

高三数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号、准考证号、姓名、在答题卡上的“条形码”处用黑色签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡上的“条形码”处贴好条形码。
2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确形式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。
3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案，在试卷、草稿纸上答题无效。
4. 本试卷共 150 分。考试时间 120 分钟。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$

(A) $\{-1, 0, 1\}$

(B) $\{0, 1\}$

(C) $\{-1, 1\}$

(D) $\{0, 1, 2\}$

(2) 若 $z(1-i) = 2i$, 则在复平面内 z 对应的点位于

(A) 第一象限

(B) 第二象限

(C) 第三象限

(D) 第四象限

(3) 已知命题 $p: \forall x \in (0, +\infty), \ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, 则 $\neg p$ 为

(A) $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 < 1 - \frac{1}{x_0}$

(B) $\forall x \in (0, +\infty), \ln x < 1 - \frac{1}{x}$

(C) $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 \geq 1 - \frac{1}{x_0}$

(D) $\forall x \in (0, +\infty), \ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$

(4) 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

(A) $y = x^3$

(B) $y = \ln |x|$

(C) $y = 2^{-x}$

(D) $y = x^2 - 2x$

高三数学第 1 页 (共 6 页)

5) 已知 $a = \ln 3$, $b = \log_{0.3} 2$, $c = 0.3^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为

(A) $a < c < b$

(B) $a < b < c$

(C) $b < c < a$

(D) $c < a < b$

6) 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以 Ox 为始边, 终边与单位圆交于点 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{3})$, 则 $\cos(\pi + \alpha) =$

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

(D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

7) 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递增, 若 $f(1) = 1$, 则不等式 $-1 < f(x-1) < 1$ 的解集为

(A) $(-1, 1)$

(B) $(-2, 2)$

(C) $(0, 1)$

(D) $(0, 2)$

8) 已知函数 $f(x) = \sin x$ 和直线 $l: y = x + a$, 那么 “ $a = 0$ ” 是 “直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 相切” 的

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

9) 先将函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 若方程 $f(x) = g(x)$ 有实根, 则 ω 的值可以为

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) 2

(D) 4

10) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - a, & x > 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, 若 $y = f(x)$ 的图象上存在两个点 A, B 关于原点对称, 则实数 a 的取值范围是

(A) $[-1, +\infty)$

(B) $(-1, +\infty)$

(C) $[1, +\infty)$

(D) $(1, +\infty)$

高三数学第 2 页 (共 6 页)

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

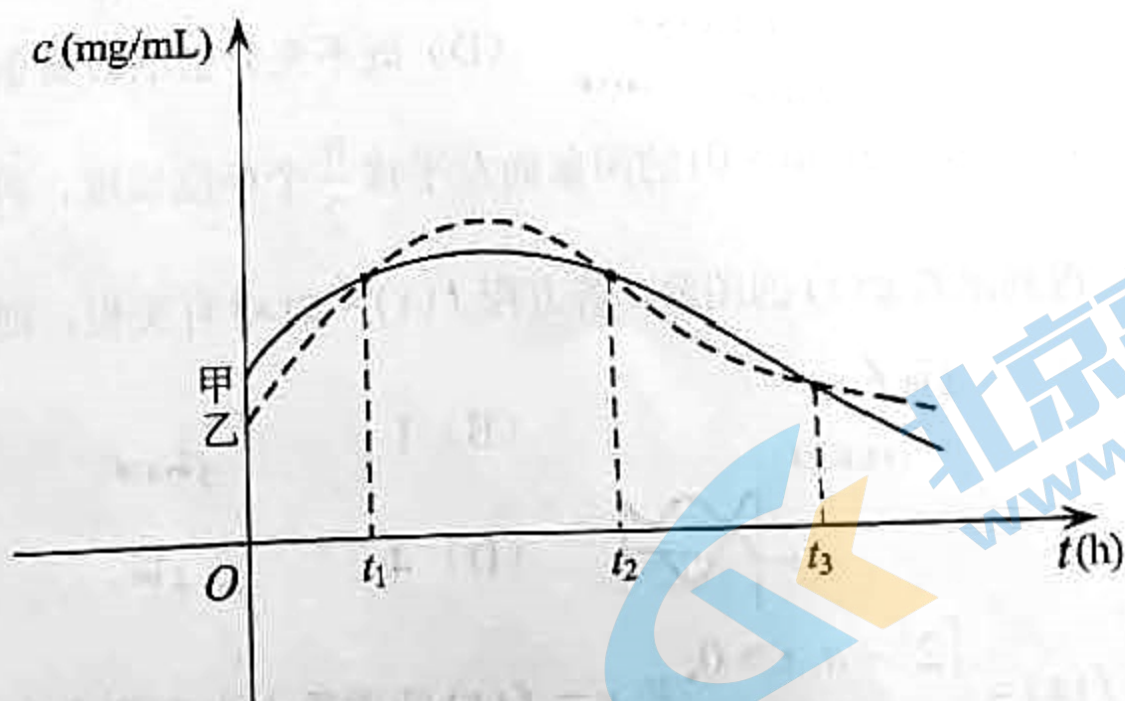
(11) 已知函数 $f(x) = \log_2(x+a)$, 若 $f(2) = 2$, 则 $a =$ _____.

