# 通州区 2021—2022 学年第二学期高一年级期中质量检测

# 数学参考答案及评分标准

2022 年 4 月

### 第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

| 题号 | （1） | （2） | （3） | （4） | （5） | （6） | （7） | （8） | （9） | （10） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | A | D | B | D | C | A | B | C | B | C |

### 第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$2-\mathrm{i}$　（12）4　（13）110；$[50,60)$　（14）70.5m　（15）4；$[-2,2]$

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（本题 13 分）

解：（Ⅰ）因为复数 $z=1-\mathrm{i}$，

所以 $|z|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$，$z^2=(1-\mathrm{i})^2=-2\mathrm{i}$.　……………………4 分

所以 $|z|+z^2=\sqrt{2}-2\mathrm{i}$.　……………………5 分

（Ⅱ）如图，$z_1=2\mathrm{i}$，$z_2=2+\mathrm{i}$，　……………………9 分

所以 $\dfrac{z_1+z_2}{z}=\dfrac{2\mathrm{i}+2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{2+3\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(2+3\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\dfrac{2+2\mathrm{i}+3\mathrm{i}+3\mathrm{i}^2}{1-\mathrm{i}^2}$

$=\dfrac{5\mathrm{i}-1}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}\mathrm{i}$.　……………………　13 分

（17）（本题 13 分）

解：（Ⅰ）因为向量 $\boldsymbol{a}$ 的模为 $\sqrt{2}$，向量 $\boldsymbol{b}$ 是单位向量，

所以 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{b}|=1$.　……………………2 分

因为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$，

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos 60°$　……………………4 分

$=\sqrt{2}\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.　……………………6 分

（Ⅱ）因为 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 互相垂直，

所以 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=0$. ……………………8 分

所以 $\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{b}^2=|\boldsymbol{a}|^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2|\boldsymbol{b}|^2=2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2=0$.

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$. ……………………11 分

所以 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$. ……………………13 分

（18）（本题 13 分）

解：（Ⅰ）在 $\triangle ABC$ 中，$b=3$，$c=2$，$B=60°$，

由正弦定理得 $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$， ……………………2 分

所以 $\sin C=\dfrac{c\cdot\sin B}{b}$.

所以 $\sin C=\dfrac{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………5 分

（Ⅱ）在 $\triangle ABC$ 中，$b=3$，$c=2$，$\cos A=\dfrac{1}{4}$，

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$， ……………………7 分

所以 $a^2=9+4-2\times3\times2\times\dfrac{1}{4}=10$.

所以 $a=\sqrt{10}$. ……………………10 分

由余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$$=\frac{10+4-9}{2\times\sqrt{10}\times2}=\frac{\sqrt{10}}{8}.$$ ……………………13 分

（19）（本题 15 分）

解：（Ⅰ）由图知，学生测试分数不低于 80 分的频率 $(0.030+0.015)\times10=0.45$.

所以抽取的学生人数为 $\dfrac{27}{0.45}=60$（人）. ……………………3 分

所以测试分数在 $[50,60)$ 的学生人数为 $60\times(0.010\times10)=6$（人）. ……………………5 分

（Ⅱ）由图可知，测试分数在 90 分以内的学生所占比例为

$(0.005\times2+0.010+0.015+0.020+0.030)\times10\times100\%=85\%$. ……………………7 分

所以 $95\%$分位数一定位于 $[90,100]$ 内. ……………………8 分

所以 $90+10\times\dfrac{0.95-0.85}{1-0.85}\approx96.67$. ……………………11 分

所以估计随机抽取的学生测试分数的95%分位数约为96.67.

（III）$m<n$. ……………………15 分

（20）（本题 15 分）

解：（Ⅰ）因为向量 $\overrightarrow{OA}=(-2,0)$，$\overrightarrow{OB}=(2,2)$，$\overrightarrow{OC}=(k,-1)$，

所以 $A(-2,0)$，$B=(2,2)$，$C=(k,-1)$. ……………………1 分

所以 $\overrightarrow{AB}=(4,2)$，$\overrightarrow{AC}=(k+2,-1)$. ……………………2 分

因为 $A$，$B$，$C$ 三点共线，

所以 $\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{AC}$. ……………………5 分

所以 $2(k+2)=-4$.

所以 $k=-4$. ……………………6 分

（Ⅱ）设与 $\overrightarrow{AB}$ 垂直的单位向量的坐标 $\boldsymbol{e}=(x,y)$. ……………………7 分

所以 $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ 4x+2y=0. \end{cases}$ ……………………9 分

所以 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}, \\ y=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}, \\ y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}. \end{cases}$

所以 $\boldsymbol{e}=(\dfrac{\sqrt{5}}{5},-\dfrac{2\sqrt{5}}{5})$，或 $\boldsymbol{e}=(-\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5})$. ……………………10 分

（III）设点 $P$ 的坐标为 $(x_1,y_1)$.

