保密★使用前

泉州市2024届高中毕业班质量监测（二）

高三数学

2024.01

本试卷共22题，满分150分，共8页.考试用时120分钟.

注意事项：

1.答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.考生作答时，将答案答在答题卡上.请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效.在草稿纸、试题卷上答题无效.

3.选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的，黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚.

4.保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $A=\{x|\ x-2>0\}, B=\{x|\ x(x-2)<3x-6\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A.$(3,+\infty)$　　B.$(2,+\infty)$　　C.$(2,5)$　　D.$(2,3)$

2.已知复数 $z_1=\cos\frac{\pi}{5}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{5}, z_2=\mathrm{i}$，则 z_1z_2 在复平面内对应的点位于（　　）

A.第一象限　　B.第二象限

C.第三象限　　D.第四象限

3.已知 $\theta\in(0,\pi), \sin\theta=\cos\theta$，则 $\sin\theta\cos\theta=$（　　）

A.$-\sqrt{2}$　　B.$-\frac{1}{2}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\sqrt{2}$

4.已知圆柱母线长等于2，过母线作截面，截面的最大周长等于8，则该圆柱的体积等于（　　）

A.π　　B.2π　　C.4π　　D.8π

5.函数 $f(x)$ 的数据如下表，则该函数的解析式可能形如（　　）

x	-2	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$	2.3	1.1	0.7	1.1	2.3	5.9	49.1

A. $f\left(x\right)=ka^{|x|}+b$

B. $f\left(x\right)=kx\mathrm{e}^{x}+b$

C. $f\left(x\right)=k\left|x\right|+b$

D. $f\left(x\right)=k(x-1)^{2}+b$

6.若抛物线 $y^{2}=4x$ 与椭圆 $E:\dfrac{x^{2}}{a^{2}}+\dfrac{y^{2}}{a^{2}-1}=1$ 的交点在 x 轴上的射影恰好是 E 的焦点，则 E 的离心率为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{3}-1$

7.某学校举办运动会，径赛类共设 100 米、200 米、400 米、800 米、1500 米 5 个项目，田赛类共设铅球、跳高、跳远、三级跳远 4 个项目.现甲、乙两名同学均选择一个径赛类项目和一个田赛类项目参赛，则甲、乙的参赛项目有且只有一个相同的方法种数等于（　　）

A.70　　B.140　　C.252　　D.504

8.已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{4-x}\left(1\leqslant x\leqslant 3\right)$.若函数 $y=f\left(x\right)-a$ 存在零点，则 a 的取值范围为（　　）

A. $\left[\dfrac{9}{4},\dfrac{7}{3}\right]$　　B. $\left[\dfrac{7}{3},\dfrac{13}{3}\right]$　　C. $\left[\dfrac{9}{4},\dfrac{13}{3}\right]$　　D. $\left[\dfrac{9}{4},+\infty\right)$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9.抛掷一枚股子，设事件 $A=$“出现的点数为偶数”，事件 $B=$“出现的点数为 3 的倍数”，则（　　）

A. A 与 B 是互斥事件

B. $A\cup B$ 不是必然事件

C. $P\left(AB\right)=\dfrac{1}{3}$

D. $P\left(A\cup B\right)=\dfrac{2}{3}$

10.已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x+1\right)=-f\left(x\right)$，当 $x\in\left[-\dfrac{1}{2},0\right]$ 时，$f\left(x\right)=2x$，当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ 时，$f\left(x\right)=\sin\pi x$，则（　　）

A. $f\left(\dfrac{1}{3}\right)-f\left(\dfrac{2}{3}\right)=0$　　B. $f\left(-\dfrac{2}{3}\right)-f\left(\dfrac{4}{3}\right)=0$

C. $f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{3}{2}\right)\ldots 0$　　D. $f\left(\frac{2}{5}\right)+f\left(\frac{5}{2}\right)\ldots 0$

11.已知抛物线 $C: x^2=4y$ 的准线为 l，焦点为 F，过 F 的直线 m 与 C 交于 A,B 两点，则（　　）

A. l 的方程为 $y=-1$

B. l 与以线段 AB 为直径的圆相切

C.当线段 AB 中点的纵坐标为 2 时，$|AB|=3$

D.当 m 的倾斜角等于 45° 时，$|AB|=8$

12.在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$A(0,0,0), B(1,1,0), C(0,2,0), D(-3,2,1), E\left(x^2,2,1\right)$ 在球 F 的球面上，则（　　）

A. DE // 平面 ABC

B.球 F 的表面积等于 100π

C.点 D 到平面 ACE 的距离等于 $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

D.平面 ACD 与平面 ACE 的夹角的正弦值等于 $\frac{4}{5}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=(1,2), \overrightarrow{AD}=(4,-2)$，则 $|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=$__________.