(12) 函数 $y = x + \frac{4}{x-1} (x > 1)$ 的最小值为 _____.

(13) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = 3c, b = \sqrt{2}, \cos B = \frac{2}{3}$, 那么边 c 的长为 _____.

(14) 已知 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示 x_1, x_2, \dots, x_n 这 n 个数中最大的数. 能够说明“对任意 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 都有 $\max\{a, b\} + \max\{c, d\} \geq \max\{a, b, c, d\}$ ”是假命题的一组整数 a, b, c, d 的值依次可以为 _____.

(15) 为了评估某种治疗肺炎药物的疗效, 现有关部门对该药物在人体血管中的药物浓度进行测量. 设该药物在人体血管中药物浓度 c 与时间 t 的关系为 $c = f(t)$, 甲、乙两人服用该药物后, 血管中药物浓度随时间 t 变化的关系如下图所示.



给出下列四个结论:

- ① 在 t_1 时刻, 甲、乙两人血管中的药物浓度相同;
- ② 在 t_2 时刻, 甲、乙两人血管中药物浓度的瞬时变化率相同;

③ 在 $[t_2, t_3]$ 这个时间段内, 甲、乙两人血管中药物浓度的平均变化率相同;

④ 在 $[t_1, t_2], [t_2, t_3]$ 两个时间段内, 甲血管中药物浓度的平均变化率不相同;

其中所有正确结论的序号是_____.

注: 本题给出的结论中, 有多个符合题目要求, 全部选对得5分, 不选或有错选得0分, 其他得3分.

三、解答题: 本大题共6小题, 共85分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(16) (本小题13分)

设全集为 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x \mid x \geq a\}$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求 $A \cap B$, $\complement_{\mathbf{R}}(A \cup B)$;

(II) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

(17) (本小题13分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 x_0 处取得极小值 $-\frac{3}{2}$, 其导函数为 $f'(x)$, 当 x

变化时, $f'(x)$ 变化情况如下表:

x	$(-\infty, -\frac{2}{3})$	$-\frac{2}{3}$	$(-\frac{2}{3}, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

(I) 求 x_0 的值;

(II) 求 a, b, c 的值.

(18) (本小题 14 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 若对任意 $x \in [\frac{\pi}{6}, m]$, 都有 $f(x) \geq f(\frac{\pi}{6})$, 求 m 的最大值.

(19) (本小题 15 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点, $AB = 3\sqrt{3}$, $BD = 4$, $C = \frac{\pi}{3}$, 再从条件①、

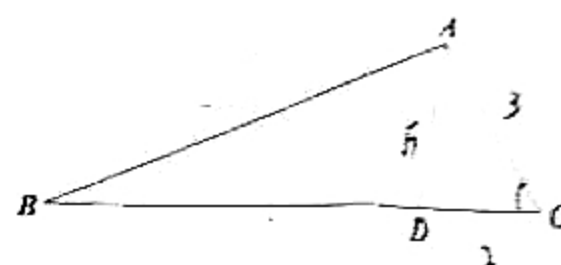
条件②这两个条件中选择一个作为已知, 求:

(I) 角 B 的大小;

(II) $\triangle ACD$ 的面积.

条件①: $AD = \sqrt{7}$; 条件②: $AC = 3$.

注: 如果选择条件①和条件②分别解答, 按第一个解答计分.



(20) (本小题 15 分)

国家发展改革委、住房城乡建设部于 2017 年发布了《生活垃圾分类制度实施方案》, 规定 46 个城市在 2020 年底实施生活垃圾强制分类, 垃圾回收、利用率要达 35% 以上. 截至 2019 年底, 这 46 个重点城市生活垃圾分类的居民小区覆盖率已经接近 70%.

某企业积极响应国家垃圾分类号召, 在科研部门的支持下进行技术创新, 新上一种把厨余垃圾加工处理为可重新利用的化工产品的项目. 已知该企业日加工处理量 x (单位: 吨) 最少为 70 吨, 最多为 100 吨. 日加工处理总成本 y (单位: 元) 与日加工处理量 x 之间的函数关系可近似地表示为 $y = \frac{1}{2}x^2 + 40x + 3200$, 且每加工处理 1

高三数学第 5 页 (共 6 页)

吨厨余垃圾得到的化工产品的售价为 100 元.

(I) 该企业日加工处理量为多少吨时, 日加工处理每吨厨余垃圾的平均成本最低? 此时该企业处理 1 吨厨余垃圾处于亏损还是盈利状态?

(II) 为了该企业可持续发展, 政府决定对该企业进行财政补贴, 补贴方式共有两种.

① 每日进行定额财政补贴, 金额为 2300 元;

② 根据日加工处理量进行财政补贴, 金额为 $30x$.

如果你是企业的决策者, 为了获得最大利润, 你会选择哪种补贴方式进行补贴? 为什么?

(21) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - a + \frac{a}{x} (a > 0)$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处与 x 轴相切, 求 a 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(1, e)$ 上的零点个数;

(III) 若 $\forall x_1, x_2 \in (1, e), (x_1 - x_2)(|f(x_1)| - |f(x_2)|) > 0$, 试写出 a 的取值范围. (只需写出结论)

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。