所以 $\overrightarrow{AP}=(x_1+2,y_1)$，$\overrightarrow{BP}=(x_1-2,y_1-2)$. ……………………11 分

因为点 $P$ 在线段 $AB$ 的延长线上，且 $|\overrightarrow{AP}|=\dfrac{5}{2}|\overrightarrow{PB}|$，

所以 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{BP}$. ……………………13 分

所以 $(x_1+2,y_1)=\dfrac{5}{2}(x_1-2,y_1-2)$.

所以 $\begin{cases} x_1+2=\dfrac{5}{2}(x_1-2), \\ y_1=\dfrac{5}{2}(y_1-2). \end{cases}$ ……………………14 分

所以$\begin{cases} x_1=\dfrac{14}{3}, \\ y_1=\dfrac{10}{3}. \end{cases}$ ……………………15 分

所以点 $P$ 的坐标为$(\dfrac{14}{3},\dfrac{10}{3})$.

（21）（本题 16 分）

解：（Ⅰ）在$\triangle ABC$中，由正弦定理得$\dfrac{BC}{\sin\angle BAC}=\dfrac{AC}{\sin\angle ABC}$，即$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sin\angle BAC}{\sin\angle ABC}$.

因为$BC\cdot\sin\angle ABC=AC\cdot\cos\angle BAC$，且$\sin\angle ABC\neq 0$，

所以$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\cos\angle BAC}{\sin\angle ABC}$.

所以$\dfrac{\sin\angle BAC}{\sin\angle ABC}=\dfrac{\cos\angle BAC}{\sin\angle ABC}$. ……………………1 分

所以$\sin\angle BAC=\cos\angle BAC$.

所以$\tan\angle BAC=1$. ……………………2 分

因为$0<\angle BAC<\pi$， ……………………3 分

所以$\angle BAC=\dfrac{\pi}{4}$. ……………………4 分

（Ⅱ）因为$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，所以$\angle CAD=\dfrac{\pi}{4}$.

在$\triangle ACD$中，$AC=4$，$CD=\sqrt{10}$，

由余弦定理得$CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cos\angle CAD$.

所以$10=16+AD^2-2\times4\cdot AD\cdot\cos\dfrac{\pi}{4}$.

所以$AD^2-4\sqrt{2}AD+6=0$. 解得$AD=\sqrt{2}$，或$AD=3\sqrt{2}$. ……………………5 分

当$AD=\sqrt{2}$时，由余弦定理得$AC^2=CD^2+AD^2-2CD\cdot AD\cos\angle ADC$.

所以$\cos\angle ADC=\dfrac{CD^2+AD^2-AC^2}{2CD\cdot AD}=\dfrac{10+2-16}{2\times\sqrt{10}\times\sqrt{2}}<0$.

所以此时$\triangle ACD$是钝角三角形，不合题意，舍去. ……………………7 分

所以$AD=3\sqrt{2}$. ……………………8 分

所以$AD$边上的高$h=4\times\sin\dfrac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$.

所以$\triangle ACD$的面积为$\dfrac{1}{2}\cdot AD\cdot h=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=6$. ……………………9 分

（III）因为 $AC=4$， $AD=2$，

所以 $|\overrightarrow{AC}+\lambda\overrightarrow{AD}|^2=\overrightarrow{AC}^2+\lambda^2\overrightarrow{AD}^2+2\lambda\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=|\overrightarrow{AC}|^2+\lambda^2|\overrightarrow{AD}|^2+2\lambda\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=16+4\lambda^2+16\lambda\cos\angle CAD$ ……………………10 分

$=4(\lambda+2\cos\angle CAD)^2+16-16\cos^2\angle CAD$

$\geqslant 16-16\cos^2\angle CAD$. ……………………13 分

所以当 $\lambda+2\cos\angle CAD=0$，

即 $\lambda=-2\cos\angle CAD$ 时，$|\overrightarrow{AC}+\lambda\overrightarrow{AD}|$ 取得最小值是 $\sqrt{16-16\cos^2\angle CAD}$.

……………………14 分

所以 $\sqrt{16-16\cos^2\angle CAD}=2\sqrt{3}$. ……………………15 分

所以 $\cos\angle CAD=\dfrac{1}{2}$，或 $\cos\angle CAD=-\dfrac{1}{2}$.

所以 $\lambda=-1$，或 $\lambda=1$. ……………………16 分

所以存在实数 $\lambda$，使得 $|\overrightarrow{AC}+\lambda\overrightarrow{AD}|$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$.

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。