac{m}{x^2}$ 有三个实根，求实数 m 的取值范围.

2019 学年第一学期浙江“七彩阳光”新高考研究联盟期中联考

高三年级数学学科参考答案

命题：海盐高级中学　姜娟芳　　联系电话：13967324180
审稿：海盐高级中学　胡日武　　联系电话：13819037020

一、选择题：（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1.D　2.B　3.B　4.C　5.B　6.A　7.C　8.A　9.C　10.D

二、填空题：（本大题共 7 小题，双空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分，共 36 分）

11. $\{x|0<x<1\}$，$\{x|x<1或x\ge 2\}$　12. $-\frac{2}{3}$ ，10　13. $(3,0)$，$\pm\frac{\sqrt{39}}{13}$　14. $3n-2$，$\frac{(n+1)(9n+20)}{2}$　15. 5　16. 40　17. 9

三、解答题：（本大题共 5 小题，共 74 分）

18.解：(1) 由题意得 $f(x)=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，　　------------------------3 分

$\frac{\pi}{3}\le x-\frac{\pi}{6}\le\frac{5\pi}{6}$，所以 $f(x)\in[1,2]$.　　------------------------6 分

(2) 由 $f\left(A+\frac{7\pi}{6}\right)=f\left(B+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{8}{3}$，化简得 $\sin A+\sin B=\frac{4}{3}$，　　------------------------8 分

$\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\frac{4}{3}-\sin B}{\sin B}=\frac{4}{3\sin B}-1$，而 $\frac{1}{3}\le\sin B\le 1$，　　................12 分

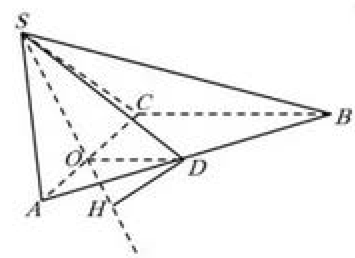
所以 $\frac{a}{b}\in\left[\frac{1}{3},3\right]$.　　------------------------14 分

19. (1) 证明：分别取线段 AC、AB 的中点记为 O、D，连接 SO、OD，

因为 ΔSAC 为等边三角形，则 AC ⊥ SO，

又 OD // BC，则 AC ⊥ OD，$SO\cap OD=O$，

则 AC ⊥ 平面SOD，所以 $AC\perp SD$.　　------------------------6 分



(2) 延长 SO，过 D 做 SO 延长线的垂线，垂足记为 H，

易知 DH ⊥ 平面 SAC，

所以

∠DSH 为直线 SD 与平面 SAC 所成角. --------------------------10 分

在 ΔSBC 中，SB=$2\sqrt{22}$，

因为 ∵cos ∠SDA+cos∠SDB=0，求得 $SD=6$， --------------------------12 分

又 OD= $\frac{1}{2}$ BC=$2\sqrt{3}$，且 SO=$2\sqrt{3}$，则∠DSH= $\frac{\pi}{6}$，

故直线 SD 与平面 SAC 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$.

.--------------------------15 分

20.解：（1）

$\because a_1+a_3+a_5=9, a_2+a_4+a_6=12$

$\therefore a_3=3, a_4=4$

$\therefore d=1$

$\therefore a_n=n$

------2 分

$\because b_2+b_4=20, b_3=8$

$\therefore b_1q+b_1q^3=20$ ①　　$b_1q^2=8$ ②

由①②得 $q=2$ 或 $q=\frac{1}{2}$(舍） $b_1=2$

$\therefore b_n=2^n$ --------------------------5 分

（2） $c_n=4^n-2^n$

$\therefore B_n=\frac{4}{3}\times4^n-2^{n+1}+\frac{2}{3}$ ----------------------9 分

$\therefore \frac{b_n}{B_n}=\frac{2^n}{\frac{2}{3}(2^{n+1}-1)(2^n-1)}=\frac{3}{2}(\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1})$ -------------------13 分

$\therefore T_n=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{2^{n+1}-1})<\frac{3}{2}$ ----------------------------------15 分

21. 解（1）直线 AB 方程：$y=x+1$，设 A（x_1,y_1），$B(x_2,y_2)$

联立方程 $\begin{cases} y=x+1 \\ x^2=4y \end{cases} \Rightarrow x^2-4x-4=0$

$x_1+x_2=4, x_1x_2=-4$.　……………………2 分

$\therefore K_{AP}\cdot K_{BP}=\frac{y_1-1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2-1}{x_2-2}\cdot=\frac{x_1+2}{4}\cdot\frac{x_2+2}{4}=\frac{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}{16}$

$=\frac{-4+8+4}{16}=\frac{1}{2}$　……………………5 分

（2）设 A（x_1,y_1），$B(x_2,y_2)$，P（$2t,t^2$），设直线 BP 斜率为 K

设直线 BP 方程 $y-t^2=k(x-2t)$　不妨 $(k>0)$

联立方程 $\begin{cases} y-t^2=k(x-2t) \\ x^2=4y \end{cases} \Rightarrow x^2-4kx+8kt-4t^2=0$

$x_1+2t=4k, x_1\cdot 2t=8kt-4t^2$　……………………7 分

$\therefore |BP|=\sqrt{1+k^2}|x_1-2t|=4\sqrt{1+k^2}|k-t|$

同理可得 $\therefore |AP|=4\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\left|\frac{1}{k}+t\right|$　……………………9 分

由 $|AP|=|BP|$ 得 $t=\frac{k^3-1}{k^2+k}$　……………………11 分

故：$S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}|AP||BP|=8(\sqrt{1+k^2})^2|k-t|^2=8(1+k^2)\frac{(1+k^2)^2}{k^2(k+1)^2}\geq 8\frac{(2k)^2}{k^2}\frac{\frac{(k+1)^2}{2}}{(k+1)^2}=16$

当且仅当 $k=1$ 时取等号，所以 ΔABP 面积最小值为 16.

……………………15 分

22. 解：（1）$\because f(x)=e^x+\frac{2}{ex^2}=\frac{ex^2e^x+2}{ex^2}>0$……………………3 分

又 $\because x\neq 0$

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$……………………5 分

(2) 由题得 $(e^x-\frac{2}{ex})\cdot e^x=\frac{m}{x^2}$ 有三个实根

所以 $x^2(e^x-\frac{2}{ex})\cdot e^x=m$ 有三个非零实根

即 $xe^x(xe^x-\frac{2}{e})=m$ 有三个非零实根......................7 分

令 $t=g(x)=x\cdot e^x(x\neq 0)$　　$g'(x)=(x+1)\cdot e^x(x\neq 0)$

$\therefore$ $g(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 单调递减，$(-1,+\infty)$ 单调递增......................9 分

$\therefore$ $t^2-\frac{2}{e}t-m=0$ 一个根在 $\left(-\frac{1}{e},0\right)$，另一个根在 $(0,+\infty)$；或者一个根等于 $-\frac{1}{e}$，另一个根在 $\left(-\frac{1}{e},0\right)$ 内（舍）　　......................12 分

令 $h(t)=t^2-\frac{2}{e}t-m$

由 $\begin{cases} h(-\frac{1}{e})>0 \\ h(\frac{2}{e})=h(0)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\frac{3}{e^2}$　　......................15 分