14.数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1, a_{n+1}=a_n+2^n$，则 $a_4=$__________.

15.已知直线 $l: x+y=2$，圆 C 被 l 所截得到的两段弧的长度之比为 $1:3$，则圆 C 的方程可以为__________.（只需写出一个满足条件的方程即可）

16.若 $2x^2-2x+a\ln x\ldots 0$，则 a 的取值范围为__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中，$a_1=b_1=2, a_3+b_3=5, a_5+2b_2=0$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的公差 d；

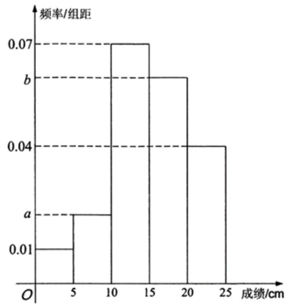
（2）记数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_n>0$，求 S_{20}.

18.（12 分）

教育部印发的《国家学生体质健康标准》，要求学校每学年开展全校学生的体质健康测试工作.某中学为提高

学生的体质健康水平，组织了“坐位体前屈”专项训练.现随机抽取高一男生和高二男生共 60 人进行“坐位体前屈”专项测试.

高一男生成绩的频率分布直方图如图所示，其中成绩在 $[5,10)$ 的男生有 4 人.



高二男生成绩（单位：cm）如下：

10.2	12.8	6.4	6.6	14.3	8.3	16.8	15.9	9.7	17.5
18.6	18.3	19.4	23.0	19.7	20.5	24.9	20.5	25.1	17.5

（1）估计高一男生成绩的平均数和高二男生成绩的第 40 百分位数；

（2）《国家学生体质健康标准》规定，高一男生“坐位体前屈”成绩良好等级线为 $15\mathrm{cm}$，高二男生为 $16.1\mathrm{cm}$.

已知该校高一年男生有 600 人，高二年男生有 500 人，完成下列 2×2 列联表，依据小概率值 $\alpha=0.005$ 的独立性检验，能否认为该校男生“坐位体前屈”成绩优良等级与年级有关？

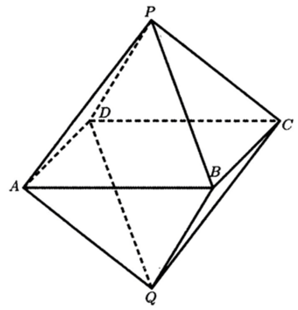
等级 / 年级	良好及以上	良好以下	合计
高一			
高二			
合计			

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	3.841	6.635	7.879	10.828

19.（12 分）

如图，两个棱长均等于 2 的正四棱锥拼接得到多面体 $PABCDQ$.



（1）求证：PA // 平面 QBC；

（2）求平面 PCD 与平面 QBC 的夹角的正弦值.

20.（12 分）

一个袋子中有 10 个大小相同的球，其中红球 7 个，黑球 3 个.每次从袋中随机摸出 1 个球，摸出的球不再放回.

（1）求第 2 次摸到红球的概率；

（2）设第 $1,2,3$ 次都摸到红球的概率为 P_1；第 1 次摸到红球的概率为 P_2；在第 1 次摸到红球的条件下，第 2 次摸到红球的概率为 P_3；在第 1，2 次都摸到红球的条件下，第 3 次摸到红球的概率为 P_4.求 P_1,P_2,P_3,P_4；

（3）对于事件 A,B,C，当 $P(AB)>0$ 时，写出 $P(A),P(B|A),P(C|AB),P(ABC)$ 的等量关系式，并加以证明.

21.（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c.已知 $b=\sqrt{3},\dfrac{\sin(B+C)}{\sin B+\sin C}=\dfrac{b-c}{a-c}$.

（1）若 $C=\dfrac{\pi}{6}$，求 a；

（2）点 D 是 $\triangle ABC$ 外一点，AC 平分 $\angle BAD$，且 $\angle ADC=\dfrac{2}{3}\pi$，求 $\triangle BCD$ 的面积的取值范围.

22.（12 分）

动圆 C 与圆 $C_1:(x+\sqrt{5})^2+y^2=4$ 和圆 $C_2:(x-\sqrt{5})^2+y^2=4$ 中的一个内切，另一个外切，记点 C 的轨迹为 E.

（1）求 E 的方程；

（2）已知点 $M(1,t)\left(\dfrac{3}{4}<t<\dfrac{3}{2}\right)$，$x$ 轴与 E 交于 A,B 两点，直线 AM 与 E 交于另一点 P，直线 BM 与 E 交于另一点 Q，记 $\triangle ABM,\triangle PQM$ 的面积分别为 S_1,S_2.若 $S_2=\dfrac{49}{15}S_1$，求直线 PQ 的方程.